

# Metaheurísticas

## Seminario 6. Metaheurísticas Multiobjetivo

---

1. Problemas de Optimización Multiobjetivo
2. Metaheurísticas para Problemas Multiobjetivo
3. Algoritmos Evolutivos Multiobjetivo
4. Elitismo en la Búsqueda Evolutiva Multiobjetivo
5. Conclusiones

# Problemas de Optimización Multiobjetivo

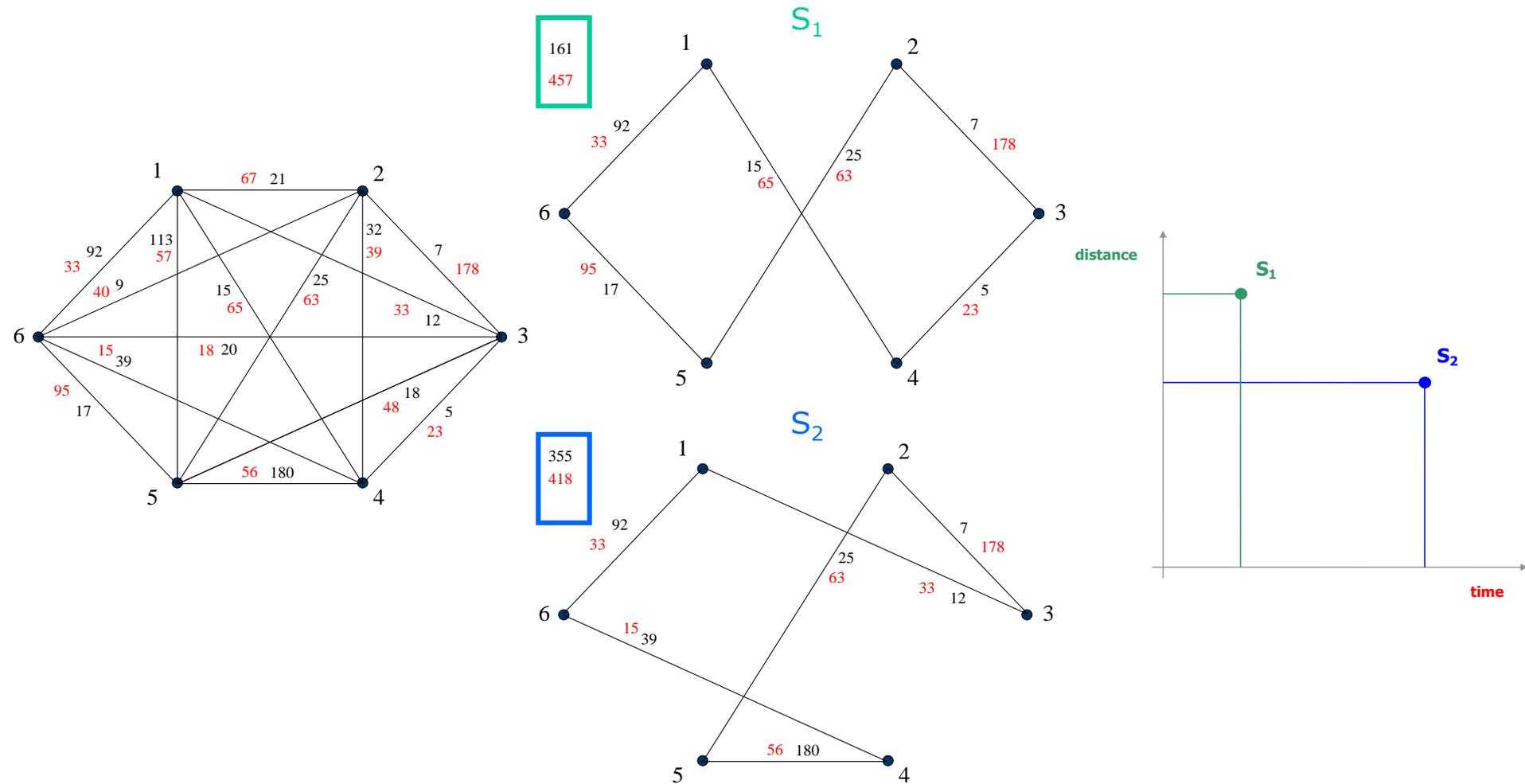
---

- Muchos problemas reales se caracterizan por la existencia de **múltiples medidas de actuación**, las cuales deberían ser optimizadas, o al menos ser satisfechas simultáneamente

**Ejemplo:** Diseño de un sistema de control de aire acondicionado, optimizando el conjunto de parámetros de un sistema de control:

- Minimizar el consumo de energía
  - Maximizar el confort de los usuarios
  - Maximizar la estabilidad del sistema de control, ....
- **Esos objetivos suelen estar en conflicto**, lo que dificulta la resolución del problema

# Ejemplo: Viajante de Comercio Multiobjetivo (Minimizar Tiempo y Distancia)



# Definición de Problema Multiobjetivo

---

Un **Problema Multiobjetivo** consiste en: dado un espacio **X** compuesto por vectores n-dimensionales de variables  $\mathbf{x} = \{x_1, \dots, x_n\}$  encontrar un vector  $\mathbf{x}^*$  que minimice (o maximice) un conjunto de K funciones objetivo  $\mathbf{z}(\mathbf{x}) = \{f_1(\mathbf{x}), \dots, f_K(\mathbf{x})\} \in \mathbf{Y}$  :

$$\text{Max o Min } \mathbf{z}(\mathbf{x}) = (f_1(\mathbf{x}), f_2(\mathbf{x}), \dots, f_K(\mathbf{x}))$$

- **X** es el **espacio de decisión (de soluciones)**
- **Y** es el **espacio objetivo**. Normalmente  $\mathbf{Y} \subseteq \mathbb{R}^K$
- $\mathbf{z}(\mathbf{x}) = \{f_1, \dots, f_K\}$  es el **conjunto de funciones objetivo**
- A veces existen restricciones:
  - Desigualdades:  $g_i(\mathbf{x}) \leq 0, 0 \leq i \leq N$ .
  - Igualdades:  $h_i(\mathbf{x}) = 0, 0 \leq i \leq M$ .
  - Otras

# Ejemplo: Viajante de Comercio Multiobjetivo (Minimizar Tiempo y Distancia)

---

- Ejemplo: TSP con distancias y tiempos en cada arco
  - $\mathbf{X} = \mathbf{C}^n$ ,
    - $\mathbf{C}$  es el conjunto de ciudades
    - $n$  es el número de ciudades
  - $\mathbf{Y} \subseteq \mathbb{R}^2$
  - Funciones objetivo:
    - $f_1(x)$  = tiempo empleado en recorrer el tour  $x$
    - $f_2(x)$  = longitud del tour  $x$
  - Restricciones:
    - $x_i \neq x_j; 0 \leq i, j \leq n; i \neq j$

# Concepto de Dominancia

---

Un **Problema Multiobjetivo** consiste en:

$$\text{Max o Min } z = f(x) = (f_1(x), f_2(x), \dots, f_K(x))$$

**Soluciones pareto-optimales o no-dominadas:** Se dice que un vector **a** domina a otro **b** (se nota como **a**  $\prec$  **b**) si, y sólo si (suponiendo maximización):

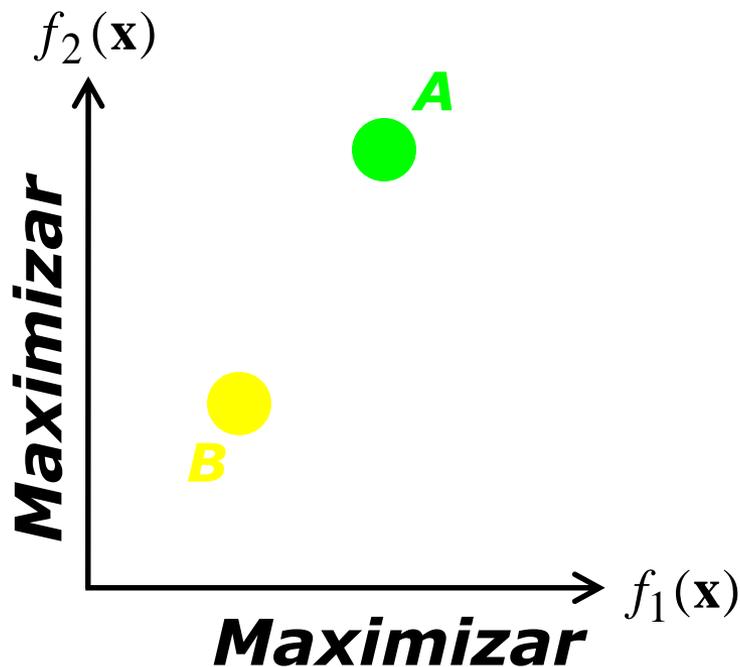
$$\forall i \in \{1, 2, \dots, K\} \mid f_i(a) \geq f_i(b) \wedge \exists j \in \{1, 2, \dots, K\} \mid f_j(a) > f_j(b)$$

Es decir, una solución domina a otra si es mejor o igual en todos los objetivos y mejor en al menos uno de ellos

# Concepto de Dominancia

---

$$\text{Maximizar } \mathbf{f}(\mathbf{x}) = (f_1(\mathbf{x}), f_2(\mathbf{x}))$$



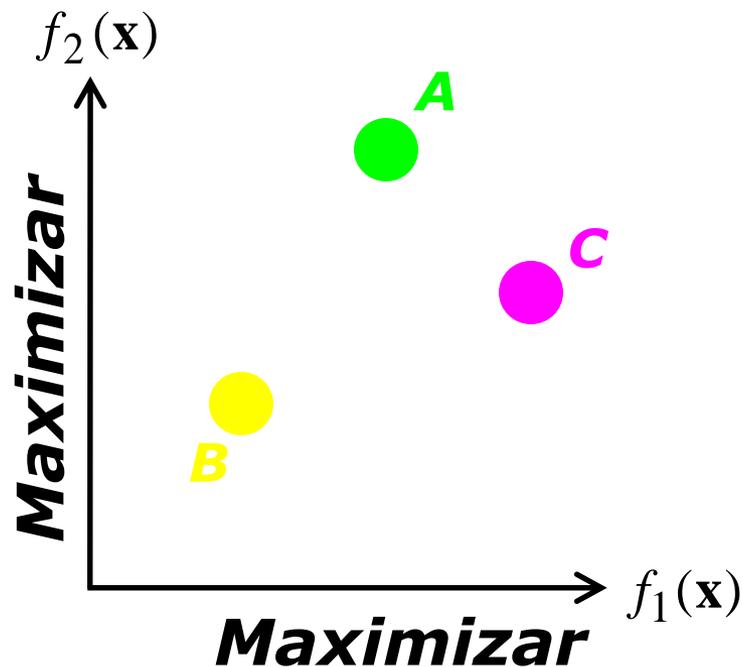
**A domina a B**

**B es dominada por A**

**(A es mejor que B)**

# Concepto de Dominancia

$$\text{Maximizar } \mathbf{f}(\mathbf{x}) = (f_1(\mathbf{x}), f_2(\mathbf{x}))$$



