

Algoritmos Genéticos para Codificación Real con Operador de Cruce Híbrido con Múltiples Descendientes: 2BLX0.5-2FR0.5-2PNX3-2SBX0.01

Ana M^a Sánchez¹, Manuel Lozano², Francisco Herrera²

Resumen—Este trabajo presenta un modelo para la aplicación de operadores de cruce con múltiples descendientes a partir de dos padres, seleccionando los dos mejores descendientes para sustituir a los padres en la nueva población. Se ha llevado a cabo mediante la utilización de un operador de cruce híbrido que genera los múltiples descendientes a partir de dos padres, utilizando un operador distinto para cada par de hijos, lo que se denomina Operador de Cruce Híbrido con Múltiples Descendientes. Este operador se centra en la combinación de operadores de cruce paramétricos basados en entornos que han demostrado un buen comportamiento en la generación de múltiples descendientes. Los resultados experimentales han mostrado que este operador, 2BLX0.5-2FR0.5-2PNX3-2SBX0.01, mejora el comportamiento de los operadores de cruce clásicos al lograr un buen equilibrio entre diversidad y presión selectiva. En este trabajo se presentan los resultados obtenidos por este modelo sobre el conjunto de funciones de prueba desarrolladas para la sesión de optimización continua del CEC'05.

Palabras clave—Algoritmos Genéticos, Codificación Real, Operadores de Cruce Híbridos, Múltiples Descendientes

1. INTRODUCCIÓN

Los Algoritmos Genéticos (AGs) ([22, 15]) son procedimientos adaptativos basados en la evolución natural que se pueden utilizar en los problemas de búsqueda y optimización. Procesan una población de las soluciones del espacio de búsqueda con tres operaciones: selección, cruce y mutación. En la formulación original de los AGs, las soluciones se han codificado usando el alfabeto binario. Sin embargo, se han aplicado codificaciones no binarias más naturales para los problemas particulares de aplicación. De entre ellas, destaca la codificación real, particularmente adecuada para problemas con parámetros en dominios continuos. Un cromosoma es un vector de números reales con un tamaño igual a la longitud del vector solución del problema. Los

AGs basados en este tipo de codificación se denominan AGs con codificación real (AGCRs) [18].

El operador de cruce es un método para compartir información entre cromosomas que juega un papel central en los AGs [11,28] ya que explota la información disponible de muestras previas para influir en futuras búsquedas. En el caso de los AGCRs, este operador influye decisivamente sobre el nivel de diversidad en la población, y por ello, es un factor determinante para evitar el problema de la convergencia prematura [4]. Esto explica que el principal esfuerzo en la investigación desarrollada para mejorar los AGCRs se centre en la propuesta y estudio de nuevos operadores de cruce [8, 18].

En [20] se presenta una taxonomía para clasificar los operadores de cruce para AGCRs. Los operadores se agrupan en diferentes categorías en base a la forma en que generan los genes de los hijos a partir de los genes de los padres. Específicamente, los operadores de cruce basados en entornos (OCEs) son una familia de operadores que actualmente reciben una especial atención. Estos operadores generan los genes de los descendientes a partir de valores tomados del entorno asociado a los padres mediante distribuciones de probabilidad, normalmente a partir de un intervalo cuyos extremos dependen de los valores de los genes de los cromosomas padre. Ejemplos de estos operadores son BLX- α [5, 13], SBX- η [7], FR-d [38] y PNX- η [3] que están basados en distribuciones de probabilidad uniforme, polinomial, triangular y normal, respectivamente. El grado de diversidad de estos operadores puede variar dependiendo del valor del parámetro asociado al operador. A mayor valor del parámetro, mayor será la varianza (diversidad) introducida en la población.

Cada operador de cruce dirige la búsqueda hacia una zona diferente del entorno de los padres. La calidad de los elementos de la región visitada depende del problema particular a resolver.

¹ Dpto. de Lenguajes y Sistemas Informáticos, E.T.S.I. Informática y de Telecomunicación, Universidad de Granada, amlopez@ugr.es

² Dpto. de Ciencias de la Computación e Inteligencia Artificial, E.T.S.I. Informática y de Telecomunicación, Universidad de Granada, herrera@decsai.ugr.es, lozano@decsai.ugr.es

Diferentes operadores de cruce se comportarán de manera diferente con respecto a diferentes problemas, incluso en diferentes estados del proceso en el mismo problema. De esta forma, la aplicación simultánea de diferentes operadores de cruce sobre la población podría proporcionar modelos efectivos que serían aplicados a muchos problemas prácticos. De hecho, se han realizado muchos estudios para estudiar la sinergia producida por la combinación de diferentes operadores de cruce [6, 19, 24, 25, 26, 35, 40]. En [21] se realiza un estudio de la sinergia derivada de la combinación de diferentes operadores de cruce de la taxonomía presentada en [20] que revela propiedades complementarias que son requeridas para construir un emparejamiento efectivo de operadores de cruce.

