

# CURSOS DE VERANO 2014

Aproximación práctica a la ciencia de los datos  
y Big Data

Introducción a las series temporales

José Manuel Benítez Sánchez

# Contenido

- ▣ Predicción
- ▣ Herramientas para predicción
- ▣ Regresión sencilla
- ▣ Regresión múltiple
- ▣ Descomposición de series temporales
- ▣ Alisado exponencial
- ▣ ARIMA
- ▣ Modelos avanzados

# Predicción

# Predicción

- La predicción ha fascinado al ser humano a lo largo de su historia
- Algunas referencias históricas:
  - Profetas bíblicos
  - Sacerdotes babilónicos
  - Los griegos que acudían a Delfos a consultar el oráculo
  - “Adivinos”



# ¿Qué se puede predecir?

- La predecibilidad de un evento o cantidad depende de varios factores:
  - ¿Cómo de bien entendemos los factores que intervienen?
  - ¿Cuántos datos hay disponibles?
  - ¿influye la predicción en lo que se quiere predecir?

# Ejemplos

- Predicción de la demanda eléctrica: muy precisa
- Predicción de tasas de cambio monetarias: más o menos
- Combinación ganadora de Euromillones: no



# Factores a considerar

- Horizonte temporal
- Tipos de patrones en los datos

# Elección del método de predicción

- Depende de la disponibilidad de datos y de lo predecible que se la magnitud
- Cada método tiene sus propias características, precisión, coste



# Definición

- **Predicción:** Elaborar una afirmación sobre el futuro tan precisa como sea posible, basándose en la información disponible incluyendo datos históricos y conocimiento de eventos futuros que puedan influir
- Habitualmente, es una parte esencial en la toma de decisiones

# Clasificación según el horizonte

- Predicción a corto plazo
- Predicción a medio plazo
- Predicción a largo plazo

# Estableciendo lo que hay que predecir

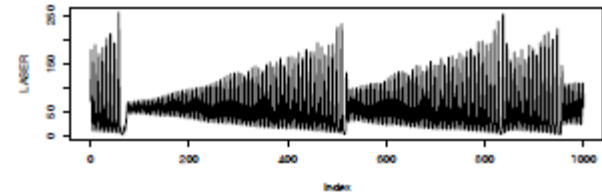
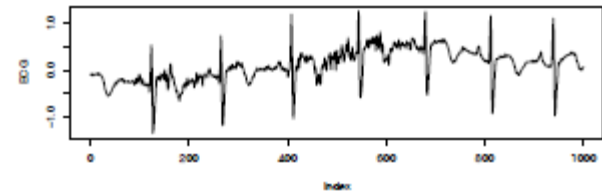
- ¿Qué predecir?
  - Una cantidad simple
  - Un resumen (agregado)
- Horizonte de predicción
- Frecuencia de predicción

# Predicción cuantitativa

- Se puede aplicar cuando:
  - Hay datos numéricos del pasado disponibles
  - Es razonable asumir que algunos aspectos del comportamiento de los datos (patrones) en el pasado continuarán en el futuro

# Serie temporal

- Cualquier magnitud observada a lo largo del tiempo es una serie temporal
- Es habitual que se realicen observaciones en intervalos regulares (minutos, horas, días, semanas, ...)

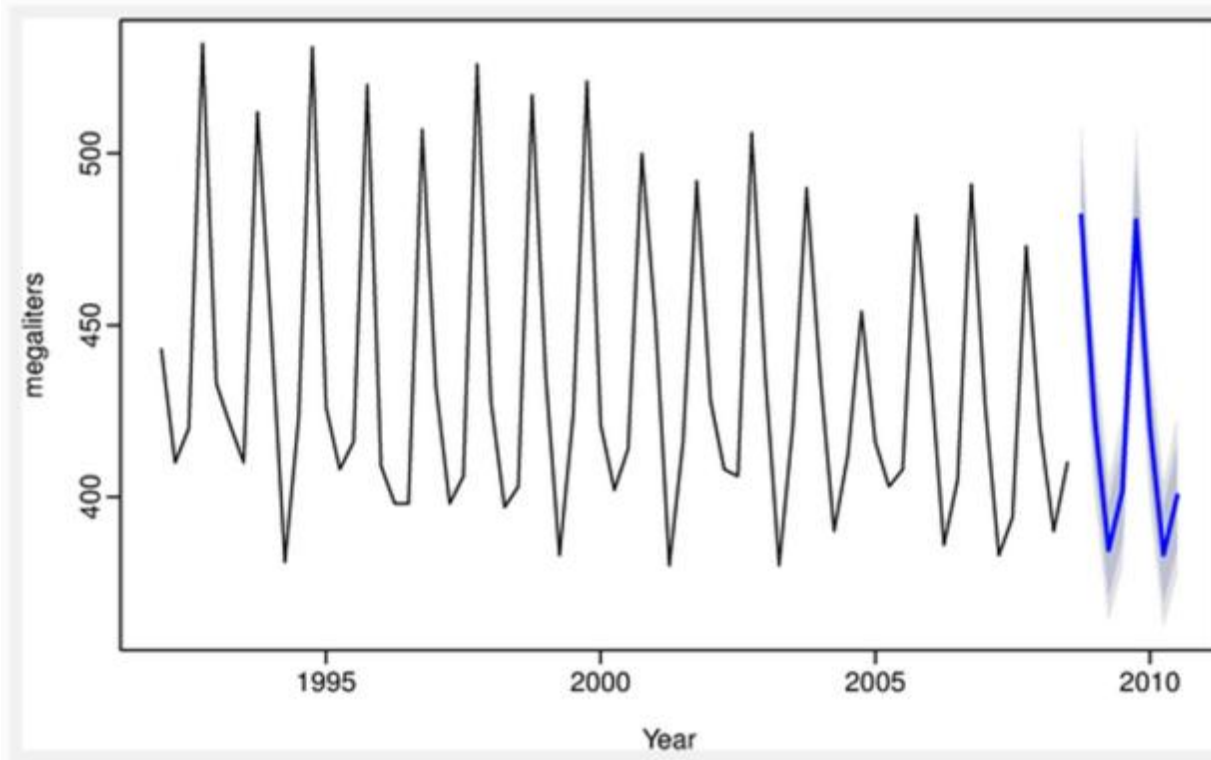


# Predicción de series temporales

- Los datos de una serie temporal son útiles cuando se quiere predecir algo que cambia a lo largo del tiempo (precios de acciones, ventas, beneficios, ...)
- La predicción de la serie pretende averiguar cómo continuará la serie de observaciones en el futuro

Series temporales

# Producción de cerveza



# Variables predictivas

- Demanda de electricidad (DE)
- $DE = f(\text{temperatura actual, fortaleza económica, población, hora del día, día de la semana, error})$



# Pasos en una tarea de predicción

1. Definición del problema
2. Recabar información
3. Análisis exploratorio de datos
4. Elegir y ajustar un modelo adecuado
5. Evaluar el modelo
6. Explotación del modelo

# Prespectiva estadística de la predicción

- La magnitud a predecir se puede ver como una variable aleatoria
- Cuanto más se aleja el horizonte de predicción, mayor incertidumbre
- Predecir: calcular la espereanza de la variable aleatoria

# Herramientas para la predicción

# Herramientas para la predicción

- Gráficos
- Medidas de tendencia central
- Transformaciones y ajustes
- Evaluación de la precisión de la predicción
- Análisis de residuos
- Intervalos de predicción

