

# Estabilidad de las decisiones en el tiempo, ¿cómo medirla?

R. de Andrés Calle  
BORDA Research Unit,  
PRESAD Research Group and  
Multidisciplinary Institute of Enterprise  
University of Salamanca,  
E37007 Salamanca, Spain  
rocioac@usal.es

J.M. Cascón  
Department of Economics  
and Economic History  
Institute on Fundamental Physics  
and Mathematics  
University of Salamanca,  
E37007 Salamanca, Spain  
casbar@usal.es

T. González-Arteaga  
BORDA and PRESAD Research Groups  
Multidisciplinary Institute of Enterprise  
University of Valladolid,  
E47011 Valladolid, Spain  
teresa.gonzalez.artea@uva.es

**Resumen**—En esta contribución se propone un enfoque no tradicional en la medición de la estabilidad de las decisiones tomadas por los agentes a lo largo del tiempo. Esta contribución se centra en medir la estabilidad de las decisiones de los agentes en un contexto intertemporal bajo el supuesto de considerar las decisiones temporales como preordenes completos sobre las alternativas. Con este objetivo principal, se introduce el concepto general de *medida de la estabilidad de las decisiones intertemporales*, así como dos medidas particulares.

**Index Terms**—Estabilidad de las decisiones en el tiempo, preferencias intertemporales, preordenes, efecto pérdida de memoria

## I. INTRODUCCIÓN

El comportamiento humano implica decisiones intertemporales. En estas decisiones la persona debe evaluar los costes y los beneficios de decidir sobre un conjunto de alternativas en diferentes momentos del tiempo. Todos los días, los seres humanos tomamos decisiones intertemporales, por ejemplo cuando seleccionamos entre comer algo a media mañana o comer una comida completa a medio día o entre ir de vacaciones o aumentar la contribución al fondo de pensiones, etc.

El estudio de la elección intertemporal ha recibido atención desde diversas áreas de investigación como Economía, Psicología, Análisis de Decisión, Neurociencia, etc.

En términos generales, en la literatura especializada existen dos enfoques diferentes para tratar la medición de la estabilidad temporal de las decisiones de los individuos. El primero se centra en explorar las causas del comportamiento mediante procesos de optimización general (ver [1], [2] y [3], entre otros). En esta línea, es posible enmarcar los modelos económicos contemporáneos en los que los humanos toman decisiones intertemporales maximizando una función de utilidad de descuento exponencial. El segundo enfoque, proporcionado por los psicólogos, es el empírico. El comportamiento humano en las elecciones intertemporales se estudia mediante

datos empíricos recopilados de los laboratorios (ver [4], [5], [6] y [7]).

El objetivo de esta contribución es aportar un nuevo enfoque a la medición de la estabilidad de las decisiones intertemporales. En particular, se pretende desarrollar una nueva herramienta capaz de analizar el comportamiento humano en la toma de decisiones intertemporales y de medir la estabilidad de esas decisiones. Este trabajo está inspirado en la metodología propuesta por González-Arteaga, de Andrés Calle y Peral [8], [9] donde la noción de estabilidad de las decisiones intertemporales se considera en la misma línea que la noción de cohesión. En [8] los agentes establecen sus preferencias sobre una única alternativa de manera dicotómica. La suposición de opiniones dicotómicas y de considerar una única alternativa en este contexto particular podría limitar y perturbar los resultados del análisis del comportamiento debido a que la evidencia sugiere que los humanos pueden experimentar dificultades para expresar el conocimiento incierto de forma dicotómica [10].

En consecuencia, esta investigación se centra en un problema intertemporal de toma de decisiones bajo un marco general, es decir, los agentes expresan sus decisiones temporales sobre un conjunto finito de alternativas mediante preordenes completos en diferentes momentos de tiempo. Por tanto, el objetivo de esta aportación es determinar cuánto de estables son las decisiones de los agentes a lo largo del tiempo y para ello se define un nuevo concepto general, la *medida de estabilidad de decisiones* en el tiempo. Por otra parte, se proponen dos medidas específicas de estabilidad de las decisiones, la *medida local de estabilidad* y la *medida global de estabilidad*.

La estructura general de esta contribución se divide en tres secciones. La Sección II introduce la notación empleada así como los conceptos básicos utilizados. En la Sección III se define el concepto general de medida de estabilidad de las decisiones intertemporales. Además, en esta sección se introducen las dos clases específicas consideradas. En la Sección IV se incluye un ejemplo real sobre la estabilidad de las decisiones temporales en educación de algunos países basado en los datos procedentes del informe PISA. Finalmente

Este trabajo ha sido parcialmente financiado por el Ministerio de Economía y Competitividad Proyecto ECO2016-77900-P (R. de Andrés Calle y T. González-Arteaga) y por la Conserjería de Educación de la Junta de Castilla y León Proyecto SA020U16 (J.M. Cascón).



se proporcionan algunas conclusiones e ideas sobre investigaciones futuras.

