



Ajuste a una progresión hipotética de aprendizaje

Estudio de 3 casos de estudiantes de Magisterio

Itziar García-Honrado

Statistics, O. R. and Mathematics Didactics,
University of Oviedo,
Oviedo, Spain
garciaitzar@uniovi.es

Abstract— Esta comunicación presenta un modelo matemático a través del uso de técnicas borrosas para describir el ajuste de los alumnos a progresiones hipotéticas de aprendizaje, parte fundamental de las conocidas Trayectorias Hipotéticas de Aprendizaje. En concreto, se hace uso del modelo granular lingüístico de un fenómeno. Para su implementación se distinguen distintos niveles de consecución de cada una de las etapas indicadas en la progresión hipotética de aprendizaje.

Keywords— evaluación; resumen lingüístico; trayectoria hipotética de aprendizaje

I. INTRODUCCIÓN

El constructo de Trayectoria Hipotética de Aprendizaje (THA) pertenece al ámbito de la educación matemática, nace de la mano de Simon en 1995 [4], y permite al profesor de matemáticas modelar las distintas escenas por los que sus estudiantes hipotéticamente trascurren para la consecución de un objetivo de aprendizaje fijado a priori. Para ello, una vez fijado el objetivo, se diseñan unas tareas y se muestran los efectos esperados en los estudiantes hasta conseguir el objetivo. Dichos efectos, divididos en distintas etapas, constituirán una progresión hipotética de aprendizaje.

En posteriores estudios [5], Simon y Tzur experimentan en un aula el ajuste de los alumnos a la progresión hipotética de aprendizaje, mostrando cuando un alumno cumple o no cumple el efecto hipotético esperado en cada una de las etapas.

En la presente comunicación, proponemos realizar un estudio de este ajuste en términos imprecisos. Para ello, mostraremos el diseño de una THA y lo implementaremos en el aula, como se ha hecho en [1]. Por otro lado, diseñaremos unas rúbricas de evaluación que nos permita distinguir distintos niveles de consecución de la progresión hipotética de aprendizaje, así como el diseño de los elementos del modelo granular lingüístico que permitirán obtener una descripción lingüística del ajuste a la progresión hipotética de aprendizaje diseñada a priori de los alumnos. Finalmente, a modo de ejemplo, se mostrará el modelo desarrollado para valorar el ajuste de 3 alumnos a la progresión hipotética de aprendizaje.

II. CONCEPTOS BÁSICOS

A. Progresión hipotética de aprendizaje

En una THA, se distinguen los siguientes componentes: el objetivo de aprendizaje, las tareas de aprendizaje y el proceso de aprendizaje hipotético; es decir, la predicción de cómo el pensamiento y la comprensión de los estudiantes evolucionan en el contexto de las actividades de aprendizaje [4]. Se destaca especialmente la importancia de la tarea, su diseño, los objetivos de aprendizaje, los conocimientos previos de los estudiantes y la progresión hipotética de aprendizaje. Así mismo, se considera relevante reconocer los efectos de la secuencia de tareas en la progresión de aprendizaje de la futura maestra [5].

A través de la THA, se muestran diferentes escenarios por los que los estudiantes pueden pasar transformando sus ideas intuitivas a una comprensión más formal de los conceptos matemáticos. Los niveles cada vez más sofisticados de razonamiento matemático evidencian aspectos de la progresión de la comprensión de un contenido específico. Por todo lo anterior, se considera que las THA constituyen un recurso instructivo muy eficaz para la enseñanza. La THA proporciona al profesorado recursos relevantes para acompañar a cada estudiante en el logro de su aprendizaje. Indican también el estado actual de aprendizaje del alumnado a través de una secuencia de estados de aprendizaje.

B. Modelo granular lingüístico de un fenómeno (GLMP)

Este modelo se sustenta dentro del campo de la lógica fuzzy. En consecuencia, no solo permite determinar si existe o no el ajuste de un alumno a la progresión hipotética existe, sino que permite asignar distintos grados de cumplimiento del ajuste.