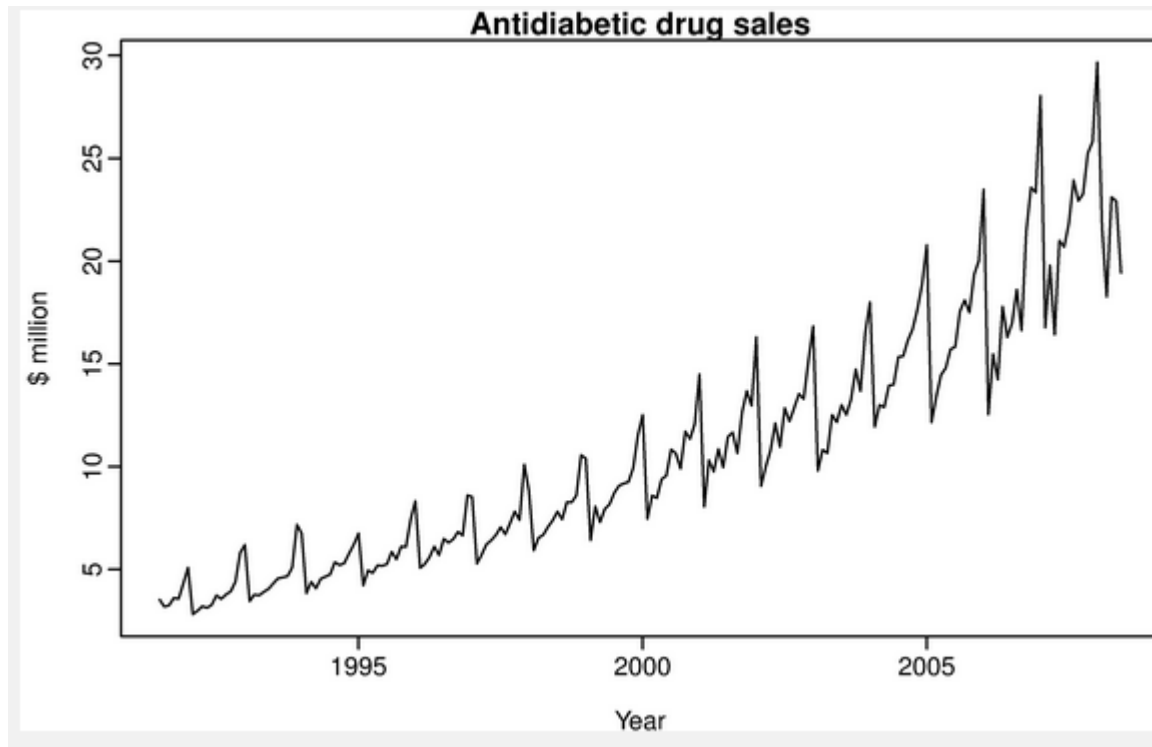
# Diagrama temporal



# Para generar el gráfico

```
library(fpp)
data(melsyd)
plot(melsyd[, "Economy.Class"],
     main="Economy class passengers: Melbourne-
     Sydney",
     xlab="Year", ylab="Thousands")
```

# Diagrama temporal



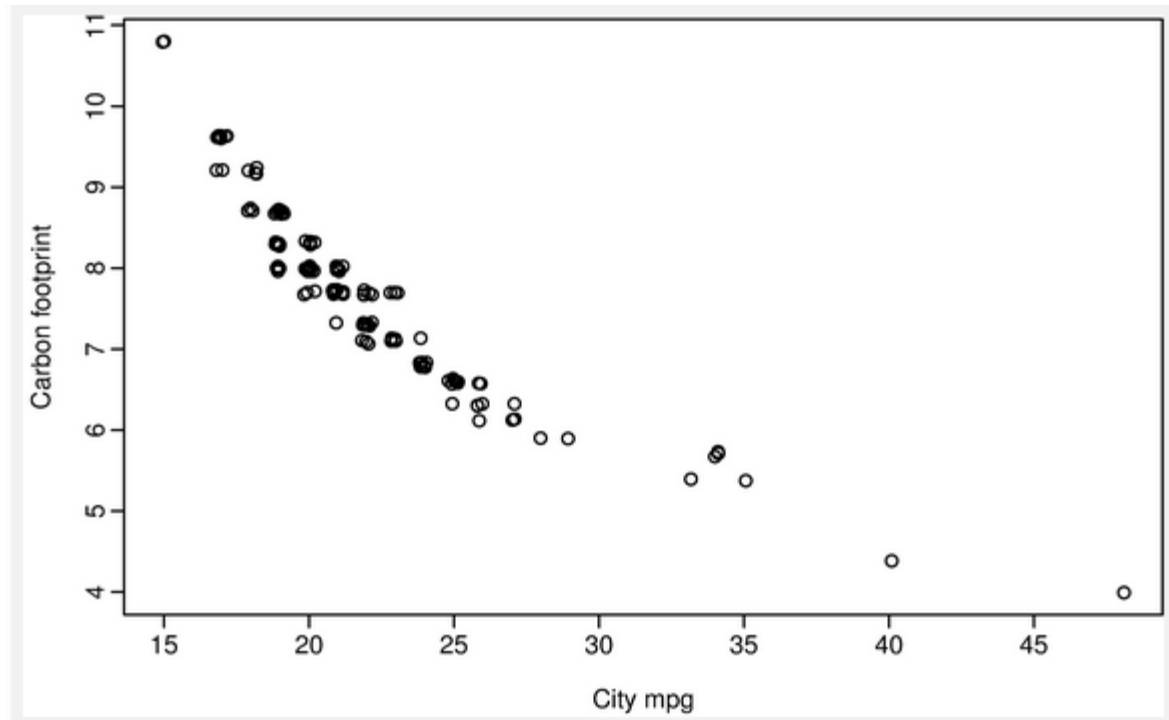
# Para generar el gráfico

```
data(a10)
```

```
plot(a10, ylab="$ million", xlab="Year",  
main="Antidiabetic drug sales")
```