## II. NOTACIÓN

Sea  $\mathbf{N} = \{1, \dots, n\}$ ,  $n > 1$  un conjunto de individuos, expertos o miembros de una sociedad. Sea  $\mathbf{X} = \{x_1, \dots, x_k\}$  un conjunto finito de alternativas,  $|\mathbf{X}| \geq 2$ . Por simplicidad, en ocasiones la alternativa  $x_s$  será denotada por  $s$ .

Los miembros de la sociedad establecen sobre el conjunto de alternativas rankings mediante preordenes completos,  $\mathcal{R}$ .  $\mathbf{W}(\mathbf{X})$  denota el conjunto de todos los preordenes completos sobre  $\mathbf{X}$ .

Sea  $\mathcal{R} \in \mathbf{W}(\mathbf{X})$  un preorden completo, entonces  $x_i \succ_{\mathcal{R}} x_j$  significa que la alternativa  $x_i$  es estrictamente preferida a la alternativa  $x_j$ ,  $x_i \sim_{\mathcal{R}} x_j$  significa que las alternativas son igualmente preferidas y por último  $x_i \succeq_{\mathcal{R}} x_j$  significa que la alternativa  $x_i$  es al menos tan preferida como la alternativa  $x_j$ .

Denotaremos por  $\mathcal{R}_i \in \mathbf{W}(\mathbf{X})$  a la *decisión temporal* que la sociedad toma sobre el conjunto de alternativas  $\mathbf{X}$  en el momento del tiempo  $t_i \in \mathbf{T}$ ,  $\mathbf{T} = \{t_0, \dots, t_T\}$ . Una permutación  $\pi$  sobre las alternativas  $\{x_1, \dots, x_k\}$  determina otro preorden  ${}^{\pi}\mathcal{R}$  tal que:  $x_i \succeq_{{}^{\pi}\mathcal{R}} x_j \iff x_{\pi^{-1}(i)} \succeq_{\mathcal{R}} x_{\pi^{-1}(j)}$  para  $i, j \in \{1, \dots, k\}$ .

Sea  $\mathcal{P} = (\mathcal{R}_0, \dots, \mathcal{R}_T) \in \mathbf{W}(\mathbf{X}) \times \dots \times \mathbf{W}(\mathbf{X}) = \mathbf{W}(\mathbf{X})^{T+1}$  un *perfil de decisión temporal* sobre el conjunto de alternativas  $\mathbf{X}$ . El elemento  $\mathcal{R}_i \in \mathcal{P}$  representa la decisión temporal de la sociedad sobre el conjunto de alternativas  $\mathbf{X}$  en el momento del tiempo  $t_i$ ,  $i \in \{0, \dots, T\}$ . El reverso del perfil de decisión temporal, denotado por  $\mathcal{P}^{-1}$ , es el perfil  $(\mathcal{R}_0^{-1}, \dots, \mathcal{R}_T^{-1})$  donde  $x_i \succeq_{\mathcal{R}_i^{-1}} x_j \iff x_j \succeq_{\mathcal{R}_i} x_i$ .

Una permutación  $\pi$  de las alternativas  $\{x_1, \dots, x_k\}$  determina un perfil de decisión temporal  ${}^{\pi}\mathcal{P}$  donde cada decisión temporal es permutada de acuerdo a  $\pi$ . Una permutación  $\sigma$  de los momentos del tiempo  $\{t_0, \dots, t_T\}$  determina una permutación sobre el perfil de decisión temporal  $\mathcal{P}^{\sigma}$  mediante la permutación de las decisiones temporales de acuerdo a  $\sigma$ .

Tratar con información ordinal implica necesariamente establecer de manera precisa la forma en que se representa. La primera discusión y análisis formal sobre la transformación de información ordinal en valores numéricos surgió con el trabajo de Borda [11]. Posteriormente, se han propuesto diversos procedimientos para este fin como [12], [13] y [14], entre otros.

La elección de un procedimiento de codificación robusto es un aspecto esencial para trabajar con información ordinal y obtener resultados consistentes. En esta contribución se utiliza el método de codificación propuesto en [15], el cuál está caracterizado.

Dada una decisión temporal  $\mathcal{R}_i \in \mathbf{W}(\mathbf{X})$ , su *vector de codificación canónica* es

$$\mathbf{c}_{\mathcal{R}_i} = (c_1^{\mathcal{R}_i}, \dots, c_k^{\mathcal{R}_i}) \in (\{1, \dots, k\})^k$$

donde  $c_j^{\mathcal{R}_i}$  es el número de alternativas que son clasificadas al menos tan buenas como  $x_j$  en el momento del tiempo  $t_i$ , esto es  $c_j^{\mathcal{R}_i} = |\{q : x_j \succeq_{\mathcal{R}_i} x_q\}|$ .

El conjunto de todas las posibles codificaciones canónicas asociadas a  $\mathbf{W}(\mathbf{X})$  es denotado por  $\mathbf{F} = \mathbf{F}(\mathbf{W}(\mathbf{X}))$ .