Normalmente, el operador de cruce se aplica sobre parejas de padres, generando dos hijos para cada una de ellas, los cuales se introducen en la población [15]. Sin embargo, también se han presentado operadores de cruce con *múltiples descendientes* [39, 37, 32, 14, 17], que generan más de dos descendientes por cada grupo de padres. En este caso, un mecanismo de selección de descendientes limita el número de hijos que entran a formar parte de la nueva población. Estos operadores, que están inspirados en la naturaleza, tratan de sacar más beneficio de los padres mediante el muestreo de un mayor número de posibles soluciones resultantes de su recombinación. Todos los descendientes pueden crearse utilizando el mismo mecanismo de generación de hijos [9, 32] o mediante diferentes mecanismos de generación de descendientes [17]. En [30] se presenta un estudio empírico de un modelo de operadores de cruce con múltiples descendientes en el que, por cada dos padres, se generan n descendientes aplicándoles repetidamente el operador de cruce, BLX- α , FR o PNX, y seleccionando los dos mejores descendientes.

La efectividad final del operador de cruce va a depender del equilibrio entre la diversidad asociada a los mecanismos de generación de descendientes y la presión selectiva derivada del mecanismo de selección de descendientes.

En este trabajo, teniendo como base los buenos resultados obtenidos por el operador de cruce híbrido con múltiples descendientes 2BLX0.5-2FR-0.5-2PNX3-2SBX0.01 en trabajos anteriores, se realiza un estudio de su comportamiento con el conjunto de funciones de prueba desarrolladas para la sesión de optimización continua del CEC'05.

El trabajo queda estructurado de la siguiente manera: En la Sección II describimos las principales características de los OCEs así como distintos

aspectos de las técnicas de múltiples descendientes y de hibridación. En la Sección III se presenta el operador de cruce 2BLX0.5-2FR-0.5-2PNX3-2SBX0.01. En la Sección IV se muestra el estudio experimental con las funciones del CEC'05. Por último, en la Sección V se presentan las conclusiones finales.

II. OPERADORES DE CRUCE PARA AGCRS. PRELIMINARES

A. Operadores de cruce basados en entornos

Estos operadores generan los genes de los descendientes a partir de valores tomados del entorno asociado a los padres, c_i^1, c_i^2 , normalmente a partir de un intervalo $[a_i, b_i]$ cuyos extremos dependen de los valores de los genes de los cromosomas padre. Este tipo de operadores tienen carácter aleatorio. En la Figura 1 se observa el efecto de estos operadores.

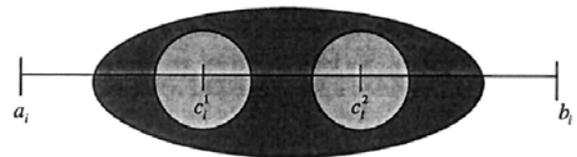


Fig. 1. Efecto de los OCEs

Ejemplos de estos operadores son BLX- α [5, 13], SBX- η [7], FR-d [38] y PNX- η [3] que están basados en distribuciones de probabilidad uniforme, polinomial, triangular y normal, respectivamente.

Asumiendo que $C_1 = (c_1^1, \dots, c_n^1)$ y $C_2 = (c_1^2, \dots, c_n^2)$ son los dos cromosomas seleccionados para aplicarles el operador de cruce, describimos a continuación la forma en que los cuatro operadores anteriores generan descendientes:

- BLX- α : Se generan dos hijos $H_k = (h_1^k, \dots, h_n^k)$, $k=1,2$. h_i^k es un número elegido aleatoriamente (uniformemente) del intervalo $[C_{\min} - I\alpha, C_{\max} + I\alpha]$, donde:

$$\begin{aligned} C_{\max} &= \max\{c_i^1, c_i^2\}, \\ C_{\min} &= \min\{c_i^1, c_i^2\} \\ I &= C_{\max} - C_{\min} \end{aligned}$$

La Figura 2 muestra el efecto de este operador.

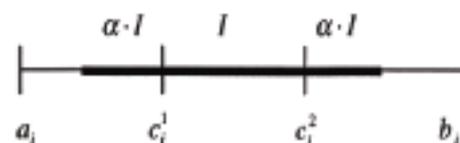


Fig. 2. BLX- α

- SBX- η : Se generan dos hijos $H_k = (h_1^k, \dots, h_n^k, \dots, h_n^k)$, $k=1,2$, siendo $h_i^1 = \frac{1}{2} [(1-\beta_k) c_i^1 + (1+\beta_k) c_i^2]$ y $h_i^2 = \frac{1}{2} [(1+\beta_k) c_i^1 + (1-\beta_k) c_i^2]$. $\beta_k (\geq 0)$ es una muestra de un generador de números aleatorios que tiene como densidad:

$$p(\beta) = \frac{1}{2} (\eta + 1) \beta^\eta, \text{ si } 0 \leq \beta \leq 1$$

$$p(\beta) = \frac{1}{2} (\eta + 1) (1/\beta^{\eta+2}), \text{ si } \beta > 1$$

Esta distribución se puede obtener fácilmente mediante un número aleatorio uniforme $u(0,1)$ por la transformación:

$$\beta(u) = (2u)^{1/(\eta+1)} \text{ si } u(0,1) \leq \frac{1}{2}$$

$$\beta(u) = [2(1-u)]^{1/(\eta+1)} \text{ si } u(0,1) > \frac{1}{2}$$

La Figura 3 muestra el efecto de este operador.