# Diagrama de puntos

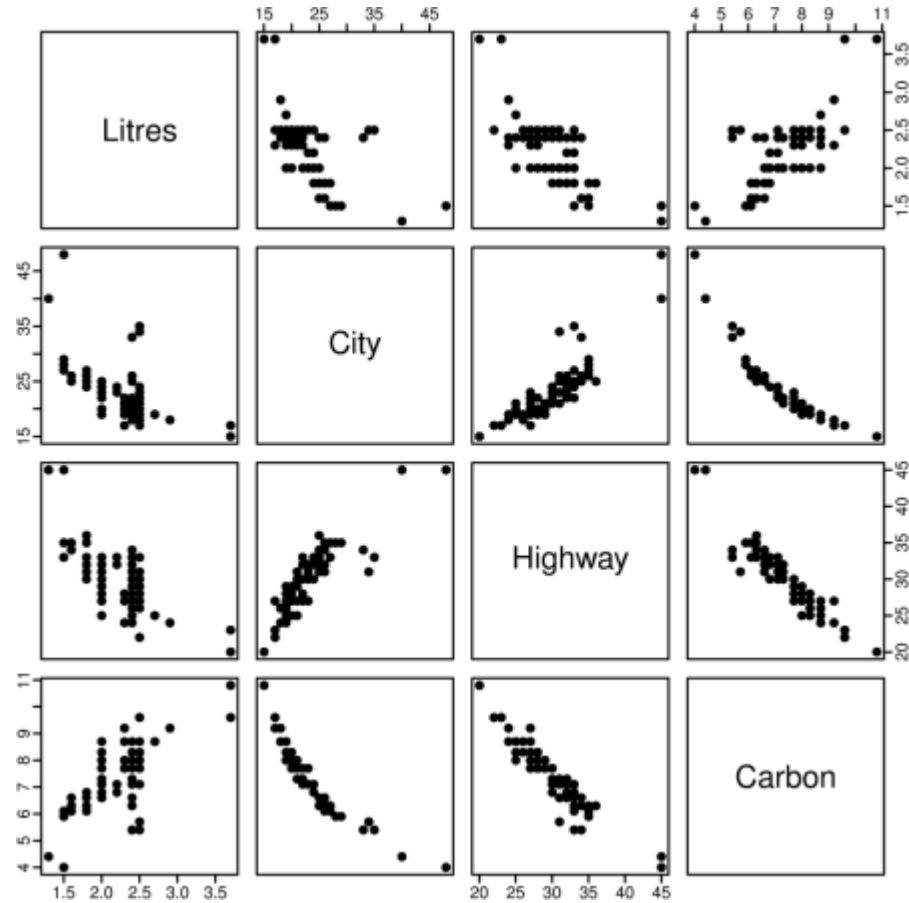


# Para generar el gráfico

```
data(jitter)
```

```
plot(jitter(fuel[,5]), jitter(fuel[,8]),  
xlab="City mpg", ylab="Carbon footprint")
```

# Matriz de diagramas



# Para generar el gráfico

```
data(fuel)
```

```
pairs(fuel[, -c(1:2, 4, 7)], pch=19)
```

# Patrones en series temporales

- **Tendencia:** incremento o decremento a largo plazo
- **Estacionalidad:** efectos estacionales (momento del año, día, semana)
- **Ciclos:** los datos muestran subidas o caídas que no se tienen un periodo fijo, son variables y de longitud desconocida

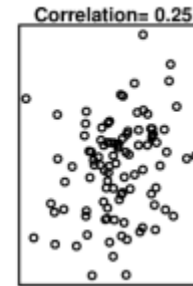
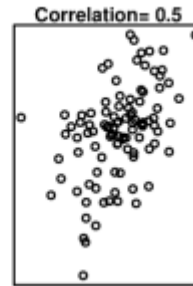
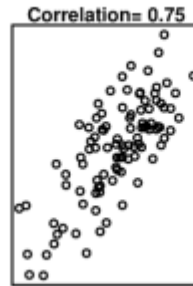
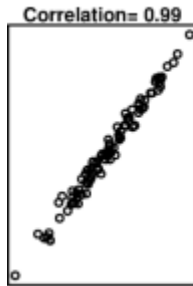
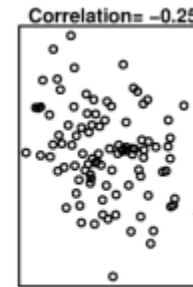
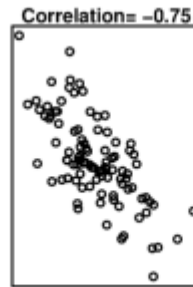
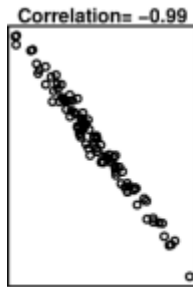
# Medidas de tendencia central: univariabes

- Mediar aritmética
- Mediana
- Percentiles
- Rango intercuartílico
- Desviación estándar

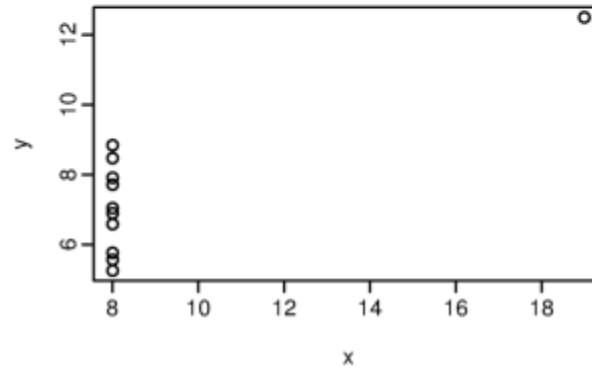
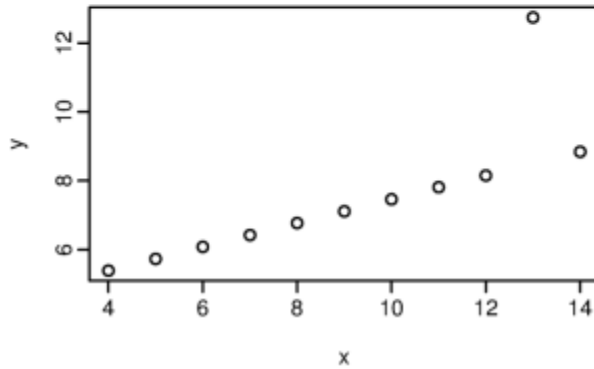
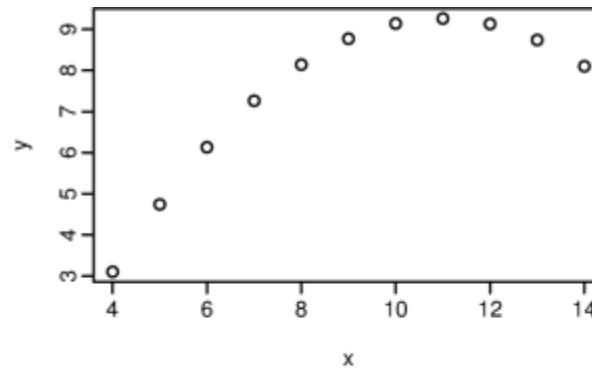
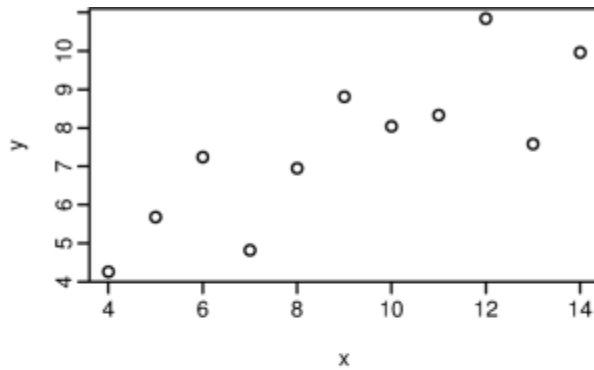
# Coeficiente de correlación

- Fuerza de la relación lineal

$$r = \frac{\sum(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum(x_i - \bar{x})^2} \sqrt{\sum(y_i - \bar{y})^2}}$$