Dado un perfil de decisión temporal  $\mathcal{P} = (\mathcal{R}_0, \dots, \mathcal{R}_T) \in \mathbf{W}(\mathbf{X})^{T+1}$ , su *perfil de codificación canónica* es una matriz  $k \times (T+1)$ ,  $\mathcal{M}_{\mathcal{P}} = (\mathbf{c}_{\mathcal{R}_0}, \dots, \mathbf{c}_{\mathcal{R}_T}) \in \mathbb{M}_{k \times (T+1)}$  donde la columna  $i$ -ésima, denotada por  $\mathbf{c}_{\mathcal{R}_i}$  representa la codificación canónica de la decisión temporal  $\mathcal{R}_i$  en el momento  $t_i \in \mathbf{T}$ .

Una permutación  $\pi$  de las alternativas  $\{x_1, \dots, x_k\}$  determina un perfil de codificación canónica  ${}^{\pi}\mathcal{M}_{\mathcal{P}}$  mediante la permutación de las filas de  $\mathcal{M}_{\mathcal{P}}$ : la fila  $i$  del perfil  ${}^{\pi}\mathcal{M}_{\mathcal{P}}$  es la fila  $\pi(i)$  del perfil  $\mathcal{M}_{\mathcal{P}}$ . Una permutación  $\sigma$  de los momentos del tiempo  $\{t_0, \dots, t_T\}$  determina una permutación sobre el perfil de de codificación canónica  $\mathcal{M}_{\mathcal{P}}^{\sigma}$  mediante la permutación de las columnas de  $\mathcal{M}_{\mathcal{P}}$ : la columna  $i$  del perfil  $\mathcal{M}_{\mathcal{P}}^{\sigma}$  es la columna  $\sigma(i)$  del perfil  $\mathcal{M}_{\mathcal{P}}$ .

## III. MEDICIÓN DE LA ESTABILIDAD DE LAS DECISIONES EN EL TIEMPO

Esta sección está dedicada a introducir nuestra propuesta general para la medición de estabilidad de las decisiones a lo largo del tiempo, así como dos medias particulares.

*Definición 1:* Sea  $\mathcal{P} \in \mathbf{W}(\mathbf{X})^{T+1}$  un perfil de decisión temporal. Una *medida de estabilidad de las decisiones* en el tiempo sobre  $\mathcal{P} \in \mathbf{W}(\mathbf{X})^{T+1}$  es una función  $\mu : \mathbf{W}(\mathbf{X})^{T+1} \rightarrow [0, 1]$  que asigna a cada perfil de decisión temporal un valor en el intervalo unidad  $\mu(\mathcal{P})$  con las siguientes propiedades:

- i. Estabilidad máxima de la decisión:

$$\mu(\mathcal{P}) = 1 \iff \mathcal{R}_0 = \dots = \mathcal{R}_T$$

- ii. Neutralidad de la decisión sobre las alternativas:

$$\mu({}^{\pi}\mathcal{P}) = \mu(\mathcal{P})$$

para cada permutación  $\pi$  sobre el conjunto de las alternativas.

*Definición 2:* Sea  $\mathcal{P} = (\mathcal{R}_0, \dots, \mathcal{R}_T) \in \mathbf{W}(\mathbf{X})^{T+1}$  un perfil de decisión temporal y  $\mathcal{M}_{\mathcal{P}} = (\mathbf{c}_{\mathcal{R}_0}, \dots, \mathbf{c}_{\mathcal{R}_T}) \in \mathbb{M}_{k \times (T+1)}$  su correspondiente matriz de codificación canónica. La *medida local de estabilidad* entre las decisiones temporales  $\mathcal{R}_{i-1}$  y  $\mathcal{R}_i$  es una aplicación  $\theta_i : \mathbf{W}(\mathbf{X})^2 \rightarrow [0, 1]$  tal que

$$\theta_i(\mathcal{P}) = \theta_{[i-1, i]}(\mathcal{P}) = 1 - \frac{\|\mathbf{c}_{\mathcal{R}_{i-1}} - \mathbf{c}_{\mathcal{R}_i}\|_1}{r}$$

donde  $\mathbf{c}_{\mathcal{R}_{i-1}}$  y  $\mathbf{c}_{\mathcal{R}_i}$  son los vectores de codificación canónica asociados a las decisiones temporales tomadas en  $t_{i-1}$  y  $t_i$ , respectivamente;  $\|\cdot\|_1$  denota la norma  $l_1$ , y por tanto

$$\|\mathbf{c}_{\mathcal{R}_{i-1}} - \mathbf{c}_{\mathcal{R}_i}\|_1 = \sum_{h=1}^k |c_h^{\mathcal{R}_{i-1}} - c_h^{\mathcal{R}_i}|, \text{ finalmente}$$

$$r = \max_{\mathbf{c}, \mathbf{c}' \in \mathbf{F}} \|\mathbf{c} - \mathbf{c}'\|_1.$$