Para determinar el ajuste utilizaremos el concepto de variable lingüística [8], entendida como aquella que puede tomar valores lingüísticos como Muy bajo / Bajo / Medio / Alto / Muy alto. Cada uno de ellos se representará, en nuestro caso, por un conjunto borroso continuo triangular,

debido a su simplicidad en la función (lineal definida por trozos) y a la posibilidad de ser definida por sus vértices. Al conjunto de los conjuntos borrosos que representa los valores que puede tomar la variable se le llama partición borrosa (Figura 1).

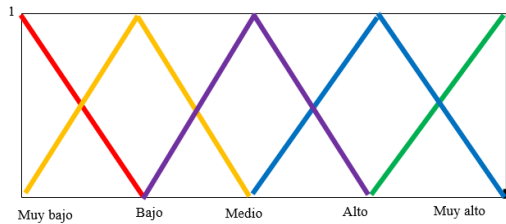


Figura 1: Conjuntos borrosos modelando las etiquetas lingüísticas

Combinando los problemas de control borroso con el actual auge de la conocida computación con palabras [9], surge el paradigma Modelo Granular Lingüístico de un fenómeno, o, en inglés, *Granular Linguistic Model of a Phenomenon* (GLMP) [6], el cual consiste en hacer resúmenes lingüísticos de fenómenos complejos como puede ser el ajuste de un estudiante a la progresión hipotética de aprovechamiento. En la literatura se pueden encontrar otras aplicaciones de este paradigma en la evaluación del aprendizaje de los alumnos [3].

III. METODOLOGÍA

A. Diseño de la THA.

En esta investigación hemos construido la siguiente THA cuyo objetivo de aprendizaje es reconocer la generalización de patrones en la construcción de la secuencia geométrica de las figuras que aparecen en la obra artística "Composición aritmética" de Theo van Doesburg que puede observarse en la Figura 2. La actividad tiene un carácter competencial aunando arte y matemáticas, en concreto se eligió dicha obra, por las regularidades matemáticas que en ella aparecen [2,7] idóneas la búsqueda de patrones geométrico y su generalización.

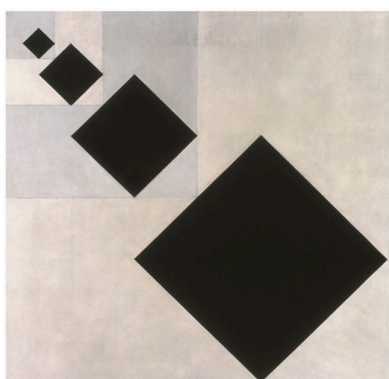


Figura 2. Arithmetic Composition. Theo van Doesburg, 1929-1930.

Las tareas y la progresión hipotética de aprendizaje se describen en la Tabla 1 y 2, respectivamente.

Tabla 1. Tareas de la THA

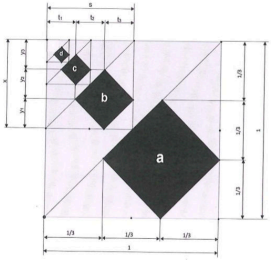
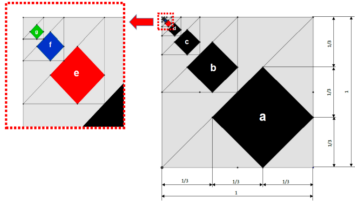
Tarea de aprendizaje	
Tarea 1. (Relacionada con la Etapa 1)	A partir de la obra de arte de la Figura 1, se ha construido la imagen que se muestra a continuación (la información que se incluye puede ayudar a resolver las tareas 5, 6 y 7).  Completa los datos que faltan en la figura, encontrando los valores de x , y_1 , y_2 , y_3 , s , t_1 , t_2 , t_3 . Justifica tu respuesta.
Tarea 2. (Relacionada con la Etapa 2)	(a) En el cuadro gris grande de la Figura 1, ¿cuántas figuras "a" pueden colocarse sin superponerse? (b) Dentro de la figura negra "a", ¿cuántas figuras negras "b" podrías colocar?
Tarea 3. (Relacionada con la Etapa 3)	En la Figura 1, (a) Calcula el área de la figura negra "a". (b) Calcula el área de la figura negra "b". (c) Calcula el área de las figuras negras "c" y "d".
Tarea 4. (Relacionada con la Etapa 4)	Si continuáramos la secuencia de las figuras negras podríamos dibujar otras, tal y como se muestra en la ampliación siguiente.  ¿Sabrías calcular las áreas de las nuevas figuras "e", "f" y "g"? Explica cómo lo has hecho.