# Coeficiente de correlación: 0,82

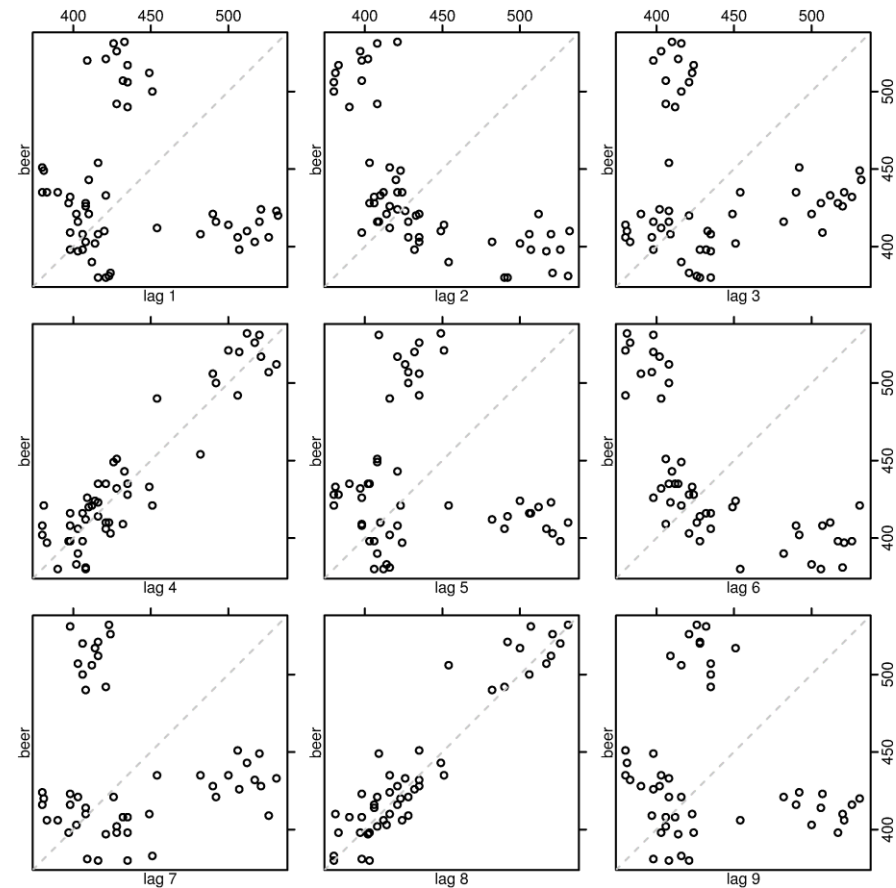




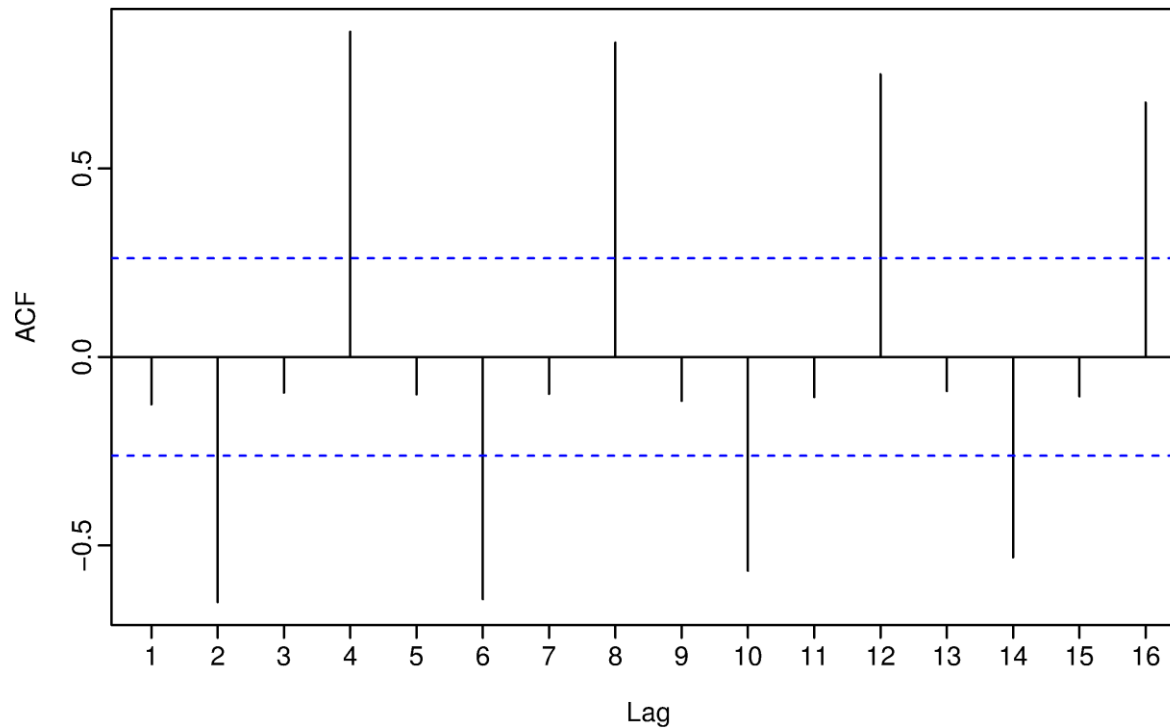
# Autocorrelación

- Relación entre valores retrasados de una serie

$$r_k = \frac{\sum_{t=k+1}^T (y_t - \bar{y})(y_{t-k} - \bar{y})}{\sum_{t=1}^T (y_t - \bar{y})^2},$$



# Función de autocorrelación (ACF)



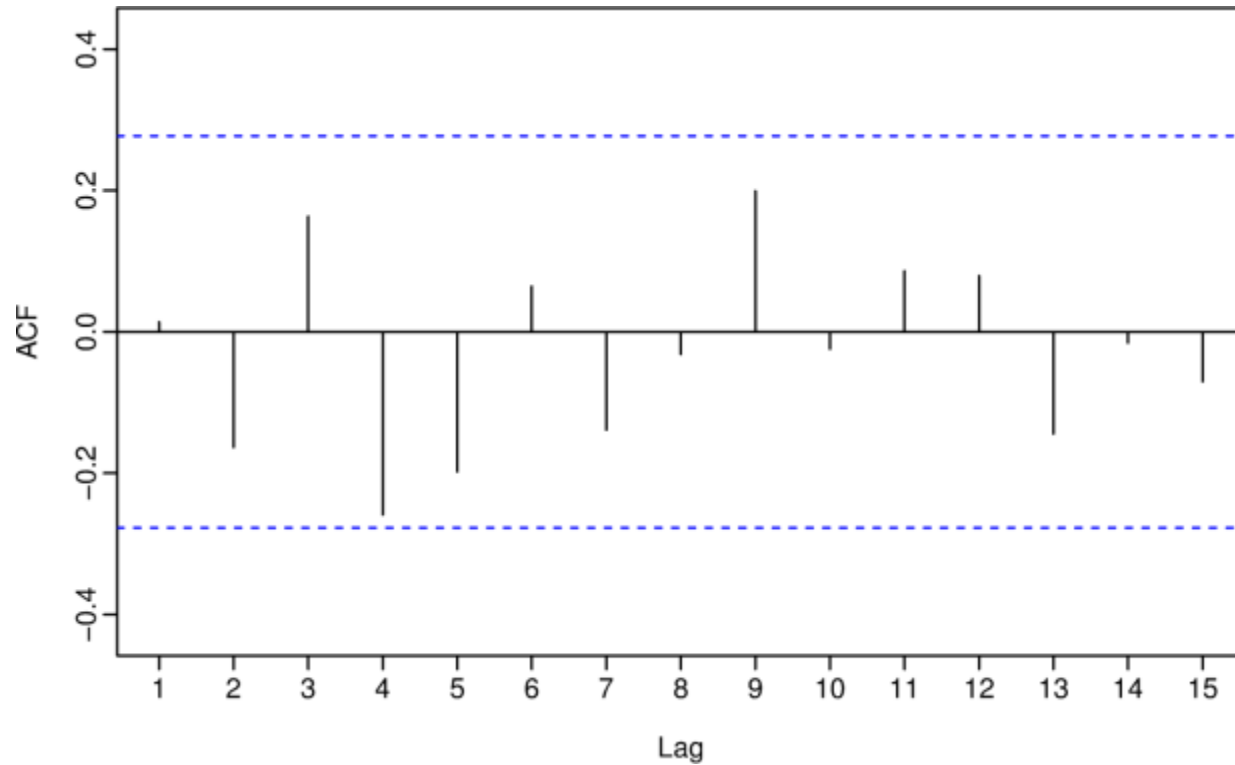
# Para generar el gráfico

```
data(ausbeer)
```

```
beer2 <- window(ausbeer, start=1992, end=2006-.1)
```

```
Acf(beer2)
```