Por consiguiente:

$$\theta_i(\mathcal{P}) = \theta_{[i-1,i]}(\mathcal{P}) = 1 - \frac{\sum_{h=1}^k |c_h^{\mathcal{R}_{i-1}} - c_h^{\mathcal{R}_i}|}{\max_{\mathbf{c}, \mathbf{c}' \in \mathbf{F}} \|\mathbf{c} - \mathbf{c}'\|_1}$$

La medida local de estabilidad entre dos decisiones es una medida de estabilidad dado que verifica las propiedades:

i. Estabilidad máxima de la decisión:

$$\theta_i(\mathcal{P}) = \theta_{[i-1,i]}(\mathcal{P}) = 1 \iff \mathcal{R}_{i-1} = \mathcal{R}_i$$

ii. Neutralidad de la decisión sobre las alternativas:

$$\theta_i(\pi\mathcal{P}) = \theta_{[i-1,i]}(\pi\mathcal{P}) = \theta_{i-1,i}(\mathcal{P}) = \theta_i(\mathcal{P})$$

para cada permutación  $\pi$  sobre las alternativas  $\{1, \dots, k\}$ .

*Proposición 1:* La máxima inestabilidad entre dos decisiones temporales viene dada por el diámetro de la envolvente convexa del conjunto de todas las codificaciones canónicas asociadas a  $\mathbf{W}(\mathbf{X})$ , i.e.,  $\mathbf{F} = \mathbf{F}(\mathbf{X})$  para la norma  $l_1$ :

$$r = \max_{u, v \in \text{Conv}(\mathbf{F})} \|u - v\|_1$$

donde

$$\text{Conv}(\mathbf{F}) = \left\{ \sum_{j=1}^{|\mathbf{F}|} \alpha_j \cdot \mathbf{c}_j : 0 \leq \alpha_j \leq 1, \sum_{j=1}^{|\mathbf{F}|} \alpha_j = 1 \right\}.$$

*Proposición 2:* La máxima inestabilidad entre dos decisiones temporales esta determinada por las siguientes expresiones:

■ Para  $\mathbf{X} = \{x_1, \dots, x_k\}$  con  $k$  par:

$$r = \frac{3}{4}k^2 - \frac{k}{2}$$

■ Para  $\mathbf{X} = \{x_1, \dots, x_k\}$  con  $k$  impar:

$$r = \frac{3}{4}k^2 - \frac{k}{2} - \frac{1}{4}$$

Con el objetivo de mejorar la comprensión de la notación y de las definiciones introducidas, se presenta el siguiente ejemplo ilustrativo.

*Ejemplo 1:* Sea  $\mathbf{X} = \{x_1, x_2, x_3\}$  un conjunto de tres alternativas ( $k = 3$ ). Todos los posibles preordenes,  $\mathcal{R} \in \mathbf{W}(\mathbf{X})$ , para esas tres alternativas están recogidos en la primera columna de la Tabla 1. La segunda columna incluye la codificación canónica de estos preordenes,  $\mathbf{c}_{\mathcal{R}}$ .

Supongamos ahora dos momentos en el tiempo  $t_1$  y  $t_2$  donde se han tomado las decisiones temporales  $\mathcal{R}_1$  y  $\mathcal{R}_2$ , respectivamente.

$$\mathcal{R}_1 : x_1 \sim x_2 \succ x_3$$

$$\mathcal{R}_2 : x_1 \succ x_2 \succ x_3$$

$\mathcal{R}$	$\mathbf{c}_{\mathcal{R}}$
$x_1 \sim x_2 \sim x_3$	(3, 3, 3)
$x_1 \sim x_2 \succ x_3$	(3, 3, 1)
$x_1 \succ x_2 \sim x_3$	(3, 2, 2)
$x_2 \succ x_1 \sim x_3$	(2, 3, 2)
$x_3 \succ x_1 \sim x_2$	(2, 2, 3)
$x_1 \succ x_2 \succ x_3$	(3, 2, 1)
$x_1 \succ x_3 \succ x_2$	(3, 1, 2)
$x_2 \succ x_1 \succ x_3$	(2, 3, 1)
$x_2 \succ x_3 \succ x_1$	(1, 3, 2)
$x_3 \succ x_1 \succ x_2$	(2, 1, 3)
$x_3 \succ x_2 \succ x_1$	(1, 2, 3)

Cuadro I: Preordenes y codificación canónica para  $k = 3$ .

Para analizar el nivel de estabilidad de las decisiones tomadas en  $t_1$  y  $t_2$  se utiliza la medida local de estabilidad proporcionada por la Definición 2:

$$\theta_2(\mathcal{P}) = \theta_{[1,2]}(\mathcal{P}) = 1 - \frac{\sum_{h=1}^3 |c_h^{\mathcal{R}_1} - c_h^{\mathcal{R}_2}|}{\max_{\mathbf{c}, \mathbf{c}' \in \mathbf{F}} \|\mathbf{c} - \mathbf{c}'\|_1}$$

En este caso, la envolvente convexa del conjunto de todas las codificaciones canónicas está representada desde diferentes perspectivas en las Figuras 1 y 2.