Tabla 2. Progresión hipotética de aprendizaje.

Progresión hipotética de aprendizaje	
Etapa 1	Coordinación de la estructura espacial y la estructura numérica (a partir de las cotas) en la identificación de la secuencia de longitudes de los lados de los cuadrados grises involucrados en la obra artística.



Etapa 2	Coordinación de la estructura espacial y la numérica de la secuencia de los cuadrados, estableciendo relaciones entre las áreas de los cuadrados de la Figura 1.
Etapa 3	Cálculo del área de la sucesión de los cuadrados negros, relacionando el valor del área de un cuadrado con el valor del área del anterior, sigue un proceso de generalización cercana [Estadio1 de [10]].
Etapa 4	Abstracción de la coordinación espacial y numérica para el establecimiento de la relación funcional entre el área de los cuadrados negros [Estadio 2 de [10]].

- N0: No evidencia el cálculo de ningún área ni la relación que le permite obtener el área de uno a partir del área del anterior.
- N1: Calcula las áreas de algunos de los cuadrados de la sucesión.
- N2: Calcula las áreas de los cuadrados de la sucesión y muestra la relación que permitirá obtener el proceso de generalización cercana.
- N3: Calcula las áreas de los cuadrados de la sucesión, consiguiendo el valor del área de un cuadrado con el valor del área del anterior, es decir desarrolla el proceso de generalización cercana.

B. Diseño de la rúbrica de evaluación

Distinguiremos distintos niveles en el logro de cada una de las etapas de la progresión hipotética de aprendizaje: no se logra (N0), se logra a nivel bajo (N1), a nivel medio (N2) o a nivel alto (N3).

Para ello se elabora una rúbrica de evaluación en la que se describe cada uno de estos niveles en las distintas etapas.

- Respecto a la Etapa 1:
 - N0: No identifica las longitudes de los lados de los cuadrados grises involucrados en el cuadro.
 - N1: Identifica parcialmente las longitudes de los lados de los cuadrados grises involucrados en el cuadro.
 - N2: Identifica la secuencia de longitudes de los lados de los cuadrados grises, pero no muestra coordinación entre la estructura espacial y la numérica.
 - N3: Identifica la secuencia de longitudes de los lados de los cuadrados grises mostrando coordinación entre la estructura espacial y la numérica.
- Respecto a la Etapa 2:
 - N0: No establece relaciones entre el área de los cuadrados negros del cuadro.
 - N1: Establece relaciones, únicamente, entre las áreas de una pareja de cuadrados del cuadro.
 - N2: Establece relaciones entre las áreas de los cuadrados del cuadro, pero no muestra coordinación entre la estructura espacial y la numérica.
 - N3: Establece relaciones entre las áreas de los cuadrados del cuadro mostrando coordinación entre la estructura espacial y la numérica.
- Respecto a la Etapa 3:

- Respecto a la Etapa 4:

- N0: No consigue llegar a una relación entre la posición que ocupan los cuadrados y su área.
- N1: Llega a una relación recursiva entre la posición que ocupa el cuadro y su área, es decir, basándose exclusivamente en el área del anterior.
- N2: Consigue una obtener una relación entre la posición que ocupan los cuadrados y su área, aunque no se utilice lenguaje matemático.
- N3: Establece una relación funcional entre la posición que ocupan los cuadrados y su área.