# Ruido blanco



# Para generar el gráfico

```
set.seed(30)
```

```
x <- ts(rnorm(50))
```

```
Acf(x)
```

# Métodos de predicción simples

- Promedio

$$\hat{y}_{T+h|T} = \bar{y} = (y_1 + \dots + y_T)/T.$$

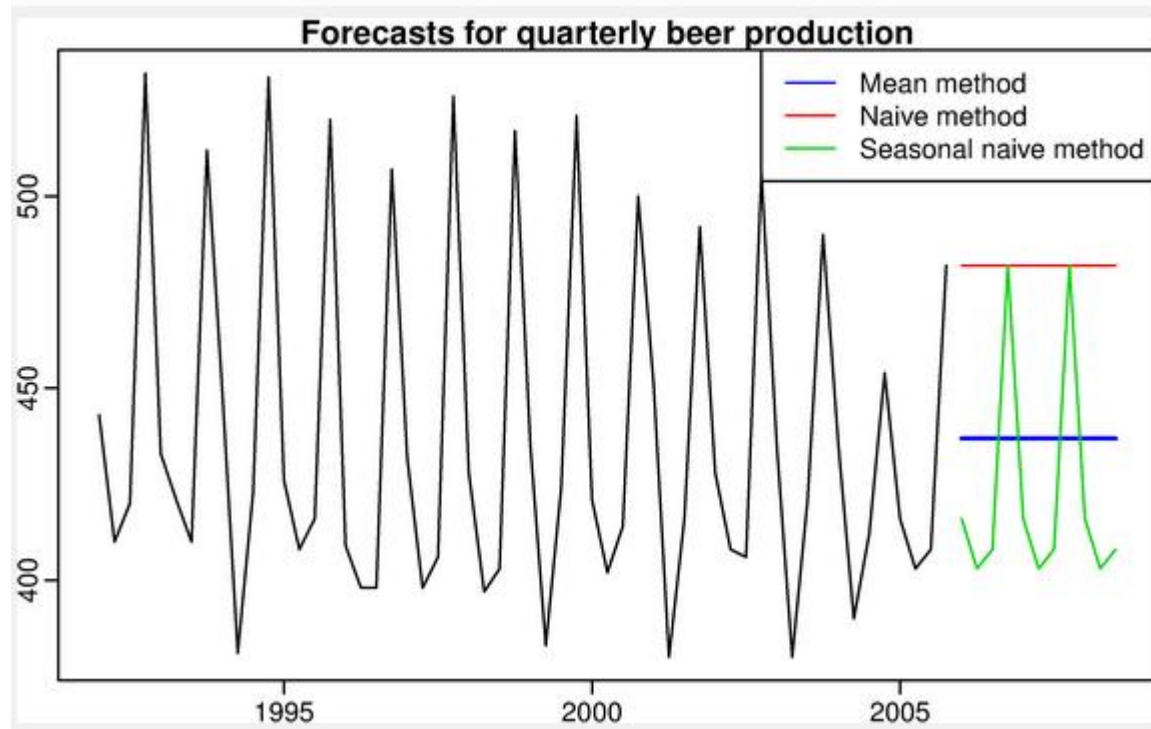
- Ingenuo: el último valor

- Ingenuo estacional

- Metodo deriva

- La predicción se incrementa o decrementa a lo largo del tiempo en base a la media histórica

# Métodos de predicción sencillos



# Para generar el gráfico

```

beer2 <- window(ausbeer, start=1992, end=2006-.1)
beerfit1 <- meanf(beer2, h=11)
beerfit2 <- naive(beer2, h=11)
beerfit3 <- snaive(beer2, h=11)

plot(beerfit1, plot.conf=FALSE,
     main="Forecasts for quarterly beer production")
lines(beerfit2$mean, col=2)
lines(beerfit3$mean, col=3)
legend("topright", lty=1, col=c(4, 2, 3),
     legend=c("Mean method", "Naive method", "Seasonal
naive method"))

```



# Transformaciones

- Ajustar los datos históricos puede permitir obtener un modelo de predicción más sencillo
- Transformaciones matemáticas
- Ajustes de calendario
- Ajustes de población
- Ajustes de inflación