Aplicando los resultados de las Proposiciones 1 y 2, el diámetro de esta envolvente convexa viene dado por la expresión:

$$r = \frac{3}{4}k^2 - \frac{k}{2} - \frac{1}{4} = \frac{3}{4} \cdot 3^2 - \frac{3}{2} - \frac{1}{4} = 5$$

Por tanto la estabilidad local de las decisiones  $\mathcal{R}_1$  y  $\mathcal{R}_2$  es:

$$\theta_2(\mathcal{P}) = 1 - \frac{|3-3| + |3-2| + |1-1|}{5} = 0.8$$

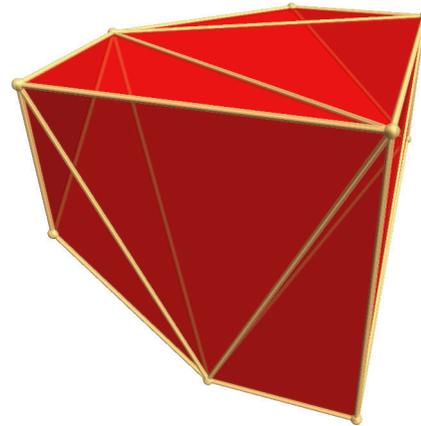


Figura 1: Representación de la envolvente convexa para  $k = 3$

*Definición 3:* Sea  $\mathcal{P} = (\mathcal{R}_0, \dots, \mathcal{R}_T) \in \mathbf{W}(\mathbf{X})^T$  un perfil de decisión temporal y  $\mathcal{M}_{\mathcal{P}} = (\mathbf{c}_{\mathcal{R}_0}, \dots, \mathbf{c}_{\mathcal{R}_T}) \in \mathbb{M}_{k \times (T+1)}$

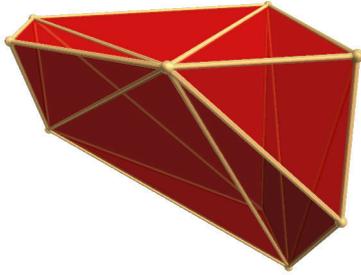


Figura 2: Representación de la envolvente convexa para  $k = 3$

su correspondiente matriz de codificación canónica. La *medida global de estabilidad de las decisiones* en el tiempo sobre  $\mathcal{P} \in \mathbf{W}(\mathbf{X})^{T+1}$  es una función  $\Theta : W(x)^{T+1} \times R^+ \rightarrow [0, 1]$  definida por:

$$\Theta(\mathcal{P}, \lambda) = \sum_{i=1}^T w_i \cdot \theta_i(\mathcal{P}) = \sum_{i=1}^T w_{[i-1, i]} \cdot \theta_{[i-1, i]}(\mathcal{P})$$

donde  $w_i = w_{[i-1, i]} = A \cdot e^{-\lambda(T-i+1)}$ ,  $A = \frac{e^\lambda - 1}{1 - e^{-\lambda T}}$  con  $\sum_{i=1}^T w_i = 1$  y  $\lambda \geq 0$ .

El parámetro  $\lambda$  recoge el efecto pérdida de memoria. Cuando  $\lambda = 0$  los agentes recuerdan las decisiones tomadas en todos los momentos del tiempo con la misma intensidad. Mientras que cuando  $\lambda > 0$ , los agentes tienen un efecto pérdida de memoria positivo, esto es, los agentes recuerdan con mayor intensidad las últimas decisiones.

La medida global de estabilidad de las decisiones es una medida de estabilidad de decisiones dado que verifica las propiedades:

- i. Estabilidad máxima de la decisión:

$$\Theta(\mathcal{P}, \lambda) = 1 \iff \mathcal{R}_0 = \dots = \mathcal{R}_T$$

- ii. Neutralidad de la decisión sobre las alternativas:

$$\Theta(\pi\mathcal{P}, \lambda) = \Theta(\mathcal{P}, \lambda)$$

para cada permutación  $\pi$  sobre las alternativas  $\{1, \dots, k\}$ .

El cumplimiento de estas propiedades por parte de la medida global es consecuencia directa del cumplimiento de las mismas por parte de la medida local.

#### IV. CASO DE ESTUDIO: ESTABILIDAD DE DECISIONES EN EDUCACIÓN

Con el objetivo de poner en relieve la aplicabilidad de la metodología propuesta, en esta sección se presenta un caso real de estudio. En concreto, se analiza y se mide la estabilidad a lo largo del tiempo de los rankings sobre rendimiento académico

proporcionados por el informe PISA<sup>1</sup> cada tres años a nivel mundial.

El informe PISA es un estudio realizado por la OCDE desde el año 2000 cuyo objetivo principal es evaluar el rendimiento académico de estudiantes en Matemáticas, Ciencias y comprensión lectora<sup>2</sup>. Mediante la realización de este informe la OCDE proporciona datos comparables que permiten a los diversos países mejorar sus políticas de educación.