Es posible que no siempre sepamos con certeza que un alumno está en un determinado nivel en una etapa, podemos permitir que un alumno verifique características de dos o más niveles y demos como resultado final una media ponderada del nivel en el que se encuentra. Los niveles mostrados en la rúbrica se representan por conjuntos fuzzy, en este caso, triangulares. Asimilaremos N0 a la etiqueta lingüística nulo, N1 a bajo, N2 a medio y N3 a alto.

C. Diseño del modelo granular lingüístico

Las rúbricas diseñadas formarán parte de los inputs de los sistemas de reglas fuzzy que se definen con el objetivo de conseguir el resumen lingüístico del ajuste de un alumno a la progresión hipotética de aprendizaje.

A partir de las rúbricas se definirán las percepciones de primer orden que serán las Etapas: 1, 2, 3 y 4.

Las etapas 1 y 2 se agregarán mediante un sistema de reglas, formando la percepción de segundo orden: Ajuste a los conceptos previos para el acercamiento a la relación entre los cuadrados de una sucesión. Dicha variable tomará 5 etiquetas lingüísticas Muy bajo / Bajo / Medio / Alto / Muy alto. Concretamente, el sistema se compondrá de 8 reglas:

1. Si en la Etapa 1 el nivel alcanzado por el alumno es nulo, entonces el ajuste de los conceptos previos a la progresión hipotética de aprendizaje es muy bajo.

2. Si en la Etapa 2 el nivel alcanzado por el alumno es nulo, entonces el ajuste de los conceptos previos a la progresión hipotética de aprendizaje es muy bajo.
3. Si en la Etapa 1 el nivel alcanzado por el alumno es bajo y en la Etapa 2 el nivel alcanzado por el alumno es bajo, entonces el ajuste de los conceptos previos a la progresión hipotética de aprendizaje es bajo.
4. Si en la Etapa 1 el nivel alcanzado por el alumno es bajo y en la Etapa 2 el nivel alcanzado por el alumno es medio, entonces el ajuste de los conceptos previos a la progresión hipotética de aprendizaje es medio.
5. Si en la Etapa 1 el nivel alcanzado por el alumno es medio y en la Etapa 2 el nivel alcanzado por el alumno es bajo, entonces el ajuste de los conceptos previos a la progresión hipotética de aprendizaje es medio.
6. Si en la Etapa 1 el nivel alcanzado por el alumno es medio y en la Etapa 2 el nivel alcanzado por el alumno es medio, el ajuste de los conceptos previos a la progresión hipotética de aprendizaje es alto.
7. Si en la Etapa 1 el nivel alcanzado por el alumno es alto, entonces el ajuste de los conceptos previos a la progresión hipotética de aprendizaje es muy alto.
8. Si en la Etapa 2 el nivel alcanzado por el alumno es alto, entonces el ajuste de los conceptos previos a la progresión hipotética de aprendizaje es muy alto.

El método de resolución del sistema de reglas será el método Mamdani aplicando el producto a las sentencias Si/Entonces. La Figura 3 muestra la superficie de control del sistema de reglas.

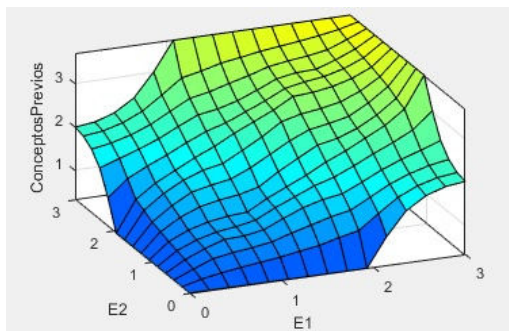


Fig.3. Superficie de control para el sistema de reglas descrito.