***A y C son no dominadas entre sí (ninguna domina a la otra)***

***Las dos dominan a B***

# Concepto de Dominancia

---

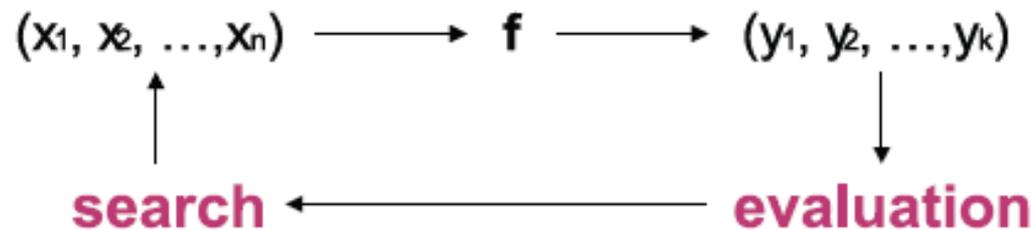
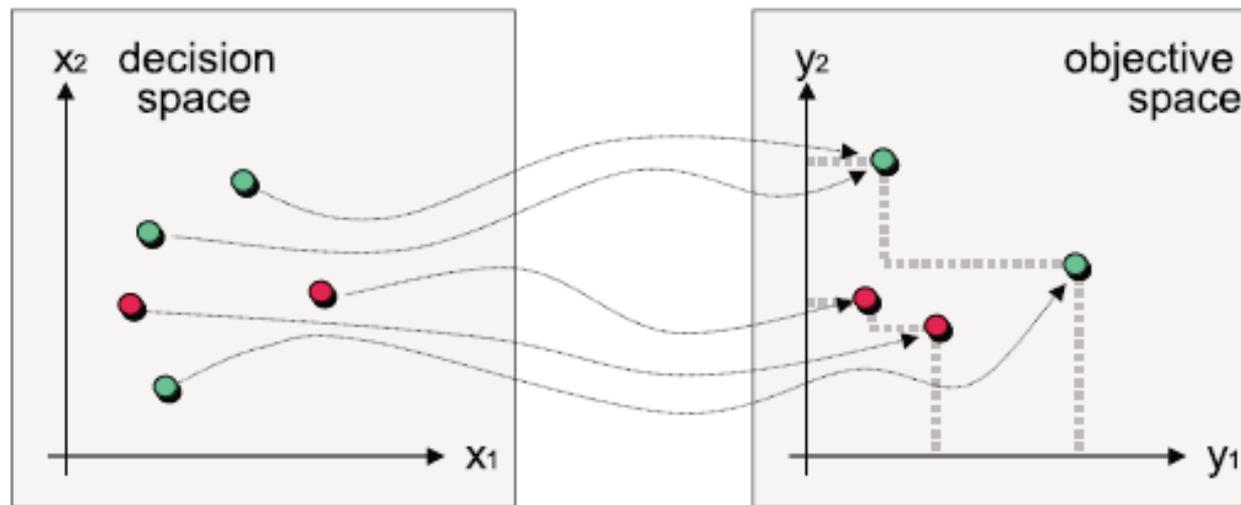
Una solución es **Pareto-optimal** si no es dominada por ninguna otra solución del espacio

El conjunto de todas las soluciones no dominadas  $X^* \subset X$  es el **conjunto Pareto-optimal** y compone la **solución óptima del problema multiobjetivo**

Los vectores de valores de las funciones objetivo de los elementos del conjunto Pareto-optimal  $z(X^*) \subset Y$  forman la **frontera (o el frente) de Pareto**

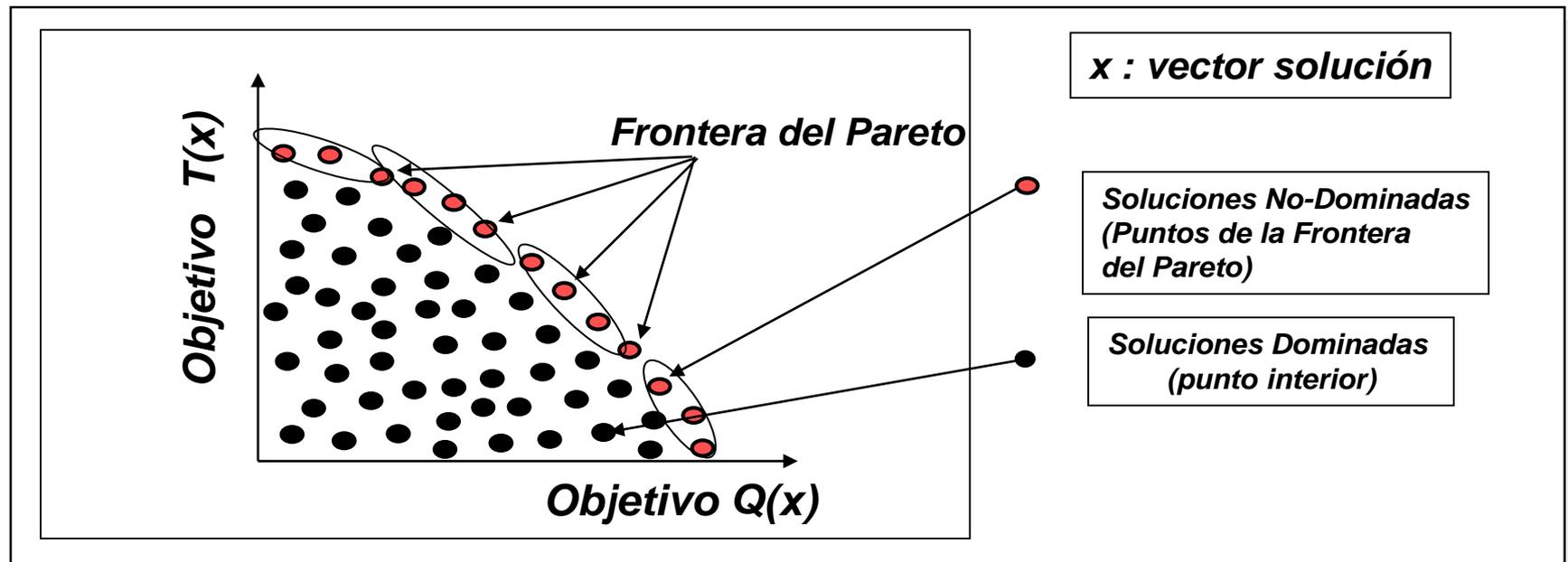
# Ejemplo: Conjuntos de Pareto en $\mathbb{R}^2$

Pareto set ● Pareto front  
Pareto set approximation ● Pareto front approximation



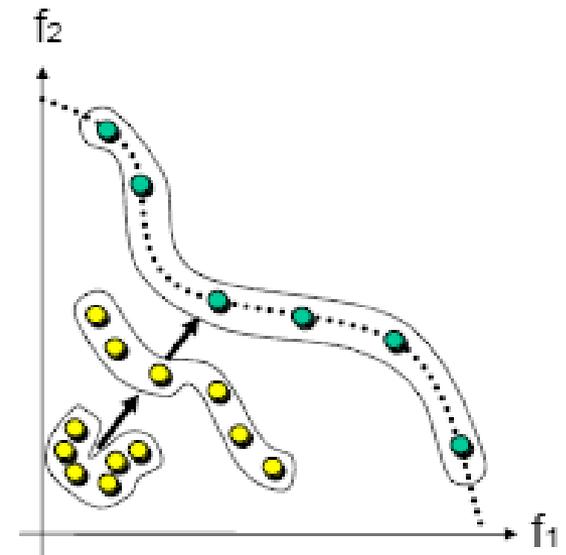
# Objetivo de la Optimización Multiobjetivo

- No suele existir una única solución optimal, existe un conjunto (a veces infinito) de soluciones No-Dominadas que forma la Frontera del Pareto
  - **Ejemplo:**  
**Identificar la frontera del Pareto para  $[Max Q(x), Max T(x)]$**



# Objetivo de la Optimización Multiobjetivo

- El objetivo es encontrar una **aproximación del frente de Pareto** de la mayor calidad posible
  - Debe estar tan cerca del frente de Pareto óptimo como sea posible
  - Las soluciones deben estar uniformemente distribuidas sobre el frente
  - La aproximación debe capturar todo el frente del Pareto, incluyendo los extremos



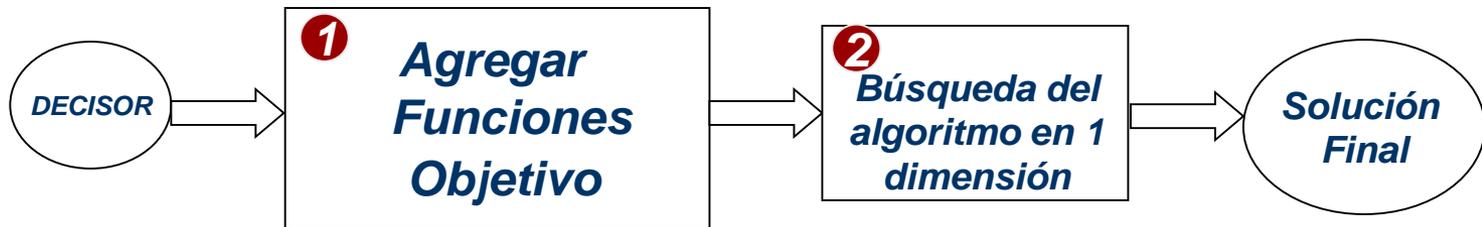
# Resolución de Problemas Multiobjetivo

---

¿Qué necesitamos para resolver este problema?:

- *Un método de búsqueda basado en los múltiples objetivos*
- *Una política de equilibrio entre los objetivos*
- *Un orden para este proceso de optimización*

Vamos a considerar 2 posibilidades: a) Agregación + búsqueda



***Primero se agregan los objetivos en una única función o se considera un orden entre ellos dando lugar a una función adecuada para el algoritmo mono-objetivo que se aplica a continuación***

# Resolución de Problemas Multiobjetivo

---

- Funciones de agregación: Se agregan todos los objetivos en una única función objetivo:
  - $f(x) = F(f_1(x), \dots, f_k(x))$
- Orden lexicográfico: Se considera un orden jerárquico para los objetivos:
  - Primero  $\min f_1(x)$ , luego  $\min f_2(x), \dots$
  - Para comparar dos soluciones se mira primero  $f_1(x)$ . En caso de empate, se mira  $f_2(x)$  y así sucesivamente
  - Ejemplo: TSP con tiempo y distancia. Encontrar el tour con la menor distancia de entre los tours de menor tiempo

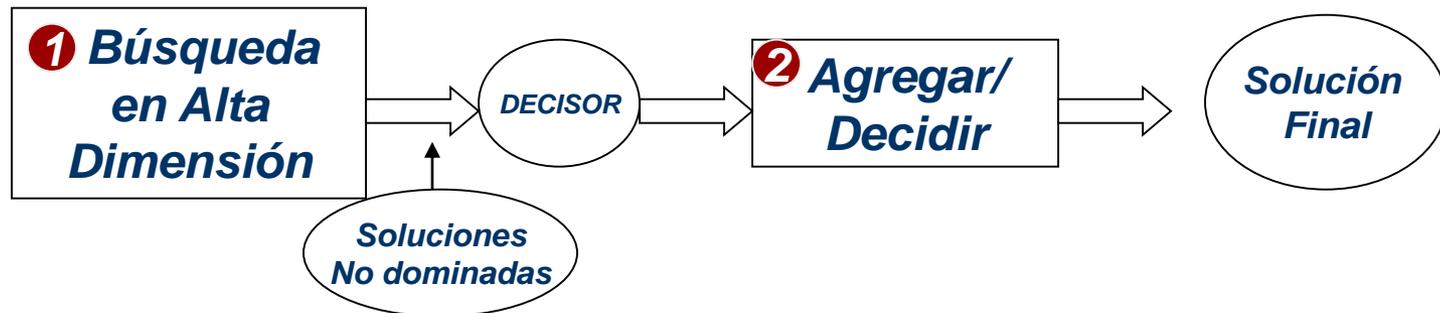
***En cualquier caso, el algoritmo mono-objetivo se tiene que ejecutar muchas veces para obtener una aproximación del frente de Pareto***

# Resolución de Problemas Multiobjetivo

¿Qué necesitamos para resolver este problema?:

- *Un método de búsqueda basado en los múltiples objetivos,*
- *Una política de equilibrio entre los objetivos,*
- *Un orden para este proceso de optimización*

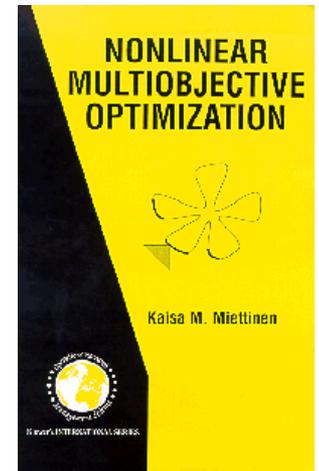
Vamos a considerar 2 posibilidades: b) **Búsqueda + agregar/decidir**



**Nota:** Se puede considerar una tercera posibilidad híbrida, combinando búsqueda en alta dimensión con búsquedas en dimensiones menores vía agregación parcial de objetivos, como modelos interactivos.

# Metaheurísticas para Problemas Multiobjetivo

- En la actualidad, hay unas 30 técnicas clásicas de programación matemática para resolver problemas de optimización multiobjetivo (MO)
- Sin embargo, **estas técnicas suelen generar los elementos del conjunto de Pareto de uno en uno**, requiriendo múltiples ejecuciones para obtener una aproximación
- Además, muchas de ellas son muy sensibles a la forma del frente de Pareto (p.e., no funcionan cuando el frente es cóncavo o está desconectado)



# Metaheurísticas para Problemas Multiobjetivo

---

- Por estas razones, la mayoría de los enfoques MO existentes están basados en metaheurísticas (MHs), en particular en algoritmos evolutivos (AEs) (70%)
- La mayor parte de ellos (un 90%) aplican el **segundo enfoque**, tratando de obtener una buena aproximación del frente de Pareto
- Los AEs son muy buenos optimizadores MO debido a que:
  - Son algoritmos poblacionales que permiten obtener **múltiples soluciones en una única ejecución**
  - Se adaptan a buscar en **distintas zonas del espacio** simultáneamente
  - **No son sensibles a la forma del frente de Pareto**

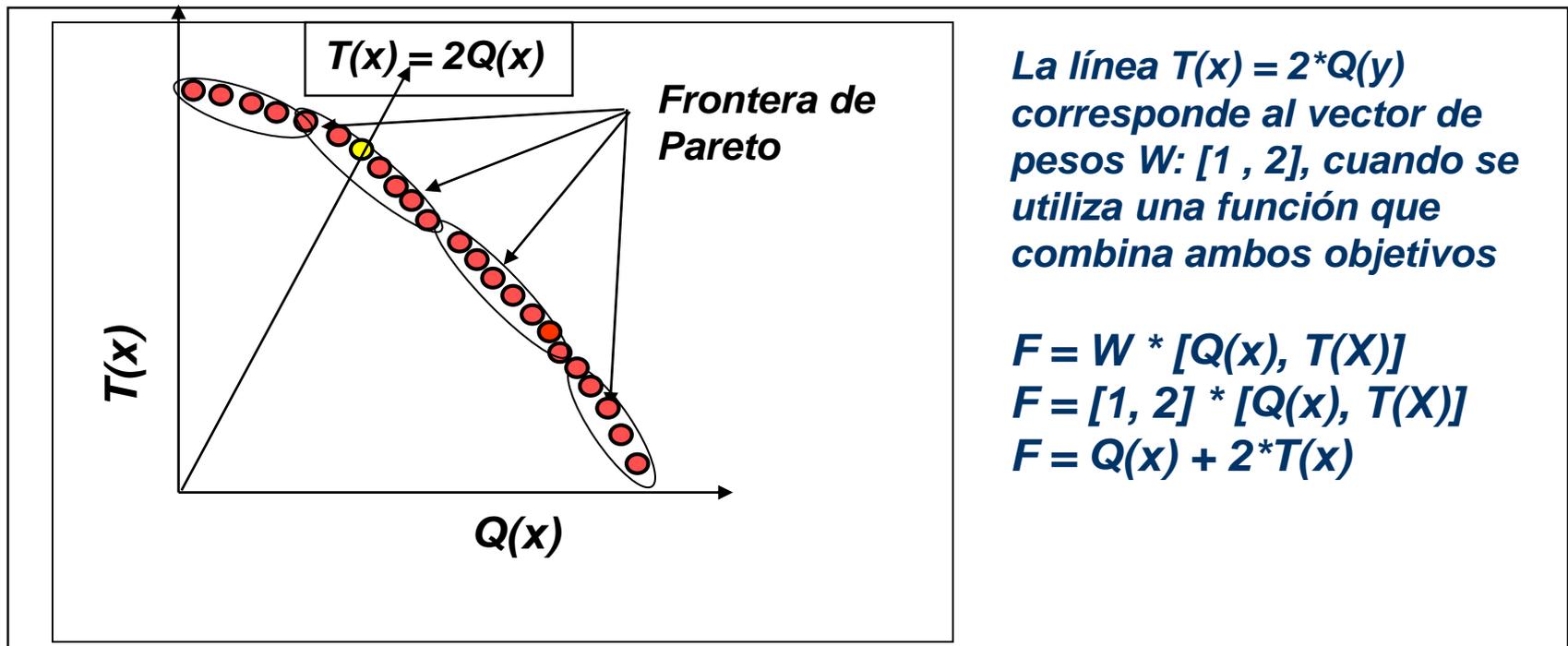
# Algoritmos Evolutivos Multiobjetivo

---

- Se evoluciona una población de soluciones al problema
- Se aplican mecanismos que mantengan diversidad en la población para conseguir un conjunto de soluciones no dominadas lo más grande posible
- Dos tipos de modelos de acuerdo a las tipologías a) y b):
  - **Modelos evolutivos utilizando pesos para la agregación de los objetivos**
  - **Modelos evolutivos que generan poblaciones de soluciones no dominadas**

# Modelos Evolutivos utilizando Pesos

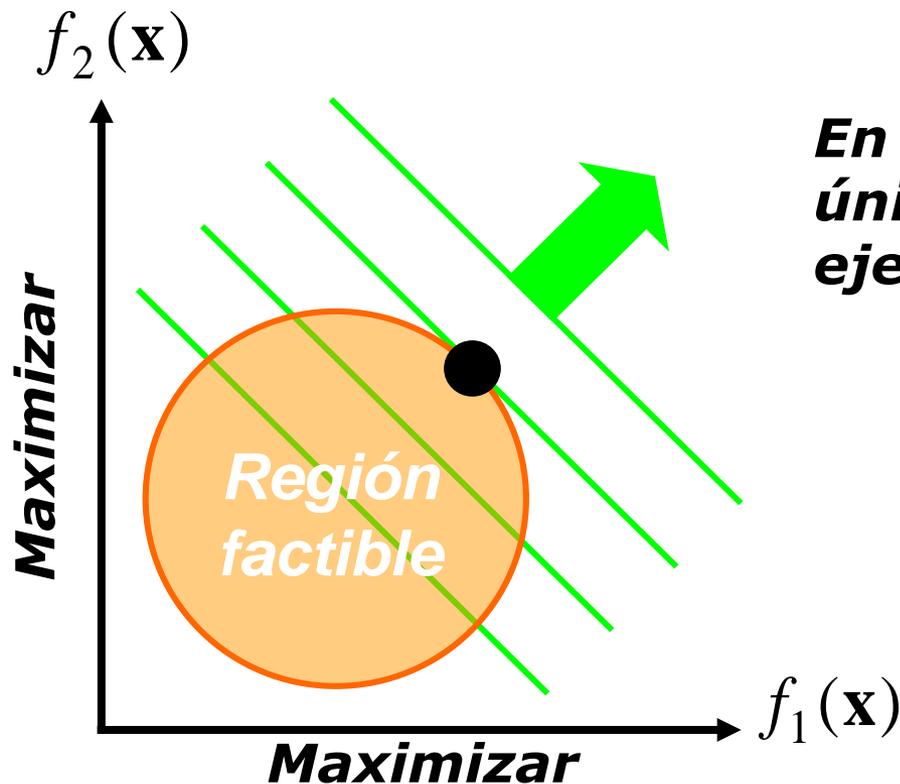
- La agregación de los objetivos conduce a la obtención de un único punto de equilibrio en la frontera
- Ejemplo:  $[Max Q(x), Max T(x)]$   
*Dar a  $T(x)$  dos veces la importancia de  $Q(x)$ , ej:  $T(x) = 2*Q(x)$*