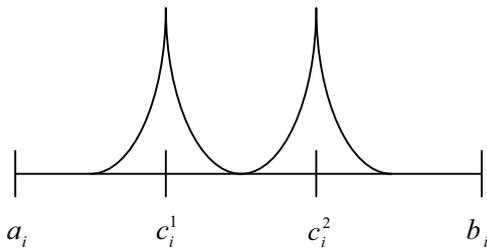


Fig. 3. Operador SBX- η

- FR-d: La probabilidad de que el i -ésimo gen de un hijo tenga el valor v_i es dada por la distribución $p(v_i) \in \{\Phi(c_i^1), \Phi(c_i^2)\}$ donde $\Phi(c_i^1)$ y $\Phi(c_i^2)$ son distribuciones triangulares de probabilidad que tienen las siguientes características (asumiendo que $c_i^1 \leq c_i^2$ y que $I = |c_i^1 - c_i^2|$):

Prob. Distr.	Valor mínimo	Valor modal	Valor máximo
$\Phi(c_i^1)$	$c_i^1 - d \cdot I$	c_i^1	$c_i^1 + d \cdot I$
$\Phi(c_i^2)$	$c_i^2 - d \cdot I$	c_i^2	$c_i^2 + d \cdot I$

d es el parámetro asociado al operador. La Figura 4 muestra el efecto de este operador

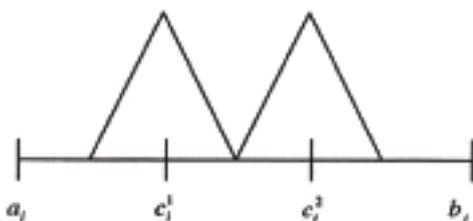


Fig. 4. Operador FR-d

- PNX- η : Primero se selecciona uno de los padres aleatoriamente (consideremos, por ejemplo, C_1). La probabilidad de que el i -ésimo gen de un hijo tenga el valor v_i es dada por:

$$p(v_i) = N[c_i^1, (|c_i^1 - c_i^2|) / \eta]$$

donde $N(\mu, \sigma)$ es un número aleatorio obtenido de una distribución Gaussiana con media μ y desviación estándar σ , y η es el parámetro del operador. La Figura 5 muestra el efecto de este operador.

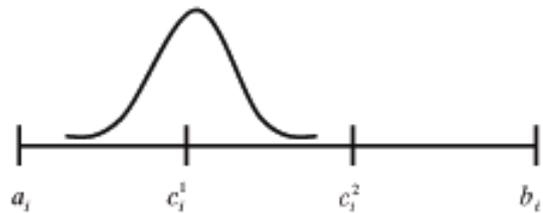


Fig. 5. Operador PNX- η

Con SBX, FR y PNX cada gen del hijo se genera en el vecindario del correspondiente gen de uno de los padres. En cambio, BLX no muestra esta clara preferencia hacia zonas cercanas a los padres. Todos ellos muestran dos importantes características:

- En su definición incluyen un parámetro que determina la extensión asociada con las distribuciones de probabilidad utilizadas para generar los hijos. El grado de diversidad inducido por estos operadores se puede ajustar variando el valor de estos parámetros.
- Definen una distribución de probabilidad de los hijos basada en la distancia de los padres. Si los padres están muy cerca el uno del otro, los hijos generados podrían distribuirse densamente alrededor de los padres. En cambio, si los padres están alejados entre sí, los hijos apenas se distribuirán a su alrededor.

B. Múltiples descendientes

Una de las formas en las que el operador de cruce proporciona diversidad es mediante la generación de múltiples descendientes [30]. Evidentemente, cuanto más grande sea el número de descendientes mayor será la exploración que se haga del espacio de búsqueda, ya que las posibles soluciones aumentarán pudiendo estar localizadas

en cualquier zona de dicho espacio. Este aumento de la exploración es el que favorece la diversidad.

Por otra parte, el hecho de generar múltiples descendientes conlleva la utilización de algún mecanismo de selección que determine cuales de esos descendientes pasarán a formar parte de la nueva población. Este mecanismo de selección lleva asociada presión selectiva que puede derivar en convergencia prematura.

La figura 6 muestra la idea de los operadores de cruce con múltiples descendientes. Es este caso, a partir de dos padres, se aplican cuatro operadores, generando cada uno de ellos dos descendientes de los cuales, finalmente, se seleccionarán los dos mejores.