Para realizar el estudio de caso sobre la estabilidad de las decisiones temporales de los países en Educación se han utilizado los datos proporcionados por el informe PISA para los años 2000, 2003, 2006, 2009, 2012 y 2015 para 25 países<sup>3</sup>.

En las Tablas II, IV y III se muestran los rankings sobre los países analizados en las tres habilidades incluidas en el informe: Matemáticas, comprensión lectora y Ciencias, respectivamente. Estos rankings constituyen los distintos perfiles de decisión temporal teniendo en cuenta la totalidad de estudiantes.

Además de considerar estos rankings, en esta contribución se ha analizado la estabilidad intertemporal de los rankings proporcionados por el informe PISA según el sexo de los estudiantes aunque los perfiles correspondientes no se detallan en esta contribución.

Por otra parte y para analizar como el efecto pérdida de memoria afecta a la estabilidad de las decisiones intertemporales se han considerado cinco valores diferentes del parámetro  $\lambda$ : 0, 0.25, 0.5, 0.75 y 1. Los resultados se muestran en la Tabla V y en las Figuras IV, IV y IV.

Tal y como se puede comprobar en la Tabla V y en las Figuras IV, IV y IV, la medida de estabilidad toma valores bastante altos en todos los países situándose entorno al (0.8 – 0.9) independientemente del valor de  $\lambda$ . La independencia de los resultados con respecto al parámetro puede deberse a que los cambios que afectan al nivel educativo de los países se perciben de forma lenta y no drástica, lo que es un claro indicativo de la estabilidad de las mediciones.

#### V. CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS

La investigación sobre la estabilidad de las decisiones intertemporales se ha realizado principalmente en Economía. El objetivo del presente trabajo es proporcionar una nueva metodología desde una perspectiva no tradicional al problema de medir la estabilidad de las decisiones a lo largo del tiempo. La contribución se centra en un marco de evaluación donde los agentes expresan sus opiniones sobre diferentes alternativas en diferentes momentos del tiempo mediante preordenes completos. Se introduce la noción general de medida de

<sup>1</sup>Programa Internacional para la Evaluación de Estudiantes.

<sup>2</sup>El estudio se basa en el análisis del rendimiento de estudiantes de 15 años a partir exámenes estandarizados.

<sup>3</sup>AUS= Australia, BEL = Bélgica, BRA = Brasil, CAN = Canada, CHE = Suiza, CZE = República Checa, DEU = Alemania, DNK = Dinamarca, ESP = España, FIN = Finlandia, FRA = Francia, GRC = Grecia, HUN = Hungría, IDN = Indonesia, IRL = Irlanda, ISL = Islandia, ITA = Italia, JPN = Japón, KOR = Corea del Sur, MEX = México, NOR = Noruega, NZL = Nueva Zelanda, POL = Polonia, PRT = Portugal, SWE = Suecia.



2003	2006	2009	2012	2015
FIN	FIN	KOR	KOR	JPN
KOR	KOR	FIN	JPN	KOR
JPN	CHE	CHE	CHE	CHE
CAN	CAN	JPN	FIN	CAN
BEL	JPN	CAN	CAN, POL	DNK, FIN
CHE	NZL	NZL	BEL	BEL
AUS	AUS, BEL	BEL	DEU	DEU
NZL	DNK	AUS	AUS	IRL, POL
CZE	CZE	DEU	IRL	NOR
ISL	ISL	ISL	DNK, NZL	NZL
DNK	DEU	DNK	CZE	AUS, SWE
FRA	SWE	NOR	FRA	FRA
SWE	IRL	FRA	ISL	CZE, PRT
DEU, IRL	FRA	POL	NOR	ITA
NOR	POL	SWE	PRT	ISL
HUN, HUN	POL	CZE	ITA	ESP
ESP	NOR	HUN	ESP	HUN
ITA, PRT	ESP	IRL, PRT	SWE	GRC
GRC	PRT	ESP, ITA	HUN	MEX
MEX	ITA	GRC	GRC	IDN
IDN	GRC	MEX	MEX	BRA
BRA	MEX	BRA	BRA	
	IDN	MEX	IDN	
	BRA			

Cuadro II: Rankings de los países en distintos años en Matemáticas

2006	2009	2012	2015
FIN	FIN	JPN	JPN
CAN	JPN	FIN	FIN
JPN	KOR	KOR	CAN
NZL	NZL	POL	KOR
AUS	CAN	CAN	NZL
KOR	AUS	DEU	AUS
DEU	DEU	IRL	DEU
CZE	CHE	AUS	CHE
CHE	IRL, POL	NZL	IRL
BEL	BEL	CHE	BEL, DNK
IRL	HUN	CZE	POL, PRT
HUN	CZE	BEL	NOR
SWE	NOR	FRA	FRA
POL	DNK	DNK	CZE, ESP, SWE
DNK	FRA	ESP	ITA
FRA	ISL	NOR	HUN
ISL	SWE	HUN, ITA	ISL
ESP	PRT	PRT	GRC
NOR	ITA	SWE	MEX
ITA	ESP	ISL	IDN
PRT	GRC	GRC	BRA
GRC	MEX	MEX	
MEX	BRA	BRA	
IDN	IDN	IDN	
BRA			

Cuadro III: Rankings de los países en distintos años en Ciencias

estabilidad de las decisiones intertemporales así como dos formulaciones específicas, una de ellas prestando especial atención a cualesquiera dos sucesivos momentos de tiempo. Finalmente la metodología propuesta se aplica al caso de la estabilidad de las decisiones de los países respecto a la Educación según informes de la OCDE.