## Modelos Evolutivos utilizando Pesos (2)

- Presentan los problemas habituales de un optimizador MO basado en agregación de los objetivos usando pesos:

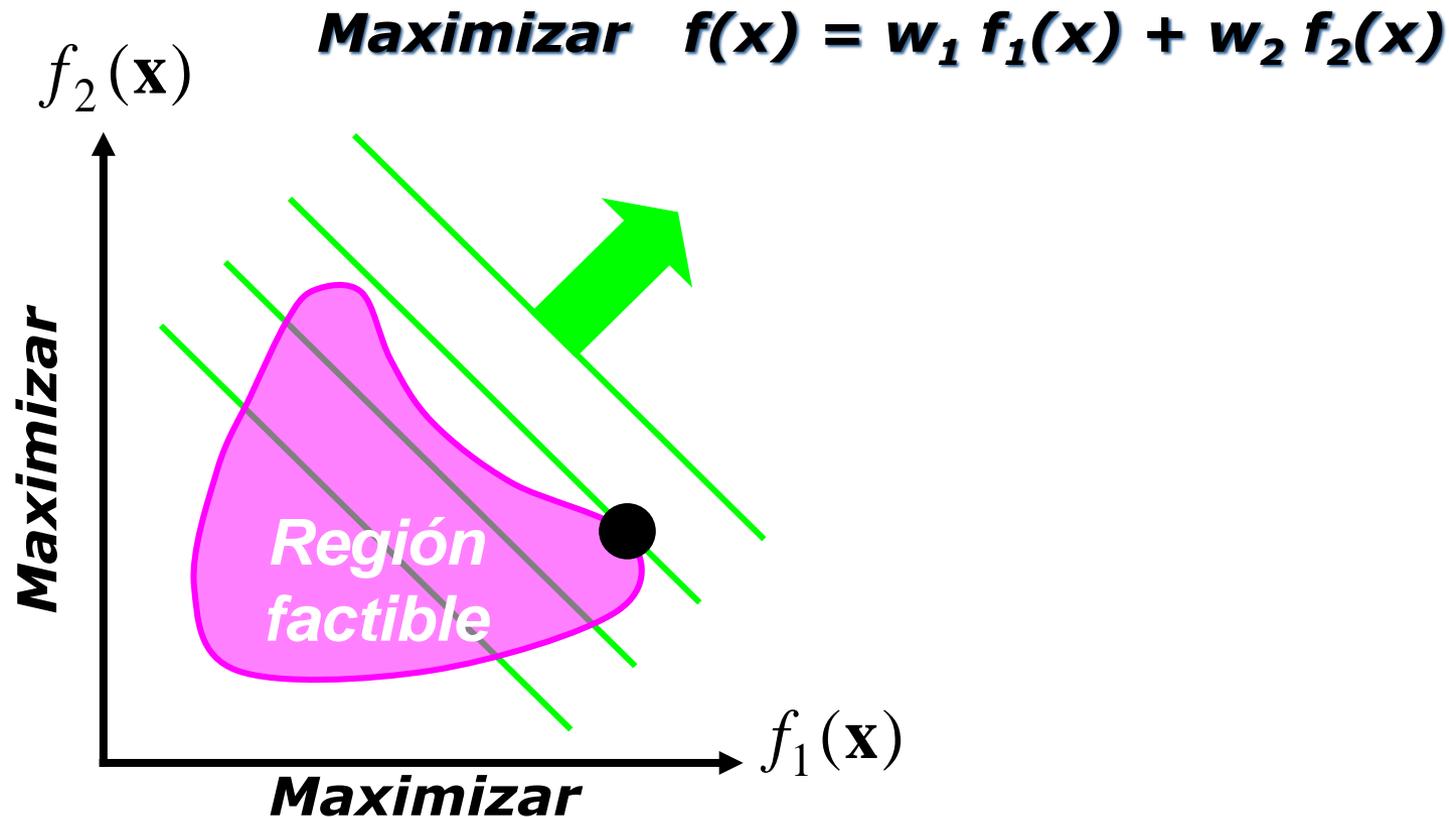
$$\text{Maximizar } f(\mathbf{x}) = w_1 f_1(\mathbf{x}) + w_2 f_2(\mathbf{x})$$



*En principio, se obtiene una única solución en cada ejecución*

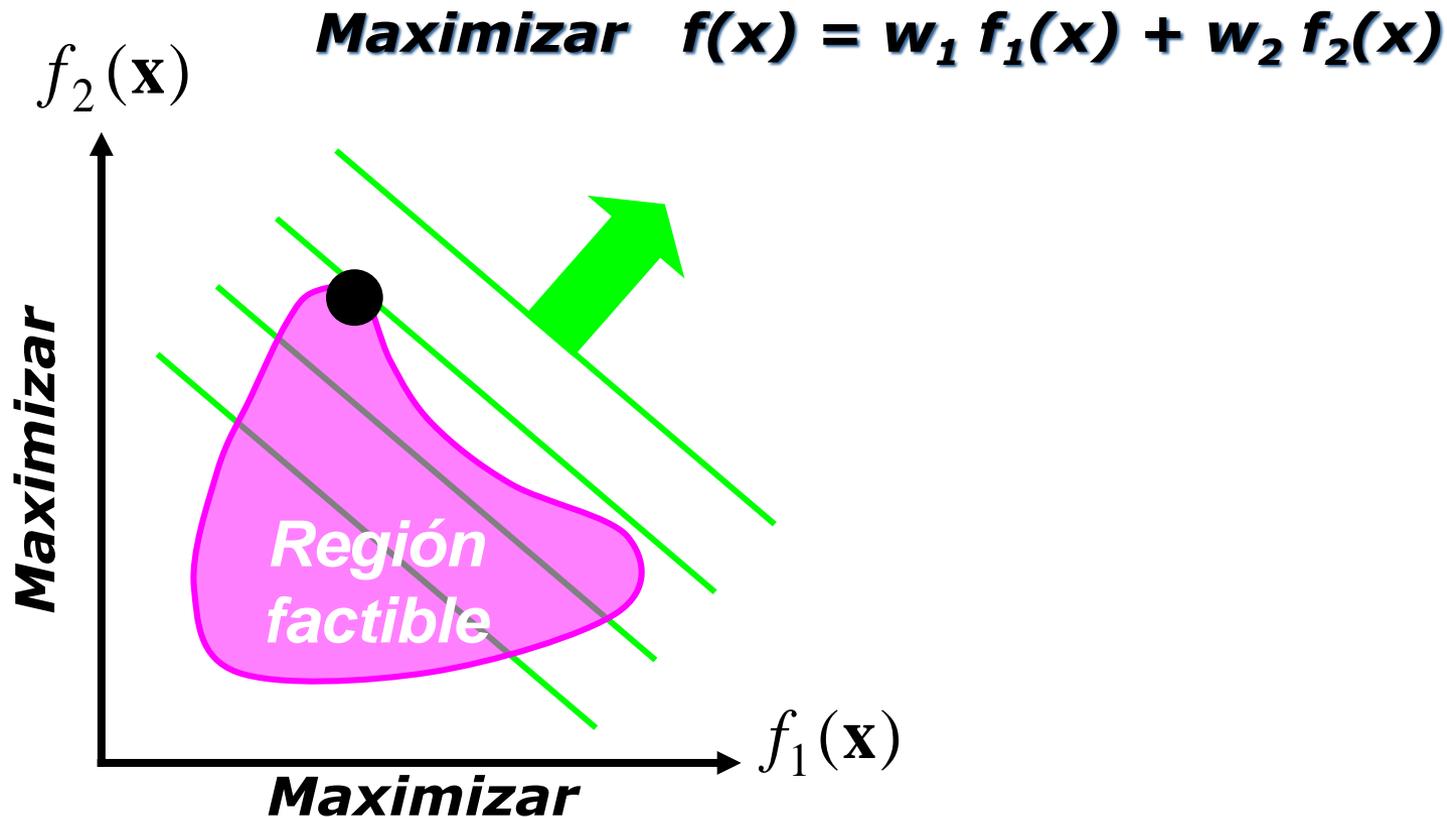
## Modelos Evolutivos utilizando Pesos (3)

- El enfoque es muy sensible a la especificación de los pesos
- No puede encontrar soluciones en regiones cóncavas del frente de Pareto