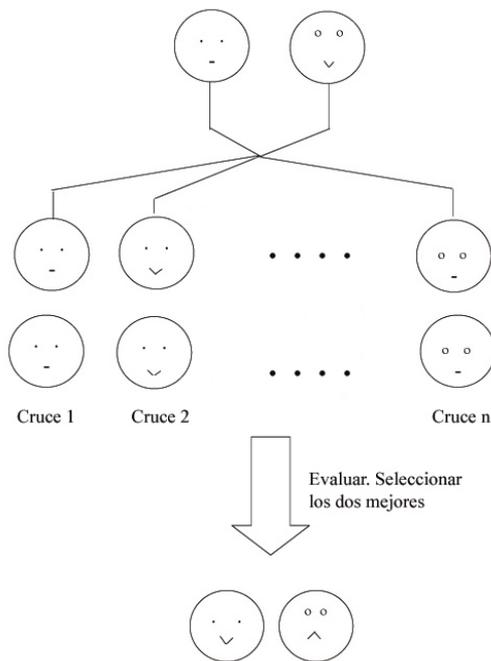


Fig. 6. Múltiples descendientes

Utilizando estos modelos, el operador de cruce puede verse como un método de búsqueda local. Una vez que el AGCR ha encontrado zonas prometedoras del espacio de búsqueda, busca solo sobre una pequeña porción del vecindario alrededor de cada punto del espacio, con lo que se realizan múltiples exploraciones sobre puntos individuales en paralelo sobre sucesivas generaciones de una población. Esta estrategia denominada “muchos puntos pocos vecinos”, contrasta con la ascensión de colinas que potencialmente enfoca el esfuerzo sobre una gran fracción del vecindario de un punto pero solo alrededor de un punto cada vez. Esta última estrategia se denomina “pocos puntos muchos vecinos” [29].

Los métodos de múltiples descendientes llevan a cabo una búsqueda local sobre el vecindario de los padres que participan en el cruce, con lo que el operador de cruce constituye un método de búsqueda local ya que produce hijos alrededor de los padres. Con la estrategia muchos puntos pocos vecinos, la búsqueda se hace más dispersa en cuanto a las zonas en las que se realiza la búsqueda, con poca profundidad en cada cromosoma padre. Con el paso de las generaciones, el AGCR pierde diversidad debido a la presión selectiva. Bajo esta circunstancia, la naturaleza adaptativa de los OCE (pueden generar descendientes adaptativamente de acuerdo a la distribución de los padres sin ningún parámetro adaptativo) permite la creación de hijos distribuidos densamente alrededor de los padres, induciendo una efectiva búsqueda local.

Una de las primeras versiones de operadores de cruce con múltiples descendientes fue propuesta por Tackett [36], dentro del campo de la programación genética, con la idea de evitar el efecto destructivo del cruce. Intentó modelar el hecho de que muchas especies animales producen muchos más hijos de los que realmente tienen esperanzas de sobrevivir, de tal forma que el exceso de hijos muere. Es una forma efectiva de eliminar selectivamente los resultados de un mal cruce.

En general, el uso de múltiples descendientes promueve la idea de que explorando más combinaciones de una operación individual de cruce, hay más oportunidades de éxito, incluso aunque la evaluación sea menos eficiente, incrementándose la diversidad y efectividad del cruce. La potencia de este método reside en el hecho de que el cruce estándar elige los puntos de cruce de manera totalmente aleatoria, mientras que con múltiples descendientes se elige el mejor de un gran conjunto de tales recombinaciones aleatorias: Esto incrementa la probabilidad de que los hijos producidos mejoren a sus padres.

C. Operadores de cruce híbridos

Una idea interesante en el desarrollo de operadores de cruce consiste en la aplicación simultánea de diversos operadores sobre la población. De hecho, existen diversos estudios dirigidos al estudio de la sinergia producida por la combinación de distintos operadores [6, 19, 24, 25, 26, 35, 40]. Su objetivo era investigar cuando una combinación de operadores de cruce es mejor que el mejor de los operadores que la componen.

Se han realizado distintos intentos para encontrar la sinergia entre operadores de cruce:

1. Operadores de cruce híbridos. Estos operadores utilizan distintas clases de operadores de cruce para producir diversos hijos de los mismos padres. Por ejemplo, en [17], se presenta un híbrido que genera cuatro hijos por cada par de padres, aplicando dos operadores explorativos y dos explotativos. Los dos hijos más prometedores sustituyen a los padres en la población.

2. AGs distribuidos heterogéneos. En [19], un AGCR mantiene, en paralelo, muchas subpoblaciones que son procesadas por AGs independientes que aplican diferentes operadores de cruce. Otros AGs distribuidos que hacen distinciones entre las subpoblaciones mediante la aplicación de diferentes operadores de cruce pueden encontrarse en [34] y [12].

3. Operadores de cruce adaptativos por probabilidad. Se dispone de un conjunto de operadores de cruce, cada uno de los cuales tiene una probabilidad de ser usado. Cada vez que se va a realizar el cruce, se selecciona un operador probabilísticamente. Además, un proceso adaptativo dinámico ajusta las probabilidades durante el proceso. Por ejemplo, en [6] y [27], los operadores que causan la generación de los mejores cromosomas tienen una mayor probabilidad, mientras que los operadores que generan hijos peores que los padres se usan menos frecuentemente. En [16], un AGCR aplica dos operadores de cruce diferentes, uno con propiedades de exploración y el otro de explotación. Un parámetro define la frecuencia de aplicación del operador explotativo. Cada cinco generaciones, un controlador lógico difuso evalúa dos medidas de diversidad de la población para ajustar este parámetro.