Las etapas 3 y 4 se agregan mediante un sistema de 8 reglas, análogo al anterior, para originar la percepción de segundo orden: Ajuste al proceso de generalización según Zapatera y Callejo [10] (cerca y funcional). Dicha variable se define a través de 5 etiquetas lingüísticas del mismo modo que la anterior.

Finalmente, a través de otro sistema de 13 reglas, similar a los anteriores, a partir de las dos percepciones de segundo orden

generadas, se definirá la percepción general sobre el ajuste a la progresión hipotética de aprendizaje de la progresión que haya seguido el alumno.

Todos los sistemas de reglas involucrados se han implementado en Matlab. Ese engranaje permite la construcción de una descripción lingüística del ajuste de cada alumno a la progresión hipotética de aprendizaje, del siguiente modo:

El alumno A se ha ajustado a un nivel Muy bajo/Bajo/Medio/Alto/Muy alto a la progresión hipotética de aprendizaje en las tareas encaminadas a trabajar los conceptos previos para el acercamiento a la relación entre los cuadrados de una sucesión. En el caso del proceso de generalización, el ajuste con la progresión hipotética de aprendizaje ha sido Muy bajo/Bajo/Medio/Alto/Muy alto. Con todo ello, podemos hablar de un ajuste global a la progresión hipotética de aprendizaje Muy bajo/Bajo/Medio/Alto/Muy alto.

Además, se asignará un valor numérico al ajuste global en el continuo [0,4] donde 0 representará el menor y 4 el mayor ajuste posible.

IV. CONTEXTO DE LA EXPERIMENTACIÓN

El experimento de enseñanza se llevó a cabo en una sesión de 2 horas en un aula con estudiantes del Grado de Maestro el pasado curso, 2017-2018, en la Universidad de Oviedo.

Las tareas que se recoge en este trabajo pertenecen a la segunda sesión y parte central de una secuencia de actividades relacionadas con la obra de arte de Theo van Doesburg realizadas a lo largo de tres sesiones.

Participaron 33 alumnos en el experimento de los cuales se seleccionaron tres casos distintos en los que podemos ver distintos niveles de ajuste a la progresión hipotética de aprendizaje. Nos referiremos a los casos de los alumnos con pseudónimo: Ángela, Andrea y José.

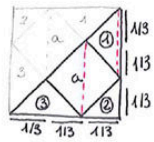
V. CASOS SELECCIONADOS

A. Ajuste a la progresión hipotética de aprendizaje de Ángela

Ángela realiza exclusivamente las primeras actividades de la tarea. Dado el alto nivel alcanzado en las mismas, la falta de las demás tareas podría estar motivada por un inadecuado ajuste del tiempo de realización.

En la Etapa 1, Ángela se encuentra en un nivel alto ya que justifica las medidas pedidas a través de la imagen del cuadro.

Respecto a la Etapa 2, Ángela muestra las relaciones pedidas mostrando una coordinación entre la estructura gráfica y numérica pues se apoya en la imagen para calcular las relaciones como se muestra en la Figura 4. Por lo tanto, el nivel alcanzado en esta etapa es alto.



En total 4,5 cuadrados

Teniendo en cuenta esta parte del dibujo, podemos ver que la diagonal de a es igual que el lado mayor del triángulo 1 ($1/3$). Por lo tanto, si unimos los triángulos 1 y 3, formamos un segundo cuadrado. El triángulo 2 es la mitad de los triángulos 1 y 3 ($1/3$).

Si unimos estos datos y tenemos en cuenta que es un cuadrado completo, tenemos 2 cuadrados a , 2 cuadrados partidos ($1/3$ en cada mitad) y medio cuadrado (resultado de la unión del triángulo 2 con el otro).

Figura 4. Explicación dada por Ángela justificando la relación entre la figura "a" y el cuadro gris grande.

Sin embargo, en la Etapa 3 se encuentra en un nivel entre bajo y medio, ya que simplemente calcula las áreas de algunos cuadrados negros de la sucesión, no obstante, en este cálculo, muestra la relación que permite obtener el proceso de generalización cercana, ya que relaciona estas respuestas con la relación entre dos cuadrados negros consecutivos. El nivel alcanzado en la Etapa 4, es nulo, pues la alumna no realiza la tarea.