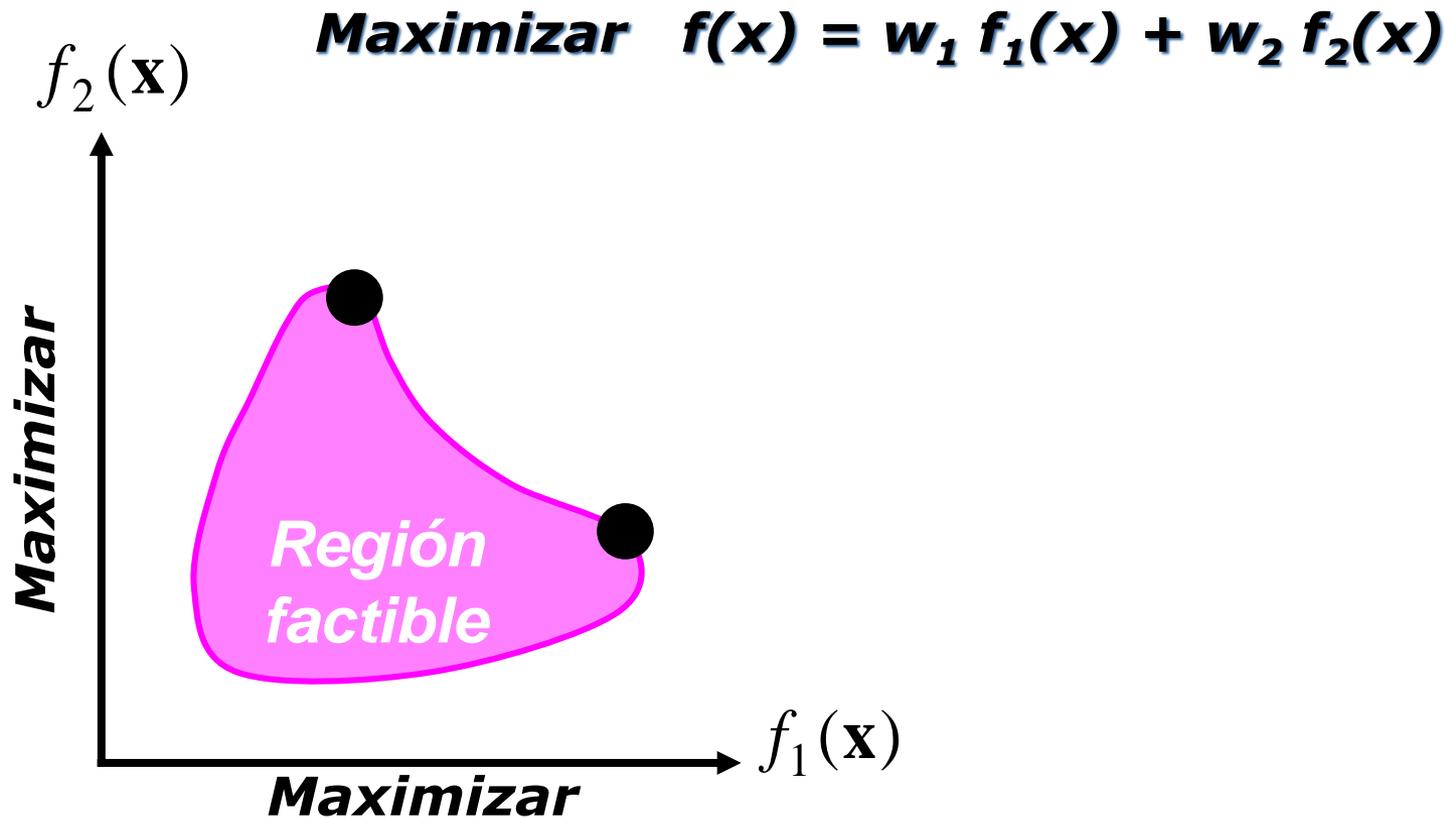
## Modelos Evolutivos utilizando Pesos (4)

- El enfoque es muy sensible a la especificación de los pesos
- No puede encontrar soluciones en regiones cóncavas del frente de Pareto



# Modelos Evolutivos utilizando Pesos (5)

- El enfoque es muy sensible a la especificación de los pesos
- No puede encontrar soluciones en regiones cóncavas del frente de Pareto



## Modelos Evolutivos utilizando Pesos (6)

---

- *VOW-GA: Variable Objective Weighting GA*  
(Hajela & Lin 1992)
- *RW-GA: Random Weights GA*  
(Ishibuchi & Murata, 1998)

*Se basan en trabajar con varios vectores de pesos, ya sean aprendidos por el algoritmo genético (codificados en el propio cromosoma) o aleatorios para cada evaluación*

*Gracias a ello, pueden obtener varias soluciones del frente del Pareto en una sola ejecución*

# Modelos Evolutivos que Generan Poblaciones de Soluciones No Dominadas

---

## ***Primera generación de Algoritmos Evolutivos Multiobjetivo basados en soluciones no-dominadas***

- ***MOGA: Multi-objective Optimization GA***

*C.M. Fonseca, P.J. Fleming, Genetic algorithms for multiobjective optimization: Formulation, discussion and generalization. S. Forrest (Ed.), Proc. 5<sup>th</sup> Int. Conf. on Genetic Algorithms, Morgan Kaufmann, 1993, 416-423.*

- ***NPGA: Niche Pareto GA***

*J. Horn, N. Nafpliotis. Multiobjective Optimization Using the Niche Pareto Genetic Algorithms. IlliGAL Report 93005, University of Illinois, Urbana, Champaign, July 1993.*

- ***NSGA: Non-dominated Sorting GA***

*N. Srinivas, K. Deb, Multiobjective Optimization Using Nondominated Sorting in Genetic Algorithms. Evolutionary Computation 2 (1995) 221-248.*

# Modelos Evolutivos que Generan Poblaciones de Soluciones No Dominadas (2)

---

- **MOGA: Multi-objective Optimization GA**  
(Fonseca & Fleming 1993)

*C.M. Fonseca, P.J. Fleming, Genetic algorithms for multiobjective optimization: Formulation, discussion and generalization. S. Forrest (Ed.), Proc. 5<sup>th</sup> Int. Conf. on Genetic Algorithms, Morgan Kaufmann, 1993, 416-423.*

*A cada individuo de la población se le asignará un rango de acuerdo al cual será ordenado para la selección*

*El rango se asigna según un criterio de no dominancia*

*Si  $x_i$  es no dominado entonces  $\text{rango}(x_i) = 1$*

*En otro caso  $\text{rango}(x_i) = 1 + (\text{no. de individuos que lo dominan})$*

# Modelos Evolutivos que Generan Poblaciones de Soluciones No Dominadas (3)

---

- **MOGA: Multi-objective Optimization GA**  
(Fonseca & Fleming 1993)

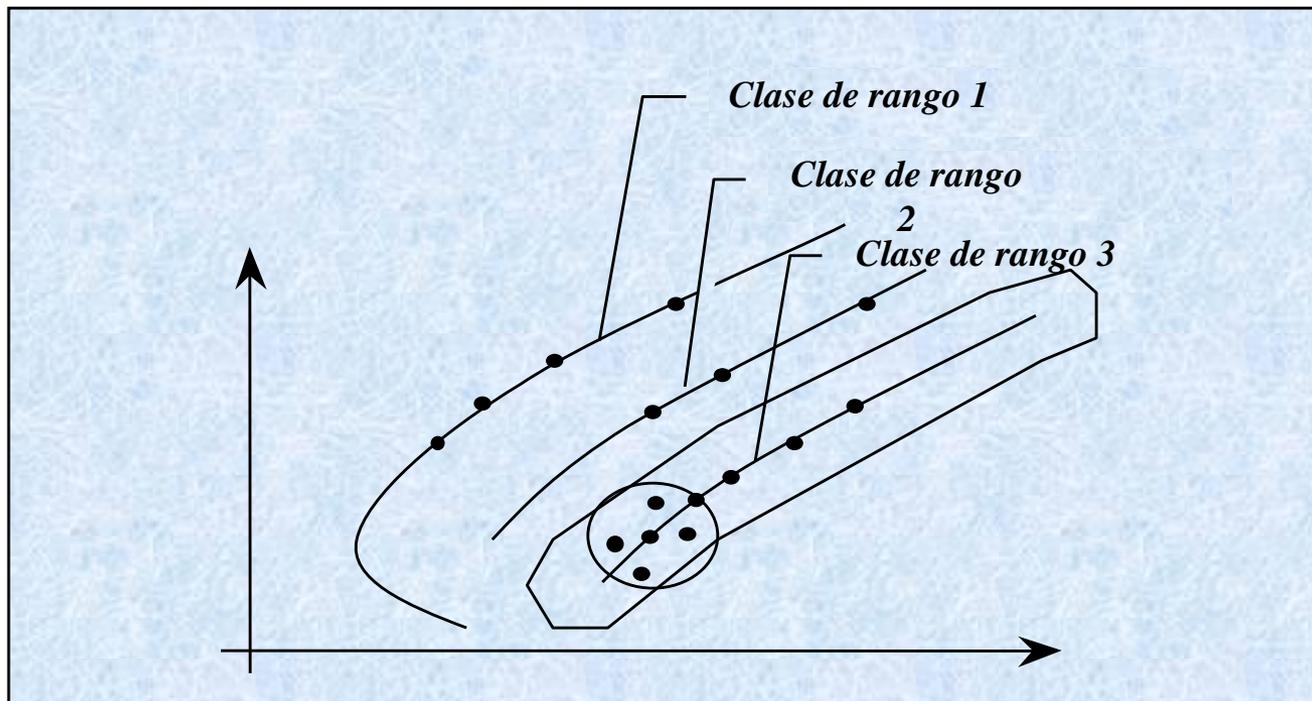
*Una vez calculado el rango de los individuos de la población se siguen los siguientes pasos:*

- 1. La población se ordena de menor a mayor de acuerdo al rango que se le ha asignado a cada individuo*
- 2. Se asigna el valor de adaptación para cada individuo por interpolación desde el mejor (rango 1) hasta el peor*
- 3. Se promedia la adaptación de los individuos con el mismo rango, para que tengan el mismo valor de adaptación*

**Nuevas versiones utilizan técnicas de proporción de nichos (sharing) sobre los objetivos**

# Modelos Evolutivos que Generan Poblaciones de Soluciones No Dominadas (3)

- ***MOGA: Multi-objective Optimization GA***  
(Fonseca & Fleming 1993)



## ***Elitismo en la Búsqueda Evolutiva Multiobjetivo. Conjunto Elite***

### ***SPEA y SPEA2***

### ***Elitismo Dentro de la Población: NSGA II***

# Elitismo en la Búsqueda Evolutiva Multiobjetivo.

## Conjunto Elite

---

*Los AEs MO de segunda generación incorporan el concepto de elitismo*

*El modelo más extendido usa una población externa, donde se almacenan soluciones no-dominadas encontradas a lo largo de la búsqueda*

*Esto permite al algoritmo cubrir de un modo más adecuado el Frente del Pareto*

*Este conjunto de soluciones no dominadas se suele llamar "conjunto elite",  $P^e$ , con tamaño  $N^e$ . Su uso lleva asociadas dos cuestiones:*