# Evaluar la precisión

- Error de predicción

$$e_i = y_i - \hat{y}_i$$

- Errores dependientes de la escala

$$\text{MAE} = \text{mean}(|e_i|),$$

$$\text{RMSE} = \sqrt{\text{mean}(e_i^2)}.$$

- Error en porcentaje

$$p_i = 100e_i/y_i$$

- Errores escalados

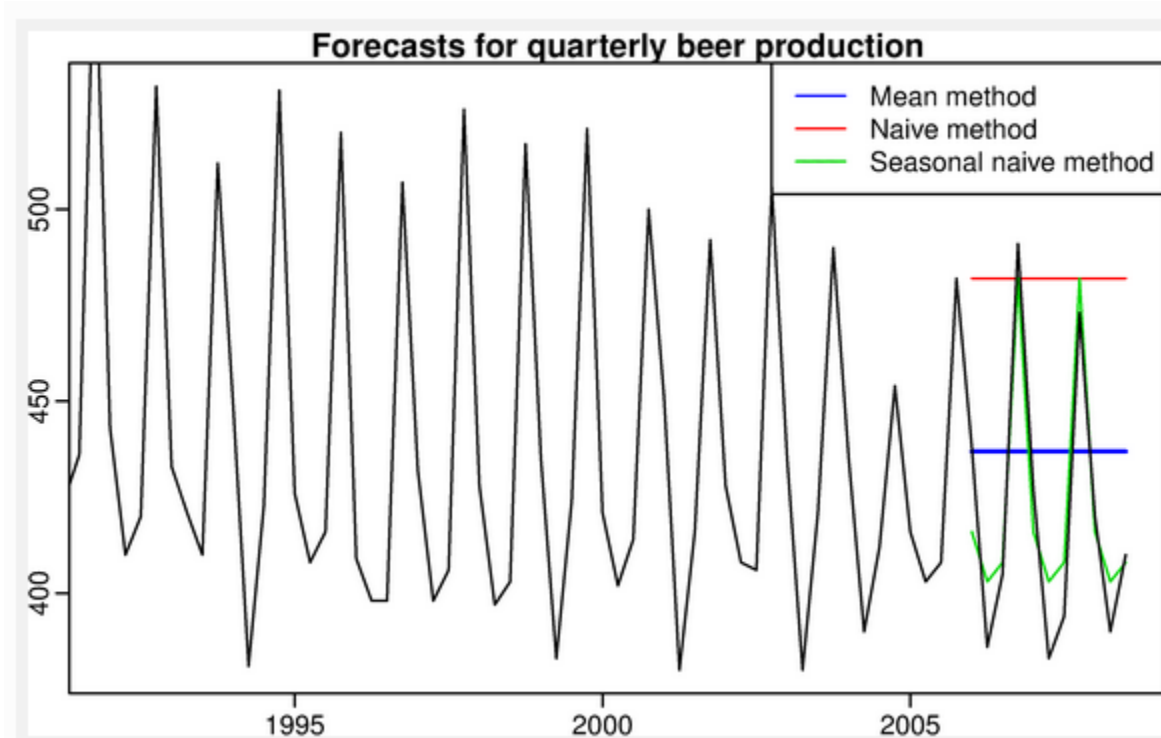
$$\text{MAPE} = \text{mean}(|p_i|).$$

$$\text{sMAPE} = \text{mean}(200|y_i - \hat{y}_i|/(y_i + \hat{y}_i))$$

$$q_j = \frac{e_j}{\frac{1}{T-1} \sum_{t=2}^T |y_t - y_{t-1}|}$$

$$\text{MASE} = \text{mean}(|q_j|).$$

# Series temporales estacionales

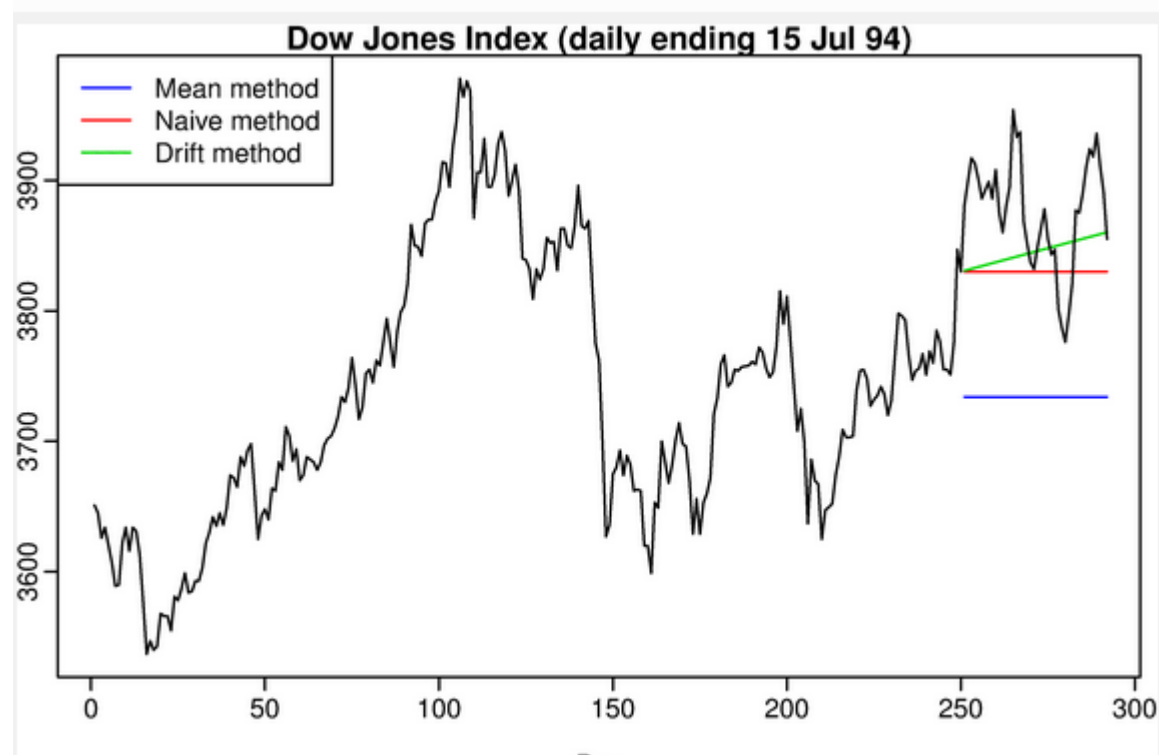


Method	RMSE	MAE	MAPE	MASE
Mean method	38.01	33.78	8.17	0.61
Naïve method	70.91	63.91	15.88	1.15
Seasonal naïve method	12.97	11.27	2.73	0.20

# Para generar el gráfico

```
data(dj)
dj2 <- window(dj, end=250)
plot(dj2, main="Dow Jones Index (daily ending 15
Jul 94)",
      ylab="", xlab="Day", xlim=c(2, 290))
lines(meanf(dj2, h=42)$mean, col=4)
lines(rwf(dj2, h=42)$mean, col=2)
lines(rwf(dj2, drift=TRUE, h=42)$mean, col=3)
legend("topleft", lty=1, col=c(4, 2, 3),
      legend=c("Mean method", "Naive method", "Drift
method"))
```

# Series temporales no estacionales

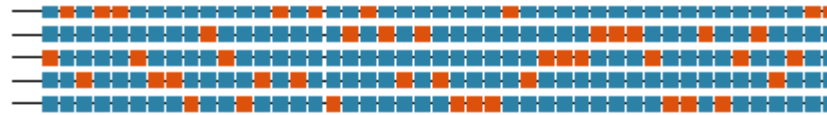


Method	RMSE	MAE	MAPE	MASE
Mean method	148.24	142.42	3.66	8.70
Naïve method	62.03	54.44	1.40	3.32
Drift method	53.70	45.73	1.18	2.79

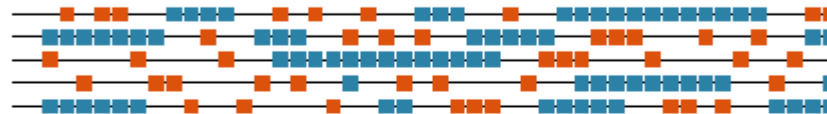
# Metodología

- Como en cualquier otra tarea de análisis y modelado de datos, es esencial realizar una evaluación correcta
- Los datos deben dividirse en entrenamiento y prueba
- Se puede mejorar con validación cruzada
- O validación-cruzada por bloques

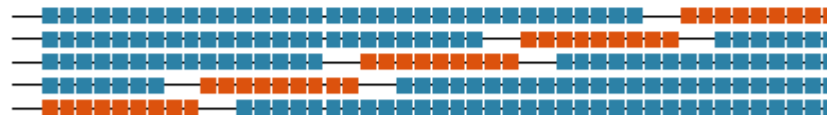
# Procedimientos de selección de modelos



cross-validation



non-dep. cross-validation



blocked cross-validation



last block

# Análisis de residuos

- Residuo: diferencia entre el valor observado y la predicción
- Un buen método de predicción producirá residuos que:
  - No estén correlados
  - Tengan media cero
- Cualquier método que no verifique esas propiedades puede ser mejorado
- Además, es interesante observar si:
  - Los residuos tienen varianza constante
  - Los residuos tienen distribución normal



# Intervalos de predicción

- Un intervalo de predicción da un intervalo dentro del cual está el valor esperado con una probabilidad determinada (dependen de la probabilidad)
- Cuando la predicción se hace para el siguiente valor, la desviación estándar de la distribución de predicción es casi la misma que la desviación estándar de los residuos