III. OPERADORES DE CRUCE HÍBRIDOS CON MÚLTIPLES DESCENDIENTES

D. OCEs Híbridos

Dado que, en AGCRs, los niveles de varianza en la población y por tanto de diversidad difieren del uso de unos operadores de cruce a otros, puede ser interesante combinar distintos operadores que aporten características complementarias en un intento de conseguir dicho objetivo. Los operadores de cruce híbridos combinan distintos operadores y facilitan el estudio de la sinergia entre dichos operadores.

Los operadores de cruce pertenecientes al grupo de OCEs de la taxonomía proporcionan diferentes estilos de búsqueda, de forma que la combinación de diferentes OCEs nos permite generar grupos de

dos descendientes con una distribución de probabilidad diferente para crear los genes de los hijos en zonas restringidas del espacio de búsqueda alrededor de las regiones marcadas por los genes de los padres. Con SBX, FR y PNX cada gen del hijo se genera en el vecindario del correspondiente gen de uno de los padres. En cambio, BLX no muestra esta clara preferencia hacia zonas cercanas a los padres. Al combinar estos operadores se consigue una mayor diversidad.

Con la generación de múltiples descendientes se consigue un incremento de la diversidad ya que hace posible una mayor exploración del espacio de búsqueda. Sin embargo, este aumento del número de descendientes conlleva la utilización de algún mecanismo de selección que determine cuáles de esos descendientes pasarán a formar parte de la nueva población. Este mecanismo de selección lleva asociada presión selectiva que puede provocar una rápida convergencia que perjudique a la diversidad.

En [31] se presentan diversos modelos de OCEs híbridos. Estos operadores generan múltiples descendientes (seis y ocho) para cada par de padres aplicando un OCE distinto para cada par de descendientes. Finalmente se seleccionan los dos mejores para formar parte de la nueva población. Se realizaron diversas combinaciones entre OCEs utilizando valores de parámetros que en trabajos previos habían alcanzado buenos resultados. Cinco de estas combinaciones consideraban valores de los parámetros con alta diversidad. De ellas, el primer operador generaba ocho descendientes, utilizando los cuatro OCEs, mientras que los otros cuatro operadores generaban seis hijos, aplicando todas las posibles combinaciones entre los cuatro OCEs. El sexto operador generaba seis hijos utilizando tres operadores con parámetros que ofrecen menor diversidad.

Se utilizaron cuatro tests no paramétricos, Bonferroni-Dunn, Friedman, Holm y Wilcoxon, para realizar un análisis estadístico de los resultados de los diferentes operadores [11, 23, 33].

Los resultados de los experimentos, tras la aplicación de los tests, pusieron de manifiesto que el operador que presenta un mejor comportamiento es el operador que genera ocho descendientes utilizando los cuatro OCEs: 2BLX0.5-2FR0.5-2PNX3-2SBX0.01.

E. 2BLX0.5-2FR0.5-2PNX3-2SBX0.01

El operador 2BLX0.5-2FR0.5-2PNX3-2SBX0.01, genera ocho descendientes por cada par

de padres, aplicando un OCE diferente para cada par de hijos. Los dos mejores descendientes sustituyen a los padres en la población. En la Figura 7 se representa el funcionamiento de este operador.

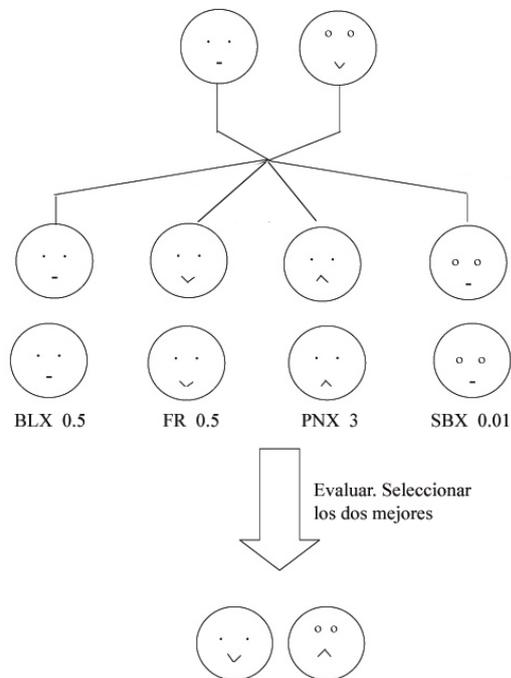


Fig. 7. Operador BLX0.5-FR0.5-PNX3-SBX0.01

Este operador fue comparado con cada uno de los cuatro operadores clásicos que lo componen (BLX0.5, FR0.5, PNX3, SBX0.01) cuando generan dos descendientes, poniéndose de manifiesto que se produce sinergia entre los operadores que componen el operador híbrido, lo que hace que dicho operador ayude a mejorar el rendimiento de los AGCRs. Así, el operador híbrido reúne las propiedades necesarias en un operador de cruce efectivo, que son difíciles de conseguir con el uso de un operador de cruce clásico.