***Población* ➡ *Conjunto elite***

***¿Qué soluciones de  $P$  se mantienen en  $P^e$ ?***

***Conjunto elite* ➡ *Población***

***¿Cómo y cuando los elementos de  $P^e$  se reinsertan en  $P$ ?***

***Ejemplos: Modelos elitistas SPEA y SPEA2***

# Elitismo en la Búsqueda Evolutiva Multiobjetivo. Conjunto Elite (2)

---

## **Modelo Genérico de Algoritmo Evolutivo Multiobjetivo Elitista**

**$t := 0$**

**$(A^0, B^0, p_e^0) := \text{inicializar}$**

**MIENTRAS  $\text{terminar}(A^t, B^t, t) = \text{falso}$  HACER**

**$t := t + 1$**

**$A^t := \text{truncar}(\text{actualizar}(A^{t-1}, B^{t-1}))$**

**$p_e^t := \text{adaptar}(A^t, B^{t-1}, p_e^{t-1})$**

**$B^t := \text{operadores}(\text{selección}(\text{evaluación}(A^t, B^{t-1}, p_e^t)))$**

**Fin MIENTRAS**

**$A^t$  : población élite**

**$B^t$  : población**

**$p_e^t$  := intensidad del elitismo en la generación  $t$ .**

# SPEA: Modelo Evolutivo con Conjunto Elite

---

## ■ **STRENGTH PARETO EVOLUTIONARY ALGORITHMS (SPEA) (Zitzler, Thiele, 1998)**

*Zitzler, E., Thiele, L. (1998a) An evolutionary algorithm for multiobjective optimization: The strength Pareto Approach. Technical Report 43, Zürich, Switzerland: Computer Engineering and Networks Laboratory (TIK), Swiss Federal Institute of Technology (ETH)*

*E. Zitzler, L. Thiele. Multiobjective Evolutionary Algorithms: A Comparative Case Study and the Strength Pareto Approach. IEEE Transactions on Evolutionary Computation 3:4 (1999) 257-217*

*Zitzler, E., Deb, K., Thiele, L. (2000) Comparison of multiobjective evolutionary algorithms: Empirical results. Evolutionary Computation Journal 8(2), 125-148*

***Este algoritmo introduce el concepto de CONJUNTO ELITISTA EXTERNO DE SOLUCIONES NO DOMINADAS, actualmente muy importante en el desarrollo de AEs MO***

# SPEA (2)

---

## **Algoritmo SPEA**

- Paso 1. Generar la población inicial  $P$  y el conjunto  $P^e$  vacío***
- Paso 2. Copiar las soluciones no dominadas de  $P$  en  $P^e$***
- Paso 3. Quitar en  $P^e$  aquellas soluciones dominadas por otras***
- Paso 4. Si  $|P^e| > N^e$ , entonces reducir el conjunto a tamaño  $N^e$  mediante técnicas de clustering***
- Paso 5. Calcula el fitness de los individuos de  $P' = P + P^e$***
- Paso 6. Seleccionar  $N$  individuos a partir de  $P'$  (mediante torneo binario)***
- Paso 7. Aplicar cruce y mutación***
- Paso 8. Volver al Paso 2 si no se ha alcanzado el máximo número de iteraciones***

# SPEA2

---

*Eckart Zitzler, Marco Laumanns, Lothar Thiele: SPEA2: Improving the Strength Pareto Evolutionary Algorithm.  
Zürich, TIK Report Nr. 103, Computer Engineering and Networks Lab (TIK), Swiss Federal Institute of Technology (ETH) Zurich, May, 2001.*



*Eckart Zitzler*

<https://sop.tik.ee.ethz.ch/people/zitzler/>  
<https://scholar.google.ch/citations?user=GW8tPekAAAAJ&hl=de>

**Source code**

<ftp://ftp.tik.ee.ethz.ch/pub/people/zitzler/spea.cc>  
<ftp://ftp.tik.ee.ethz.ch/pub/people/zitzler/spea.tar.gz>  
<https://sop.tik.ee.ethz.ch/download/supplementary/testProblemSuite/>

## **PISA**

*A Platform and Programming Language Independent Interface for Search Algorithms*

<https://sop.tik.ee.ethz.ch/pisa/>

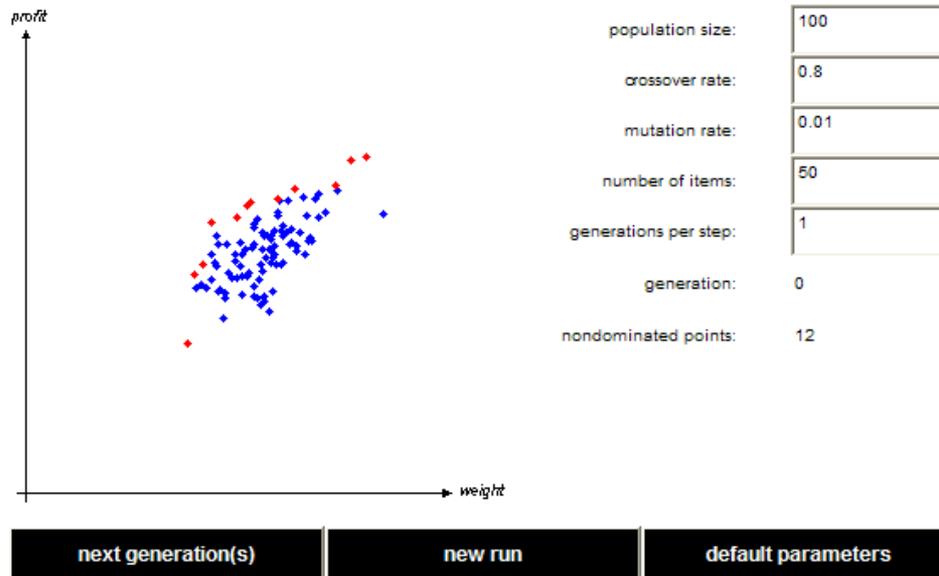
# SPEA2 (2)

<https://sop.tik.ee.ethz.ch/education/misc/moeaApplet/>

## A Multiobjective Evolutionary Algorithm for the 0/1 Knapsack Problem

**Author:** [Eckart Zitzler](#)

This page contains a Java applet that implements a simple evolutionary algorithm for the multiobjective 0/1 knapsack problem. It demonstrates how a set of optimal trade-offs between overall profit and weight is approximated by an iterative process: a set of solution candidates undergoes selection, recombination, and mutation to generate a new (and hopefully better) set of solution candidates.



# Clasificación de los AEs MO con Conjunto Élite

---

## ***Características que permiten clasificar a los MOEA Elitistas:***

- *Utilizan una población secundaria "elite":  $A^t$*
- *Estrategia de elitismo: ¿Cómo se actualiza la población elitista,  $A^t$ ?*
- *Estrategia de evaluación: ¿Cómo afectan los individuos del conjunto elite a la asignación de fitness en la población y viceversa?*
- *Estrategia de reinserción: ¿Cómo toman parte los individuos elite en el proceso de reproducción de descendientes?*
- *Los diferentes MOEA elitistas difieren, entre otras cosas, en la aplicación de estas tres estrategias*

# NSGA-II: Modelo Evolutivo con Elitismo dentro de la Población Genética

---

**NSGA-II: K. Deb, A. Pratap, S. Agarwal and T. Meyarivan. A Fast and Elitist Multiobjective Genetic Algorithm: NSGA-II. IEEE Transactions on Evolutionary Computation 6:2 (2002) 182-197.**

***Muy extendido y considerado por muchos el mejor modelo***

- *Nondominated Sorting Genetic Algorithm II (NSGA-II) fue propuesto por Kalyan Deb y sus estudiantes en 2000*
- *Es una versión mejorada del NSGA que utiliza un operador de crowding que no requiere parámetros en vez de usar nichos*
- *NSGA-II utiliza un esquema de selección más en el cual la población de padres se compara con la población de hijos*
- *Además de contar con el uso de elitismo, NSGA-II es mucho más eficiente (computacionalmente) que NSGA y es un algoritmo altamente competitivo en convergencia al Pareto*

# NSGA-II (2)

- *En cada generación, se crea un conjunto mediante la unión de la actual población y la población de hijos generada mediante selección, cruce y mutación*
- *De este conjunto se extraen los diferentes frentes (agrupados según el número de soluciones que los dominan). El frente  $F_1$  coincide con la aproximación actual del frente de Pareto óptimo*
- *La nueva población se crea incluyendo los frentes (de mejor a peor) hasta alcanzar el tamaño máximo. Si no caben todos los individuos del último frente, se trunca atendiendo al orden basado en el crowding (medida de concentración)*

$$R_t = P_t \cup Q_t$$

combine parent and offspring population

$$\mathcal{F} = \text{fast-non-dominated-sort}(R_t)$$

$\mathcal{F} = (\mathcal{F}_1, \mathcal{F}_2, \dots)$ , all nondominated fronts of  $R_t$

$$P_{t+1} = \emptyset \text{ and } i = 1$$

$$\text{until } |P_{t+1}| + |\mathcal{F}_i| \leq N$$

until the parent population is filled

$$\text{crowding-distance-assignment}(\mathcal{F}_i)$$

calculate crowding-distance in  $\mathcal{F}_i$

$$P_{t+1} = P_{t+1} \cup \mathcal{F}_i$$

include  $i$ th nondominated front in the parent pop

$$i = i + 1$$

check the next front for inclusion

$$\text{Sort}(\mathcal{F}_i, \prec_n)$$

sort in descending order using  $\prec_n$

$$P_{t+1} = P_{t+1} \cup \mathcal{F}_i[1 : (N - |P_{t+1}|)]$$

choose the first  $(N - |P_{t+1}|)$  elements of  $\mathcal{F}_i$

$$Q_{t+1} = \text{make-new-pop}(P_{t+1})$$

use selection, crossover and mutation to create

a new population  $Q_{t+1}$

$$t = t + 1$$

increment the generation counter

# NSGA-II (3)

fast-non-dominated-sort( $P$ )