# Predicción de series temporales con R

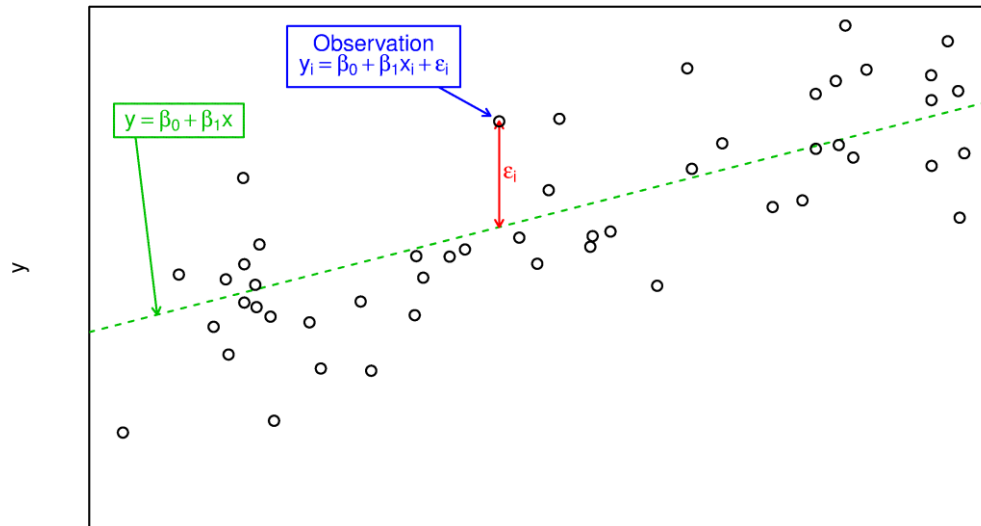
- R es un plataforma muy potente para el análisis y predicción de series temporales
- CRAN Task View: Time Series Analysis
- Principales paquetes:
  - forecast
  - zoo
  - ts
  - tseries
  - tsDyn

# Regresión simple

# Regresión lineal simple

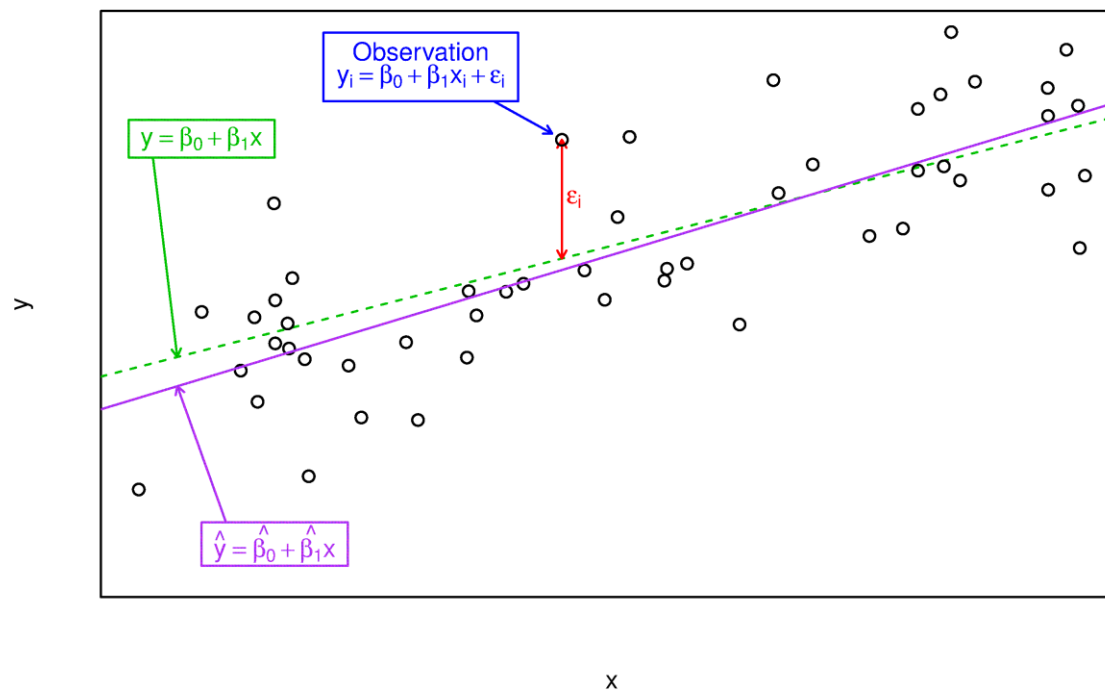
- Asumamos que la variable predicha y las predictivas tienen una relación lineal