En cuanto a las futuras líneas de investigación, existen diversos aspectos que podrían ser analizados. Por una parte, la línea de actuación más inmediata sería la aplicación de la novedosa propuesta de esta contribución a una amplia gama de campos tales como la estabilidad de las decisiones de los

2000	2003	2006	2009	2012	2015
FIN	FIN	KOR	KOR	JPN	CAN
CAN	KOR	FIN	FIN	KOR	FIN
NZL	CAN	CAN	CAN	FIN	IRL
AUS	AUS	NZL	NZL	CAN, IRL	KOR
IRL	NZL	IRL	JPN	pol	JPN
KOR	IRL	AUS	AUS	AUS, NZL	NOR
JPN	SWE	POL	BEL	BEL, CHE	DEU, NZL
SWE	BEL	SWE	NOR	DEU	POL
BEL, ISL	NOR	BEL	CHE	FRA	AUS
FRA, NOR	CHE	CHE	ISL, POL	NOR	DNK, SWE
DNK	JPN	JPN	DEU, SWE	DNK	BEL, FRA
CHE	POL	DEU	FRA, IRL	CZE	PRT
ESP	FRA	DNK	DNK	ITA	ESP
CZE	DNK, ISL	FRA	HUN	ESP, HUN, PRT	CHE
ITA	DEU	ISL, NOR	PRT	ISL, SWE	CZE
DEU	CZE	CZE	ITA	GRC	ITA
HUN	HUN	HUN	GRC	MEX	ISL
POL	ESP	PRT	ESP	BRA	HUN
GRC	PRT	ITA	CZE	IDN	GRC
PRT	ITA	ESP	MEX		MEX
MEX	GRC	GRC	BRA		BRA
BRA	BRA	MEX	IDN		IDN
IDN	MEX	BRA			
	IDN	IDN			

Cuadro IV: Rankings de los países en distintos años en comprensión lectora

	$\lambda = 0$		
	Total	Chicas	Chicos
Matemáticas	0.912829	0.893640	0.887610
Ciencias	0.894006	0.879386	0.886696
Lectura	0.879386	0.867105	0.868860
	$\lambda = 0.25$		
	Total	Chicas	Chicos
Matemáticas	0.907834	0.890512	0.884263
Ciencias	0.891127	0.875995	0.883674
Lectura	0.872121	0.864099	0.859995
	$\lambda = 0.5$		
	Total	Niñas	Niños
Matemáticas	0.904190	0.888388	0.882652
Ciencias	0.888446	0.872551	0.880929
Lectura	0.865605	0.861989	0.852755
	$\lambda = 0.75$		
	Total	Chicas	Chicos
Matemáticas	0.901939	0.887243	0.882537
Ciencias	0.886087	0.869262	0.878575
Lectura	0.860759	0.860896	0.847942
	$\lambda = 1$		
	Total	Chicas	Chicos
Matemáticas	0.900816	0.886851	0.883424
Ciencias	0.884109	0.866284	0.876654
Lectura	0.857641	0.860587	0.845295

Cuadro V: Valores de la medida global de estabilidad de las decisiones intertemporales

consumidores, decisiones de inversión, etc. Por otra parte, la metodología propuesta podría ser extendida a un horizonte temporal infinito.

REFERENCIAS

[1] P. Samuelson, "A note on measurement of utility," *The Review of Economic Studies*, vol. 4, no. 2, pp. 155-161, 1937.  
 [2] M. Bateson and A. Kacelnik, "Rate currencies and the foraging starling: the fallacy of the averages revisited," *Behavioral Ecology*, vol. 7, no. 3, pp. 341-352, 1996.