Tras el análisis de la resolución de Ángela, las percepciones de primer nivel en este caso serán: 3 (E1), 3 (E2), 1.5 (E3), y 0(E4). A partir de estos datos, se implementan los sistemas de reglas involucrados. En la Figura 5, se recoge el sistema de reglas que permite obtener la percepción global.

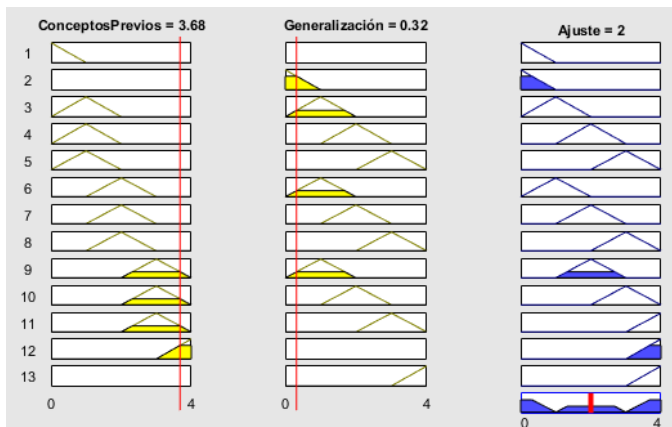


Figura 5. Ajuste global a la progresión hipotética de aprendizaje para Ángela

El resumen lingüístico para el caso de Ángela sería:

Ángela se ha ajustado a un nivel muy alto a la progresión hipotética de aprendizaje en las tareas encaminadas a trabajar los conceptos previos para el acercamiento a la relación entre los cuadrados de una sucesión. En el caso del proceso de generalización, el ajuste con la progresión hipotética de aprendizaje ha sido entre Bajo y Medio. Con todo ello, podemos hablar de un ajuste global a la progresión hipotética de aprendizaje Medio. (2/4)

B. Ajuste a la progresión hipotética de aprendizaje Andrea

Andrea, en la Etapa 1, está en un nivel entre medio y alto, ya que escribe directamente el resultado justificándolo por: "Estos datos los obtengo de observar los datos que ya sabemos". Así que, aunque no hay evidencias de las operaciones que hace para la obtención de los datos, interpretamos que puede existir una coordinación entre la estructura espacial y numérica.

En la Etapa 2, establece la relación que hay entre las áreas del cuadrado "a" y el cuadrado gris grande, a través de operaciones del cálculo de áreas y sumas repetidas del área de "a" hasta aproximarse a 1, obteniendo 4.5. Averigua la relación entre los cuadrados negros a través de razonamientos con la medida de los lados de los mismos. Por lo tanto, establece las relaciones, aunque interpretamos que, a través de la estructura numérica, no de la espacial. Entonces, el nivel es medio.

En la Etapa 3, se asigna un nivel entre Bajo y Medio, ya que calcula las áreas de los cuadrados, pero no muestra la relación que le permite obtener la generalización cercana.

Finalmente, en la Etapa 4, realiza una generalización cercana evidenciando la relación entre cuadrados consecutivos de la sucesión. Por consiguiente, llega a una relación recursiva entre la posición que ocupa el cuadro y su área. Así pues, está en un nivel Bajo.

Con todo esto, las percepciones de primer nivel en este caso serán: 2.5 (E1), 2 (E2), 1.5 (E3), y 1(E4). En la Figura 6, se muestra el último sistema de reglas que permite generar el ajuste global a la progresión hipotética de aprendizaje.