También se comparó con los operadores que lo componen cuando éstos generan ocho descendientes, concluyéndose que cuando se generan múltiples descendientes, es interesante utilizar operadores híbridos que combinen las características de los operadores clásicos para mejorar su eficiencia.

IV. ESTUDIO EXPERIMENTAL

En esta sección se estudia el comportamiento del operador 2BLX0.5-2FR.05-2PNX3-2SBX0.01 con las funciones de prueba del CEC'05.

Para ello en la primera subsección se muestran los experimentos realizados y en la segunda se realiza un análisis de los resultados obtenidos.

F. Experimentación

En todos los experimentos, en el AGCR generacional se utiliza mutación no uniforme [18], con lo que la probabilidad de que un gen se mute disminuye según avanza la ejecución del algoritmo. De esta manera los cambios producidos en los genes son menores en las últimas generaciones, produciendo un ajuste local. El procedimiento de selección de la nueva población es el de ordenación lineal [1] asegurando la presencia del mejor individuo (elitismo) [10], y se ha utilizado el método de muestreo universal estocástico [2].

Hemos considerado el conjunto de 20 funciones de prueba (F6-F25) utilizadas en la sesión de optimización continua del CEC'05. De ellas, las siete primeras (F6-F12) son básicas, las dos siguientes (F13-F14) son expandidas, y las 11 últimas son híbridas, mezclas entre algunas de las anteriores y otras funciones.

Los parámetros utilizados para llevar a cabo los experimentos figuran en la Tabla I. Los algoritmos se han realizado tanto con 10 como con 30 dimensiones para cada función, ejecutándose 25 veces, con valor de semilla distinto para el generador de números aleatorios.

TABLA I
PARÁMETROS DEL ALGORITMO GENÉTICO

Tamaño de la población	61
Probabilidad de cruce	0.6
Probabilidad de mutación por cromosoma	0.1
Número de evaluaciones	100000 (D=10) 300000 (D=30)

G. Resultados

En esta sección presentamos los resultados obtenidos por el operador 2BLX0.5-2FR.05-2PNX3-2SBX0.01 con las funciones de prueba del CEC'05, tanto con dimensión 10 como con dimensión 30. Para ello, en la Tabla II, se muestran los valores de las medias del error obtenidos para las 20 funciones de prueba propuestas., con dimensión 10 y 100000 evaluaciones y con dimensión 30 y 300000 evaluaciones.

Se ha aplicado el test de Wilcoxon para realizar un análisis estadístico del modelo presentado frente a los tres propuestos para la sesión, G-CMA-ES, DE

y K-PCX, poniéndose de manifiesto que G-CMA-ES gana al operador 2BLX0.5-2FR.05-2PNX3-2SBX0.01 con un p-value de 0.062 para dimensión 10 y con un p-value de 0.086 para dimensión 30. Sin embargo, en las dos dimensiones, 2BLX0.5-2FR.05-2PNX3-2SBX0.01 iguala a DE y K-PCX.

Se ha podido observar que en las funciones F6 y F7 presenta muy malos resultados en comparación con G-CMA-ES, por lo que se ha repetido el estudio estadístico eliminando estas dos funciones. Los resultados en este caso varían sustancialmente, ya que 2BLX0.5-2FR.05-2PNX3-2SBX0.01 empata con G-CMA-ES y K-PCX en dimensión 10 y 30, y aunque en dimensión 10 también empata con DE, en dimensión 30 consigue ganarle con un p-value de 0.068.

Por último, también se ha realizado un estudio solo de las funciones híbridas F16-F25. En este caso, tanto para dimensión 10 como para dimensión 30, 2BLX0.5-2FR.05-2PNX3-2SBX0.01 iguala a los tres modelos.

TABLA II
RESULTADOS EN DIMENSIÓN 10 Y 30

Función	Dimensión 10	Dimensión 30
F6	5,30E+000	1,02E+002
F7	1,27E+003	4,70E+003
F8	2,00E+001	2,09E+001
F9	1,99E-001	3,75E+000
F10	5,64E+000	3,06E+001
F11	1,68E+000	1,36E+001
F12	3,08E+002	7,86E+003
F13	2,24E-001	8,81E-001
F14	2,52E+000	1,27E+001
F15	2,73E+002	3,77E+002
F16	9,97E+001	1,60E+002
F17	1,01E+002	1,11E+002
F18	9,00E+002	9,00E+002
F19	9,00E+002	9,00E+002
F20	9,00E+002	9,00E+002
F21	8,24E+002	1,02E+003
F22	7,60E+002	8,96E+002
F23	8,20E+002	1,10E+003
F24	2,10E+002	2,00E+002
F25	1,53E+003	1,47E+003

V. CONCLUSIONES

El hecho de generar múltiples descendientes hace posible una mayor exploración del espacio de búsqueda lo que también influye en el aumento de la diversidad, que se ve equilibrado con la presión

selectiva asociada al mecanismo de selección de los dos mejores descendientes.