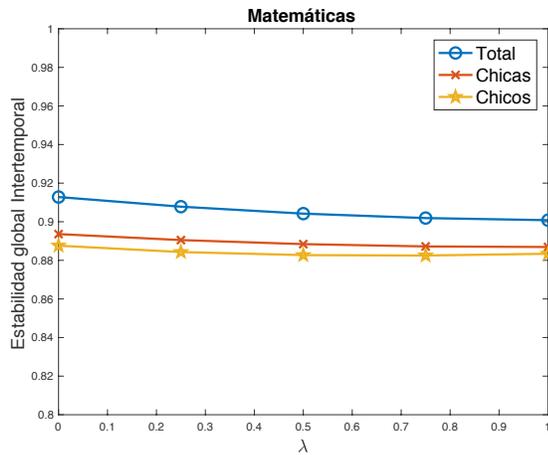


Figura 3: Estabilidad global intertemporal de las decisiones en Matemáticas para diferentes valores de  $\lambda$

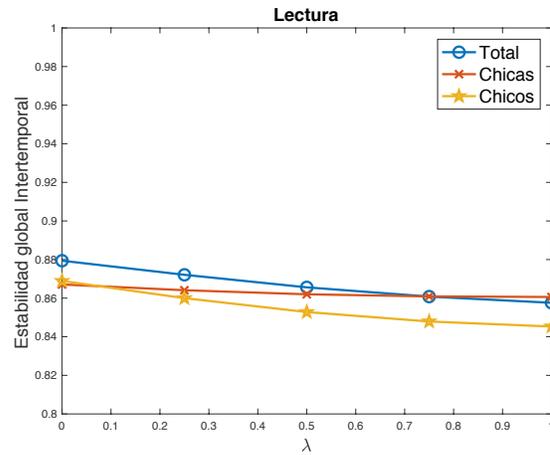


Figura 5: Estabilidad global intertemporal de las decisiones en comprensión lectora para diferentes valores de  $\lambda$

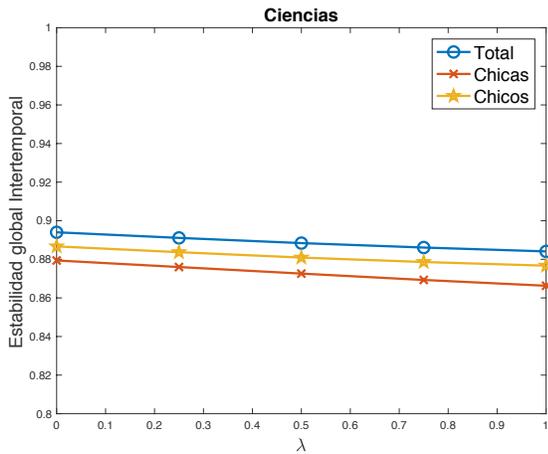


Figura 4: Estabilidad global intertemporal de las decisiones en Ciencias para diferentes valores de  $\lambda$

[3] D. Stephens and D. Anderson, "The adaptive value of preference for immediacy: when shortsighted rules have farsighted consequences," *Behavioral Ecology*, vol. 12, no. 3, pp. 330–339, 2001.

[4] J. Alcock and P. Sherman, "The utility of the proximate-ultimate dichotomy in ethology," *Ethology*, vol. 96, no. 1, pp. 58–62, 1994.

[5] S. Kim, J. Hwang, and D. Lee, "Prefrontal coding of temporally discounted values during intertemporal choice," *Neuron*, vol. 59, no. 1, pp. 161 – 172, 2008.

[6] J. Peters and C. Büchel, "Overlapping and distinct neural systems code for subjective value during intertemporal and risky decision making," *Journal of Neuroscience*, vol. 29, no. 50, pp. 15 727–15 734, 2009.

[7] S. Kim and D. Lee, "Prefrontal cortex and impulsive decision making," *Biological Psychiatry*, vol. 69, no. 12, pp. 1140 – 1146, 2011, prefrontal Cortical Circuits Regulating Attention, Behavior and Emotion.

[8] T. González-Artega, R. de Andrés Calle, and M. Peral, "Preference stability along time: the time cohesiveness measure," *Progress in Artificial Intelligence*, vol. 6, no. 3, pp. 235–244, 2017.

[9] T. González-Artega and R. de Andrés Calle, "New approach to measure preference stability," in *2017 IEEE International Conference on Fuzzy Systems (FUZZ-IEEE)*, July 2017, pp. 1–6.

[10] L. Zadeh, "Fuzzy sets," *Information and Control*, vol. 8, pp. 338–375,

1965.

[11] J. Borda, *Mémoire sur les Elections au Scrutin*. Paris: Histoire de l'Academie Royale des Sciences, 1781.

[12] D. Black, "Partial justification of the Borda count," *Public Choice*, vol. 28, pp. 1–16, 1976.

[13] W. Cook and L. Seiford, "On the Borda–Kendall consensus method for priority ranking problems," *Management Science*, vol. 28, pp. 621–637, 1982.

[14] J. L. García-Lapresta and D. Pérez-Román, "Measuring consensus in weak orders," in *Consensual Processes*, ser. Studies in Fuzziness and Soft Computing, E. Herrera-Viedma, J. L. García-Lapresta, J. Kacprzyk, M. Fedrizzi, H. Nurmi, and S. Zadrozny, Eds. Springer Berlin Heidelberg, 2011, vol. 267, pp. 213–234.

[15] T. González-Artega, R. de Andrés Calle, and J. Alcantud, "A new consensus ranking approach for correlated ordinal information based on Mahalanobis distance," *Information Sciences*, vol. 372, no. Supplement C, pp. 546 – 564, 2016.