for each  $p \in P$

$S_p = \emptyset$

$n_p = 0$

for each  $q \in P$

if ( $p \prec q$ ) then

$S_p = S_p \cup \{q\}$

else if ( $q \prec p$ ) then

$n_p = n_p + 1$

if  $n_p = 0$  then

$p_{\text{rank}} = 1$

$\mathcal{F}_1 = \mathcal{F}_1 \cup \{p\}$

$i = 1$

while  $\mathcal{F}_i \neq \emptyset$

$Q = \emptyset$

for each  $p \in \mathcal{F}_i$

for each  $q \in S_p$

$n_q = n_q - 1$

if  $n_q = 0$  then

$q_{\text{rank}} = i + 1$

$Q = Q \cup \{q\}$

$i = i + 1$

$\mathcal{F}_i = Q$

If  $p$  dominates  $q$

Add  $q$  to the set of solutions dominated by  $p$

Increment the domination counter of  $p$

$p$  belongs to the first front

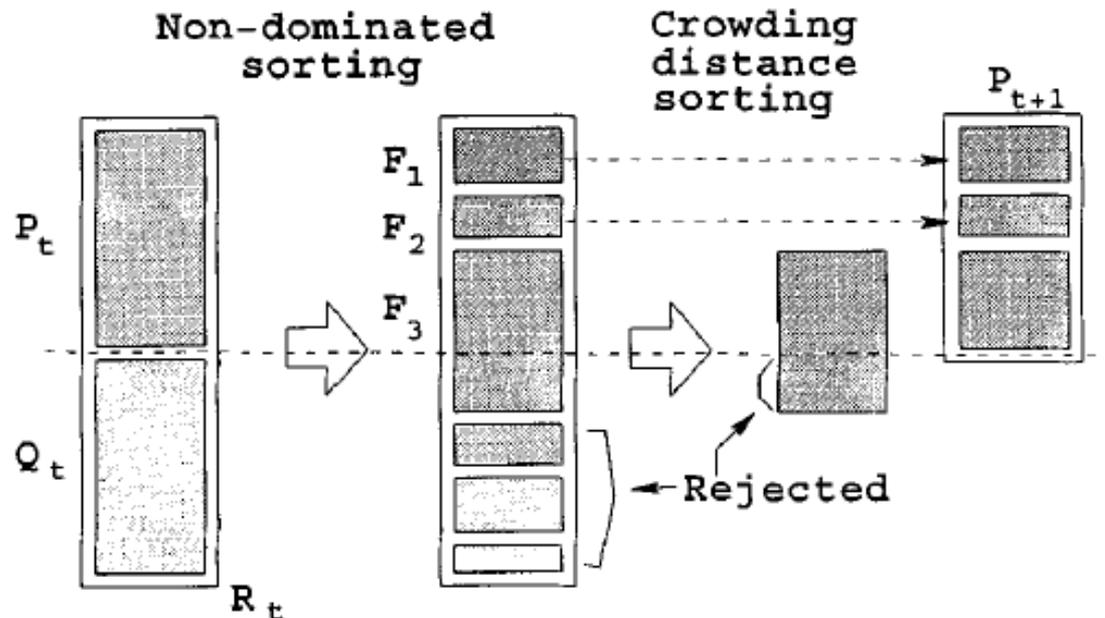
Initialize the front counter

Used to store the members of the next front

$q$  belongs to the next front

# NSGA-II (4)

- *La medida de crowding se utiliza para seleccionar las soluciones más dispersas entre los individuos del último frente utilizado en la nueva población ( $F_3$  en este ejemplo)*
- *Cuanto mayor sea la distancia de crowding de una solución al resto de su frente mejor, ya que hay menos concentración en esa zona*



# NSGA-II (5)

crowding-distance-assignment( $\mathcal{I}$ )

$l = |\mathcal{I}|$

for each  $i$ , set  $\mathcal{I}[i]_{\text{distance}} = 0$

for each objective  $m$

$\mathcal{I} = \text{sort}(\mathcal{I}, m)$

$\mathcal{I}[1]_{\text{distance}} = \mathcal{I}[l]_{\text{distance}} = \infty$

for  $i = 2$  to  $(l - 1)$

$\mathcal{I}[i]_{\text{distance}} = \mathcal{I}[i]_{\text{distance}} + (\mathcal{I}[i + 1].m - \mathcal{I}[i - 1].m) / (f_m^{\max} - f_m^{\min})$

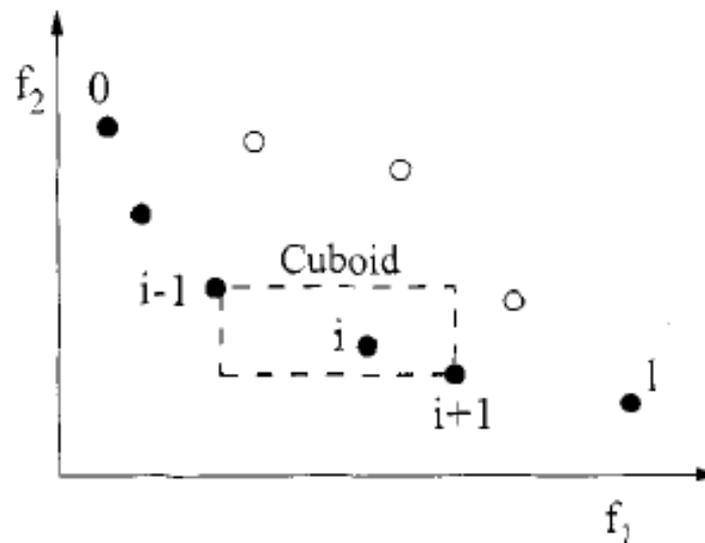
number of solutions in  $\mathcal{I}$

initialize distance

sort using each objective value

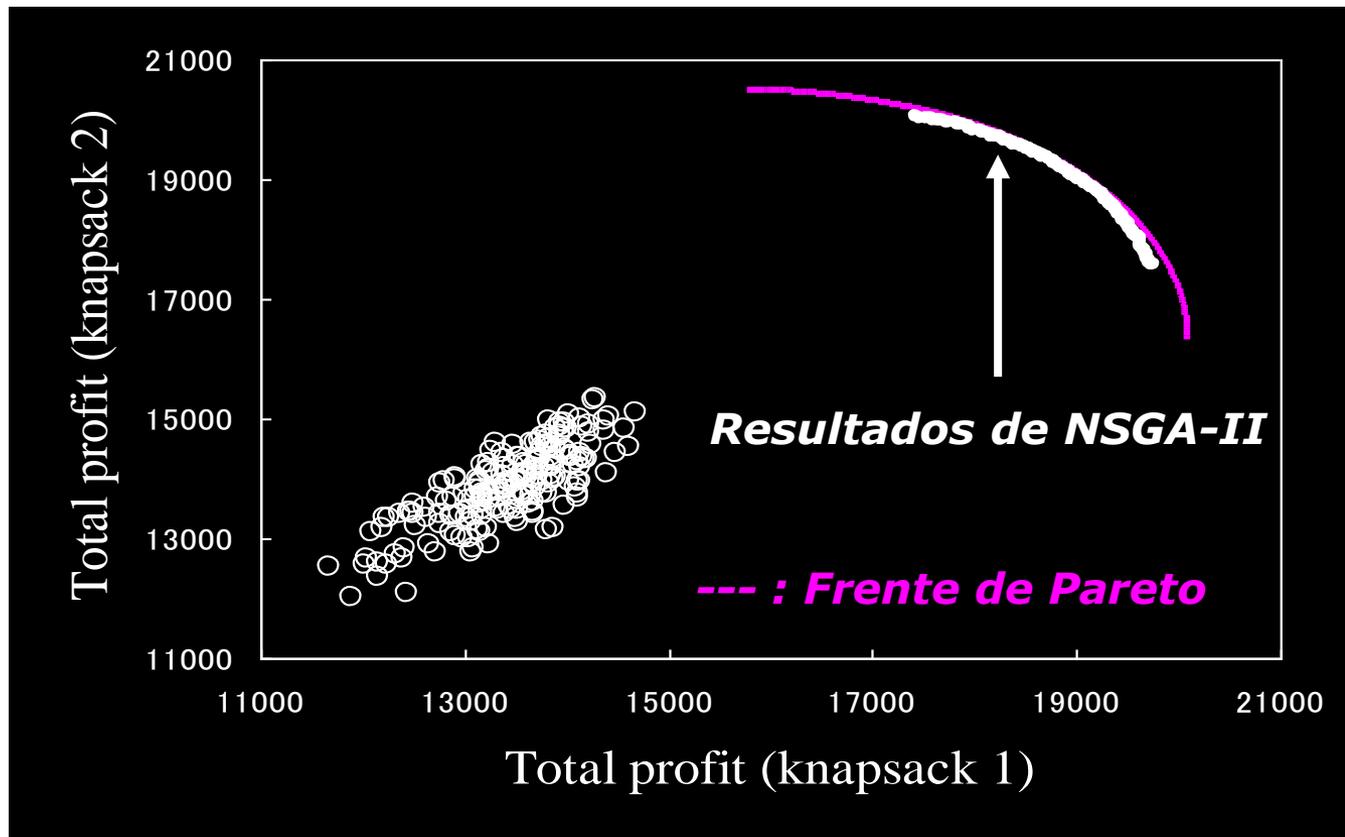
so that boundary points are always selected

for all other points



# NSGA-II (6)

## **Problema de la Mochila bi-objetivo con 500 objetos (Maximización)**



**200 soluciones aleatorias y el frente de Pareto óptimo**

# NSGA-II (7)

---

## **Problemas:**

- ***Parece tener un comportamiento más pobre cuando se utiliza con representación binaria***
- ***Tiende a tener problemas exploratorios conforme se incrementa el número de funciones objetivo (lo tienen todos los algoritmos actuales) →***

***NUEVOS MOEAs: MANY-OBJECTIVIZATION***

# NSGA-II (8)

---



**Kalyanmoy Deb**

**<http://www.iitk.ac.in/kangal/>**  
**<https://www.egr.msu.edu/~kdeb/>**

***The IEEE TEC paper describing NSGA-II for multi-objective optimization is judged as the FAST-BREAKING PAPER IN ENGINEERING by Web of Science (ESI) in February 2004***

**Softwares Developed at KanGAL**

**<http://www.iitk.ac.in/kangal/codes.shtml>**

- **Multi-objective NSGA-II code in C**
  - **Original Implementation (for Windows and Linux): [NSGA-II in C \(Real + Binary + Constraint Handling\)](#)**
  - **New (10 April 2005) (for Linux only): [NSGA-II in C \(Real + Binary + Constraint Handling\)](#)**
  - **Revision 1.1 (10 May 2005) (for Linux only): [NSGA-II in C \(Real + Binary + Constraint Handling\)](#)**
  - **Revision 1.1 (10 June 2005) (for Linux only): [NSGA-II in C with gnuplot \(Real + Binary + Constraint Handling\)](#)**