La combinación de diferentes OCEs con distintas distribuciones de probabilidad para crear los genes de los hijos, hace que se consiga una mayor diversidad, ya que se aportan características complementarias de los distintos operadores que forman parte del híbrido.

El operador 2BLX0.5-2FR0.5-2PNX3-2SBX0.01 presenta un buen comportamiento no solo con el conjunto inicial de funciones de prueba de estudios anteriores, sino también con las propuestas en la sesión de optimización continua del CEC'05, resultando competitivo frente a otros operadores de gran relevancia como por ejemplo G-CMA-ES, sobre todo con al utilizar funciones complejas con una alta dimensión.

REFERENCIAS

- [1] J.E. Baker, Adaptive Selection Methods for Genetic Algorithms. En: Proc. Of the First Int. Conf. On Genetic Algorithms and their Applications, J.J. Grefenstette (Ed.) L. Erlbaum Associates, Hillsdale, MA, 1987, 14-21.
- [2] J.E. Baker, Reducing bias and inefficiency in the selection algorithm. En: Proc. Of the Second Int. Conf. On Genetic Algorithms and their Applications, J.J. Grefenstette, (Ed.), Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum, 1987, 14-21.
- [3] P.J. Ballester, J.N. Carter. An effective real-parameter genetic algorithm with parent centric normal crossover for multimodal optimisation. In: Proc. of the Genetic and Evolutionary Computation Conference 2004. Springer, LNCS 3102; 2004. 901-913.
- [4] H.-G. Beyer, K. Deb, On Self-Adaptive Features in Real Parameter Evolutionary Algorithms. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, vol 5, no. 3, 2001, 250-270.
- [5] H.J. Bremermann, M. Rogson, S. Salaff. Global properties of evolution processes. In: Pattee HH, Edlsack EA, Frin L, Callahan AB. Editors. Natural Automata and Useful Simulations. Washington, DC: Spartan; 1966. 3-41.
- [6] L. Davis, Adapting Operator Probabilities in Genetic Algorithms. In: Proc. of the Third Int. Conf. on Genetic Algorithms, J. David Schaffer (Ed.) (Morgan-Kaufmann Publishers, San Mateo, 1989), pp. 61-69.
- [7] K. Deb, R.B. Agrawal, Simulated Binary Crossover for Continuous Search Space. Complex Systems, 9, 1995, 115-148.
- [8] K. Deb, Multi-objective optimization using evolutionary algorithms. Chichester: Wiley, 2001.
- [9] K. Deb, A. Anand, D. Joshi, A Computationally Efficient Evolutionary Algorithm for Real-Parameter Evolution. Evolutionary Computation Journal 10(4), 2002, 371-395.
- [10] K.A. De Jong, An Analysis of the Behavior of a Class of Genetic Adaptive Systems. Tesis Doctoral, Universidad de Michigan, 1975.
- [11] K.A. De Jong, W.M. Spears, A Formal Analysis of the Role of Multi-Point Crossover in Genetic Algorithms. Annals of Mathematics and Artificial Intelligence, 5(1), 1992, 1-26.
- [12] A. E. Eiben, I. G. Sprinkhuizen-Kuyper, B.A Thijssen, Competing Crossovers in an Adaptive GA Framework. In: Proc. IEEE Conf. Evolutionary Computation, (IEEE Press, Piscataway, New Jersey, 1998), 787-792.
- [13] L.J. Eshelman, J.D. Schaffer. Real-coded genetic algorithms and interval-schemata. In: Whitley LD, editor. Foundations of Genetic Algorithms 2. San Mateo, CA: Morgan Kaufmann Publishers; 1993. 187-202.