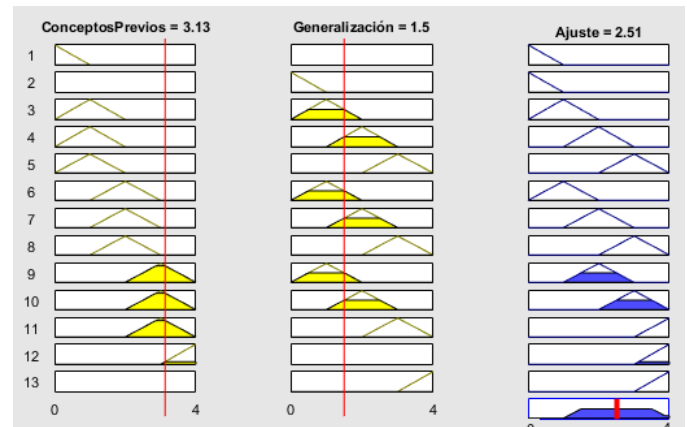


Figura 6. Ajuste global a la progresión hipotética de aprendizaje para Andrea

El resumen lingüístico para el caso de Andrea sería:

Andrea se ha ajustado a un nivel alto a la progresión hipotética de aprendizaje en las tareas previas encaminadas a trabajar los conceptos para el acercamiento a la relación entre los cuadrados de una sucesión. En el caso del proceso

de generalización, el ajuste con la progresión hipotética de aprendizaje ha sido entre Bajo y Medio. Con todo ello, podemos hablar de un ajuste global a la progresión hipotética de aprendizaje entre Medio y Alto. (2.51/4

C. Ajuste a la progresión hipotética de aprendizaje de José

Según la rúbrica de evaluación José alcanza un nivel muy alto en todas las etapas. En la Etapa 1, además de identificar la secuencia de longitudes, coordina las estructuras espacial y numérica justificando gráfica y numéricamente los resultados: “todas son 1/3 de 1/2, por lo tanto 1/6”. La forma de proceder en la Etapa 2 es similar a la resolución de Ángela, realiza explicaciones gráficas muy similares a su compañera y las coordina con la estructura numérica, por tanto, se encuentra en un nivel alto.

Respecto a las etapas 2 y 3, José muestra un nivel alto. En la Etapa 3, utiliza la relación entre cuadrados negros para calcular el área del siguiente de la sucesión, por lo tanto desarrolla el proceso de generalización cercana y alcanza un nivel alto. En la Etapa 4, establece la relación funcional entre la posición que ocupan los cuadrados en la sucesión y su área, llegando a la fórmula general que se muestra en la Figura 7.

$$\begin{aligned}
 a=1 &\rightarrow \frac{1}{18} \\
 b=2 &\rightarrow \left(\frac{1}{4} \times \frac{4}{18}\right) \\
 c=3 &\rightarrow \left(\frac{1}{4^2} \times \frac{4}{18}\right) \\
 d=4 &\rightarrow \left(\frac{1}{4^3} \times \frac{4}{18}\right)
 \end{aligned}
 \Rightarrow \text{área } n = \left(\frac{1}{4^{n-1}} \cdot \frac{4}{18}\right) u^2$$

Figura 7. Relación funcional establecida por José.

Así pues, las percepciones de primer nivel en este caso serán: 3 (E1), 3 (E2), 3 (E3), y 3(E4), de las que se infieren las percepciones de segundo nivel (ambas con centroide del nivel: 3.68) y la percepción global con un nivel muy alto (3.65) como puede apreciarse en la Figura 8.

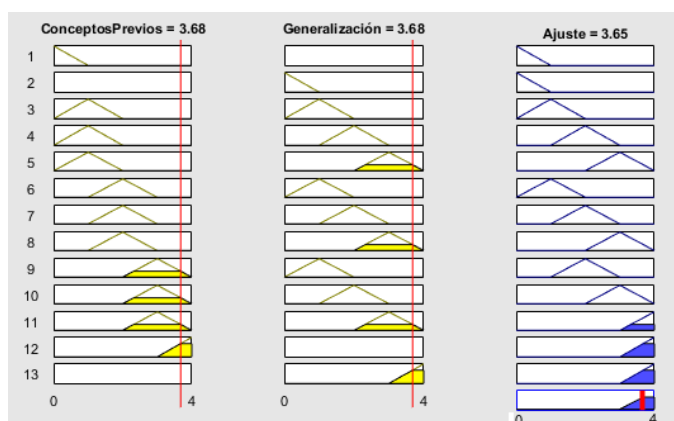


Figura 8. Ajuste global de la progresión hipotética de aprendizaje para José

El resumen lingüístico para este caso es:

José se ha ajustado a un nivel muy alto a la progresión hipotética de aprendizaje en las tareas encaminadas a trabajar los conceptos previos para el acercamiento a la relación entre los cuadrados de una sucesión. En el caso del proceso de generalización, el ajuste con la progresión hipotética de aprendizaje ha sido muy alto. Con todo ello, podemos hablar de un ajuste global a la progresión hipotética de aprendizaje muy alto. (3.65/4)

VI. CONCLUSIONES

En este trabajo, se muestra cómo valorar las resoluciones de alumnos a tareas enmarcadas dentro del marco de las Trayectorias Hipotéticas de Aprendizaje y mostrar el ajuste de las mismas a progresiones hipotéticas de aprendizaje diseñadas a priori. El ajuste, se expresa a partir de términos lingüísticos modelando los distintos modos de ajuste a través de etiquetas lingüísticas. Esto resulta beneficioso en comparación con estudios previos en los que sólo se recogía si había o no ajuste simplificando la riqueza de las resoluciones de los alumnos y no valorando los distintos niveles de adquisición.

AGRADECIMIENTOS

El estudio forma parte del Proyecto EDU2015-65378-P, MINECO.

REFERENCIAS

- [1] García-Honrado, I., Clemente, F., Vanegas, Y., Badillo, E. y Fortuny, J.M. “Análisis de la progresión de aprendizaje de una futura maestra” Actas del Congreso XXII SEIEM, aceptado para su publicación, Septiembre 2018.
- [2] Pim, D. “Some Notes on Theo van Doesburg (1883-1931) and his Arithmetic Composition 1” *For the learning of Mathematics*, 2001, vol. 21(2), pp. 31-36.
- [3] Sanchez-Torrubia, M. G., Torres-Blanc, C. y Triviño, G. “Modelo lingüístico del aprendizaje para la evaluación automática basada en criterios” En F. Bobillo, H. Bustince, F. J. Fernández, y E. Herrera-Viedma (Eds.), *Actas del XVII ESTYLF*, pp. 417-422, Zaragoza, 2014.
- [4] Simon, M. A. “Reconstructing mathematics pedagogy from a constructivist perspective” *Journal for Research in Mathematics Education*, 1995, vol. 26, pp.114-145.
- [5] Simon M.A. y Tzur, R. “Explicating the Role of Mathematical Tasks in Conceptual Learning: An Elaboration of the Hypothetical Learning Trajectory” *Mathematical thinking and learning*, 2004, vol. 6(2), pp.91-104.
- [6] Triviño, G. y Sugeno, M “Towards linguistic descriptions of phenomena” *International Journal of Approximate Reasoning*, 2013, vol. 54(1), pp.22-34.
- [7] Walter, M. “Looking at a Painting with a mathematical Eye” *For the learning of Mathematics*, 2001, vol. 21(2), pp.26-30.
- [8] Zadeh, L. A. “ The concept of a linguistic variable and its application to approximate reasoning – III”. *Information Sciences*, 1975, vol. 9(1), pp. 43-80.
- [9] Zadeh, L. A. “Fuzzy logic= computing with words” *Fuzzy Systems, IEEE Transactions on fuzzy systems*, 1996, vol. 4(2), 103-111.
- [10] Zapatera, A. y Callejo, M.L. “Prospective primary teachers’ noticing of students’ understanding of pattern generalization” *J. Math Teacher Education*, Springer, 2017, vol. 20, pp. 309-333.