## NSGA-II (9)

---



***Prof. Deb receives Shanti Swarup Bhatnagar Prize  
from Honorable Prime Minister of India  
on 28 September 2005 in New Delhi***

# Conclusiones

---

- *Los MOEAs se han convertido en una de las áreas de investigación más activas en el ámbito de la Computación Evolutiva*
- *Su aplicabilidad en los problemas multiobjetivo es clara e inmediata, y se han convertido en una herramienta muy importante para abordar dichos problemas*
- *Es un área consolidada y a la vez muy abierta desde la doble perspectiva de la investigación en el desarrollo de nuevos MOEAs (incorporación de preferencias, funciones dinámicas, espacios con restricciones, escalabilidad en cuanto al número de objetivos, trade-off eficiencia-eficacia en problemas complejos, paralelismo, ...), como de la aplicación*
- **La comparación de las soluciones obtenidas por un MOEA (de las aproximaciones del frente de Pareto) es un problema complejo**

## Conclusiones (2)

**¿Qué aproximación del frente de Pareto es mejor?**

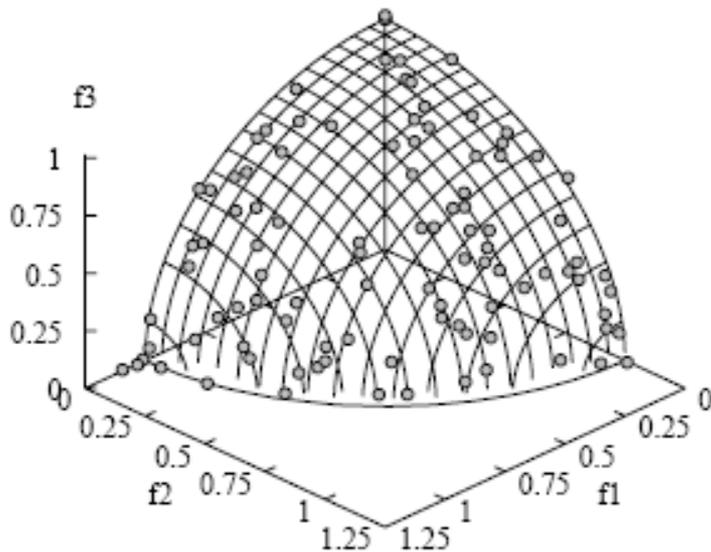


Figure 9: Non-dominated points obtained using NSGA-II.

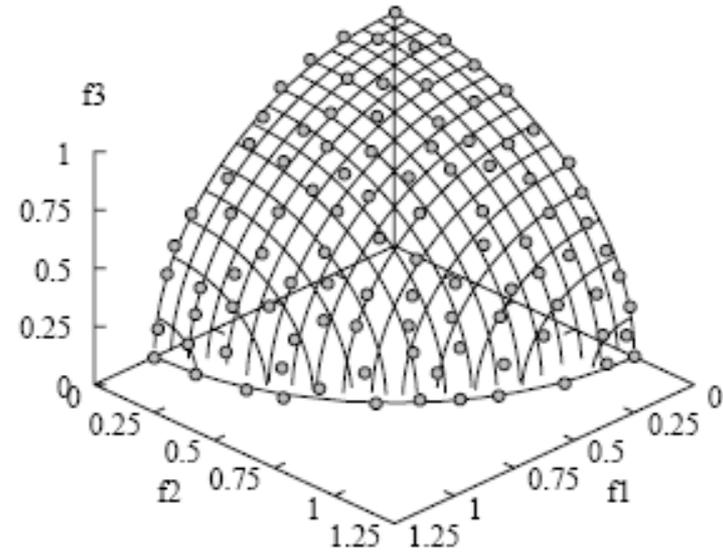


Figure 10: Non-dominated points obtained using SPEA2.

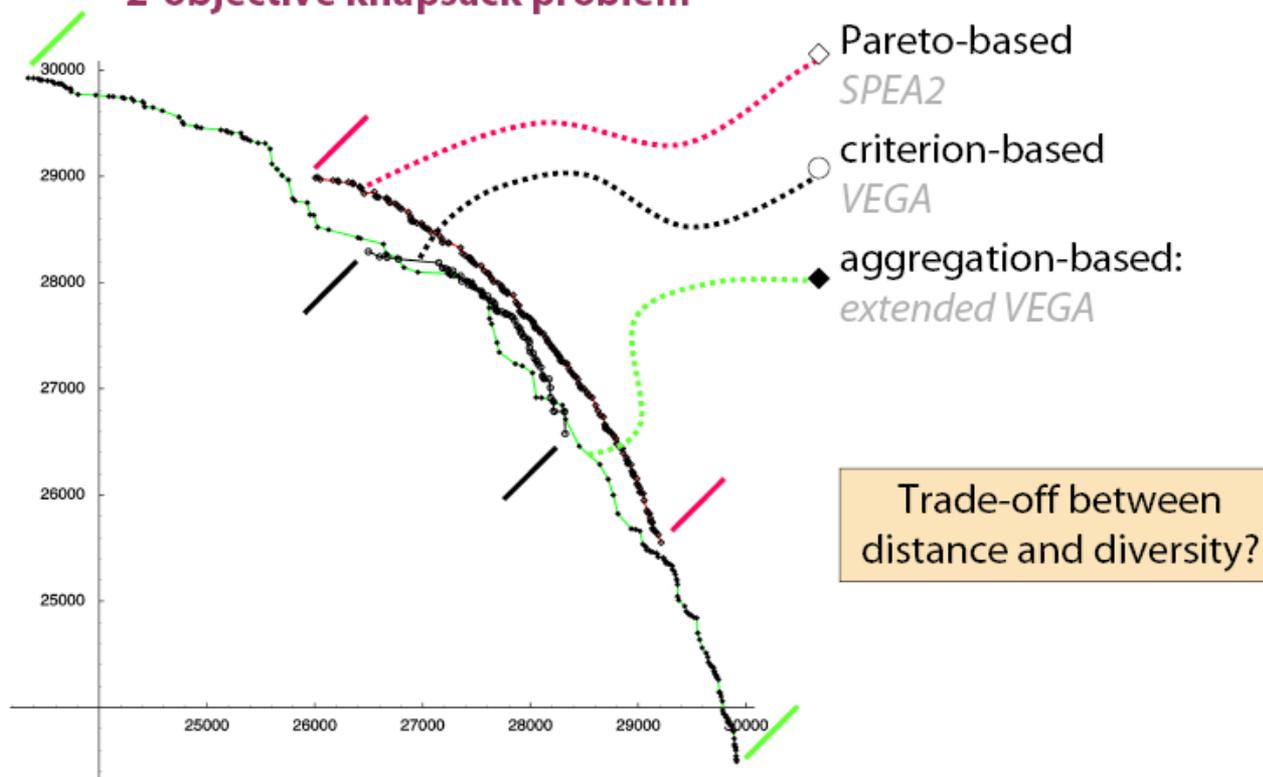
# Conclusiones (3)

© Eckart Zitzler  
ETH Zurich

## Potential Problems

EUROGEN 2001  
Invited Lecture

### 2-objective knapsack problem

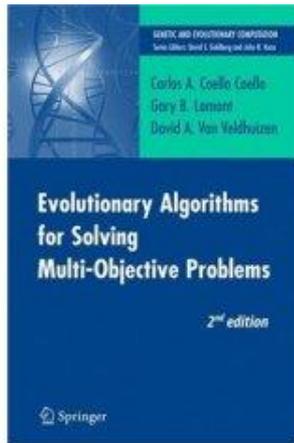


# Más sobre AEs MO

## **PARA SABER MAS SOBRE OPTIMIZACIÓN EVOLUTIVA MULTI OBJETIVO**

**Visitar el repositorio de EMOO localizado en:**

**<http://delta.cs.cinvestav.mx/~ccoello/EMOO>**



**C.A. Coello, D.A. Van Veldhuizen, G.B. Lamont, *Evolutionary Algorithms for Solving Multi-Objective Problems*. Kluwer Academic Pub., 2007 (second-edition) .**



***Evolutionary Multi-Criterion Optimization*  
Third Int. Conf, EMO 2005, Guanajuato, Mexico, March 9-11, 2005,  
Proceedings**

**Series: *Lecture Notes in Computer Science*, Vol. 3410**

**Coello Carlos A.; Hernández, Arturo; Zitzler, Eckart (Eds.) 2005, XVI, 912 p.,**



**C.A. Coello**

**<https://scholar.google.com/citations?user=oJMnjNYAAAAJ&hl=es>**

# Bibliografía

---

## **Lecturas Básicas:**

**C.A. Coello. Evolutionary Multiobjective Optimization: Current and Future Challenges. In J. Benitez, O. Cordon, F. Hoffmann, and R. Roy (Eds.), Advances in Soft Computing--- Engineering, Design and Manufacturing. Springer-Verlag, September, 2003, pp. 243 - 256.**

**E. Zitzler, L. Thiele, M. Laumanns, C.M. Fonseca, and V. Grunert da Fonseca. Performance Assessment of Multiobjective Optimizers: An Analysis and Review. IEEE Transactions on Evolutionary Computation 7:2, April, 2003, pp. 117 - 132. ([PDF, 1172 Kb](#))**

**K. Deb, A. Pratap, S. Agarwal, and T. Meyarivan. A Fast and Elitist Multiobjective Genetic Algorithm: NSGA-II. IEEE Transactions on Evolutionary Computation 6:2, April, 2002, pp. 182 - 197.**

**M. Laumanns, L. Thiele, K. Deb, and E. Zitzler. Combining Convergence and Diversity in Evolutionary Multi-objective Optimization. Evolutionary Computation 10:3, Fall, 2002, pp. 263 - 282.**

**K. Deb, L. Thiele, M. Laumanns, and E. Zitzler. Scalable Test Problems for Evolutionary Multiobjective Optimization. In A. Abraham, L. Jain, and R. Goldberg (Eds.), Evolutionary Multiobjective Optimization. Theoretical Advances and Applications. Springer, USA, 2005, pp. 105 - 145.**