- [14] S. Esquivel, A. Leiva, R. Gallard. Multiple crossover per couple in genetic algorithms. In: Proc. Of the 4th IEEE Int. Conf. on Evolutionary Computation (ICEC'97). Piscataway, NJ: IEEE Press; 1997. 103-106.
- [15] D.E. Goldberg, Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning. Addison-Wesley, New York, 1989.
- [16] F. Herrera, M. Lozano, Adaptation of Genetic Algorithm Parameters Based on Fuzzy Logic Controllers. In: Genetic Algorithms and Soft Computing, F. Herrera, J. L. Verdegay (Eds.) Physica-Verlag, 1996, 95-125.
- [17] F. Herrera, M. Lozano, J.L. Verdegay. Fuzzy connectives based crossover operators to model genetic algorithms population diversity. Fuzzy set and Systems 1997; 92(1): 21-30.
- [18] F. Herrera, M. Lozano, J.L. Verdegay, Tackling Real-Coded Genetic Algorithms: Operators and Tools for Behavioural Analysis. Artificial Intelligence Review 12: 1998, 265-319 .
- [19] F. Herrera, M. Lozano, Gradual Distributed Real-Coded Genetic Algorithms. IEEE Transactions on Evolutionary Computation 4(1), 2000, 43-63.
- [20] F. Herrera, M. Lozano, A. Sánchez. A Taxonomy for the Crossover Operator for Real Coded Genetic Algorithms: An Experimental Study. International Journal of Intelligent Systems, Vol. 18, 2003, 309-338.
- [21] F. Herrera, M. Lozano, A.M. Sánchez, Hybrid Crossover Operators for Real-Coded Genetic Algorithms: An Experimental Study. Soft Computing, 2005; 9(4), 280-298.
- [22] Jh. Holland, Adaptation in Natural and Artificial Systems. The University of Michigan press;1975.(London:The MIT Press;1992)
- [23] S. Holm, A simple sequentially rejective multiple test procedure. Scandinavian Journal of Statistics, 6, 1979, 65-70.
- [24] I. Hong, A.B. Kahng, B.R. Moon, Exploiting Synergies of Multiple Crossovers: Initial Studies. In: Proc. of the Second IEEE Conference on Evolutionary Computation, (IEEE Press, Piscataway, New Jersey, 1995), pp. 245-250.
- [25] T.-P. Hong, H.-S. Wang, Automatically Adjusting Crossover Ratios of Multiple Crossover Operators. Journal of Information Science and Engineering 14(2), 1998, 369-390.
- [26] T.-P. Hong, H.-S. Wang, W.-Y. Lin, W.-Y. Lee, Evolution of Appropriate Crossover and Mutation Operators in a Genetic Process. Applied Intelligence 16, 2002, 7-17.
- [27] B. A. Julstrom, What Have you Done for me Lately? Adapting Operator Probabilities in a Steady-State Genetic Algorithm. In: Proc. of the Sixth Int. Conf. on Genetic Algorithms, L. Eshelman, (Ed.) (Morgan Kaufmann Publishers, San Francisco, 1995), 81-87.
- [28] H. Kita, A Comparison Study of Self-Adaptation in Evolution Strategies and Real-Coded Genetic Algorithms. Evolutionary Computation 9(2), 2001, p. 223-241.
- [29] U.M. O'Reilly, F. Oppacher. Hybridized Crossover-Based Search Techniques for Program Discovery. IEEE International Conference on Evolutionary Computation, 1995. 573-578.
- [30] A.M. Sánchez, M. Lozano, C. García-Martínez, D. Molina, F. Herrera, Real-Parameter Crossover Operators with Multiple Descendents: An Experimental Study. International Journal of Intelligent Systems 23. 2007, 246-268.
- [31] F. Herrera, M. Lozano, A.M. Sánchez, Algoritmos Genéticos con Codificación Real: Operadores de Cruce Híbridos basados en Entornos con Múltiples Descendientes. En Actas del Congreso MAEB'07. 2007, 827-834.
- [32] H. Satoh, M. Yamamura, S. Kobayashi. Minimal generation gap model for GAs considering both exploration and exploitation. In: Proc. Methodologies for the Conception, Design and Application of Intelligent Systems (IIZUKA'96). 1996. 494-497.
- [33] D.J. Sheskin, Handbook of parametric and non parametric statistical procedures. Chapman & Hall/CRC. 2004.
- [34] D. Schlierkamp-Voosen, H. Mühlenbein. Strategy adaptation by competing subpopulations. In: Paralell Problem Solving from Nature 3, Y. Davidor, H.P. Schwefel, R. Männer, (Eds.) (Springer-Verlag, Berlin, Germany, 1994), 199-208.
- [35] W.M. Spears, Adapting Crossover in a Genetic Algorithm. In Proc. of the Fourth Annual Conference on Evolutionary Programming, J.R. McDonnell, R.G. Reynolds, D. Fogel (Eds.) (The MIT Press, 1995), 367-384.
- [36] W.A. Tackett, Recombination, Selection, and the Genetic Construction of Computer Programs. PhD thesis, University of Southern California, Department of Electrical Engineering Systems. 1994
- [37] W.A.. Tackett. Greedy recombination and genetic search on the space of computer programas. In: Foundations of Genetic Algorithms 3. San Francisco: Morgan Kaufmann; 1994. 271-297.
- [38] H.M. Voigt, H. Mühlenbein, D. Cvetkovic. Fuzzy recombination for the breeder genetic algorithm. In: Eshelman L, editor. Proc. of the Sixth Int. Conf. on Genetic Algorithms. San Mateo, CA: Morgan Kaufmann Publishers; 1995. 104-111.
- [39] A. Wright. Genetic algorithms for real parameter optimization. In: Rawlin GJE, editor. Foundations of Genetic Algorithms 1. San Mateo, CA: Morgan Kaufmann; 1991. 205-218.
- [40] H.-S. Yoon, B.-R. Moon, An Empirical Study on the Synergy of Multiple Crossover Operators. IEEE Transactions on Evolutionary Computation 6(2), 2002, 212-223.