$$y = \beta_0 + \beta_1 x + \varepsilon$$



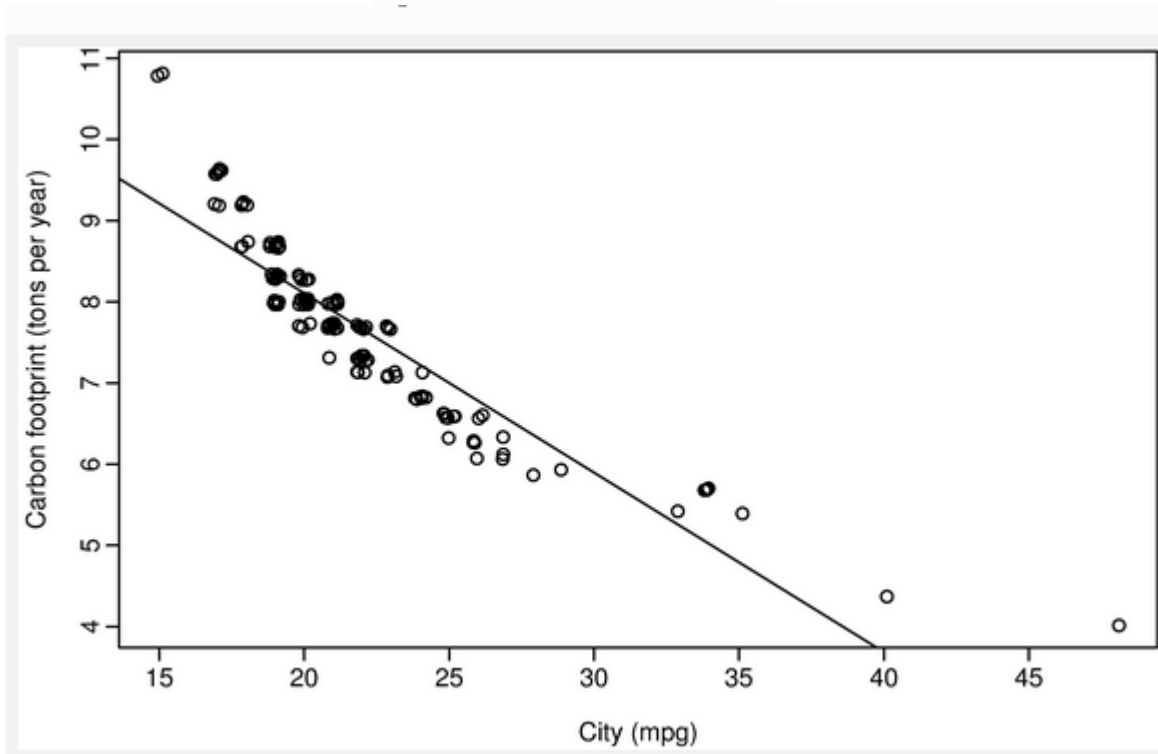
# Aproximación por mínimos cuadrados

$$\sum_{i=1}^N \epsilon_i^2 = \sum_{i=1}^N (y_i - \beta_0 - \beta_1 x_i)^2$$



# Regresión y correlación

$$\hat{\beta}_1 = r \frac{s_y}{s_x}$$



# Ajuste del modelo

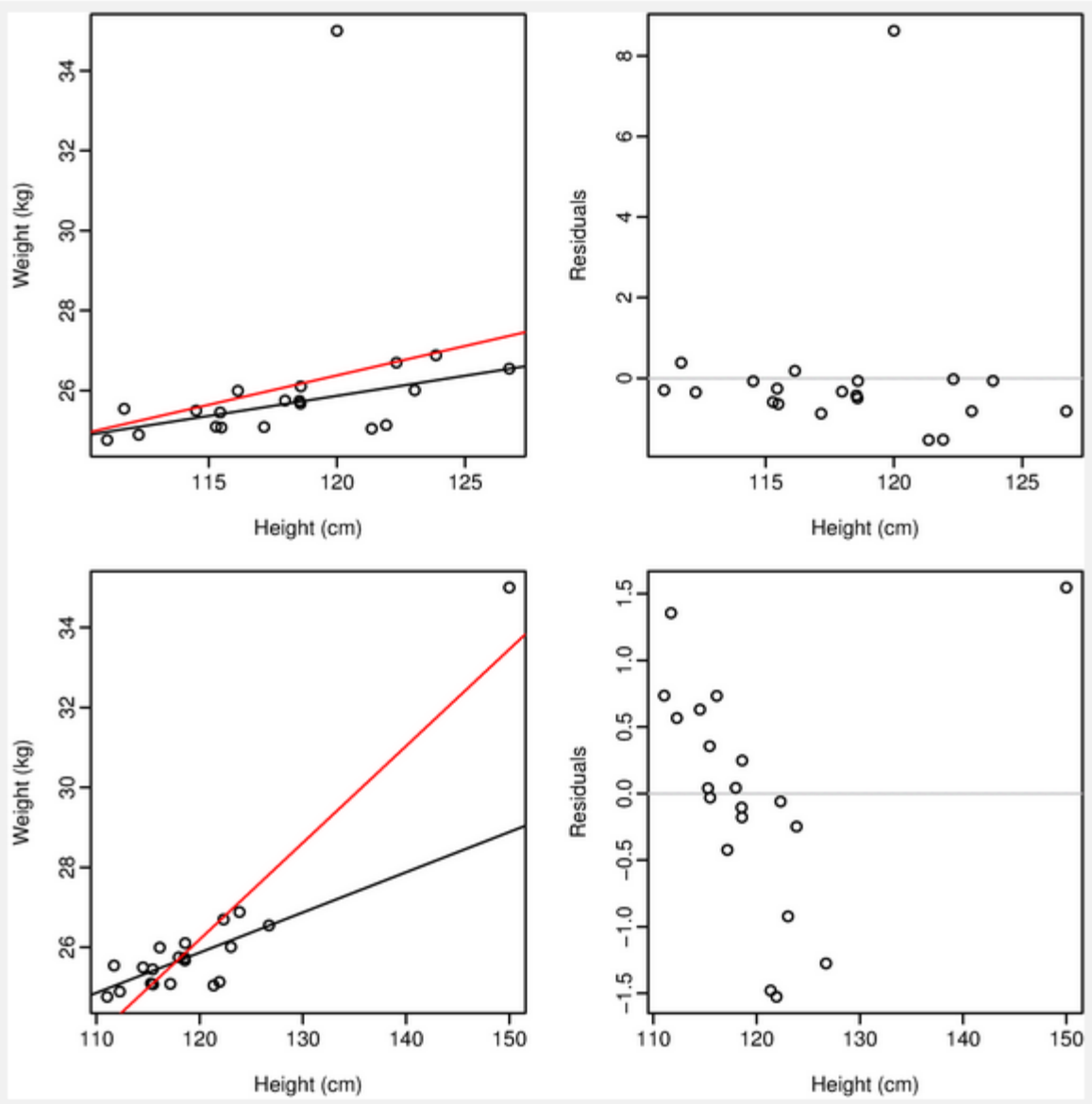
```
data(jiiter)
```

```
plot(jitter(Carbon) ~ jitter(City), xlab="City  
(mpg)",
```

```
ylab="Carbon footprint (tons per  
year)", data=fuel)
```

```
fit <- lm(Carbon ~ City, data=fuel)
```

```
abline(fit)
```





# Calidad del ajuste

- Coeficiente de determinación,  $R^2$ :

$$R^2 = \frac{\sum(\hat{y}_i - \bar{y})^2}{\sum(y_i - \bar{y})^2},$$

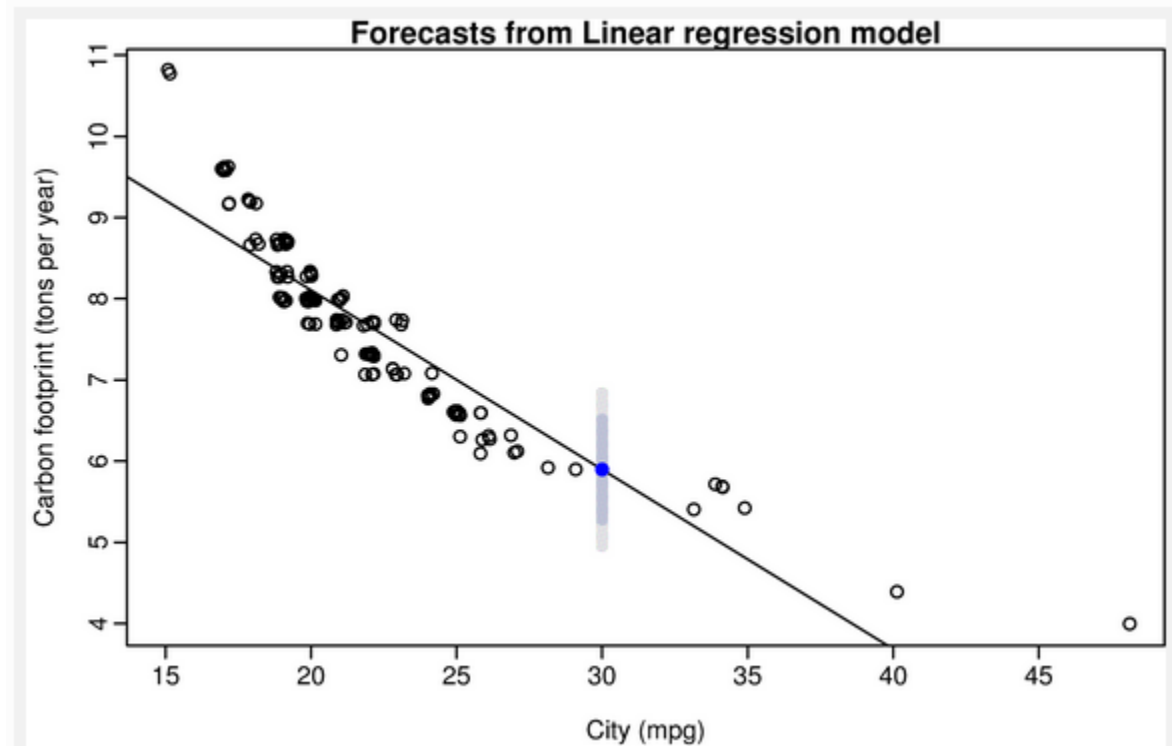
- Error estándar de la regresión

$$s_e = \sqrt{\frac{1}{N-2} \sum_{i=1}^N e_i^2}.$$

# Predicción con regresión

$$\hat{y} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x$$

$$\hat{y} \pm 1.96s_e \sqrt{1 + \frac{1}{N} + \frac{(x - \bar{x})^2}{(N-1)s_x^2}}$$



# Para generar el gráfico

```
fitted(fit)[1]
```

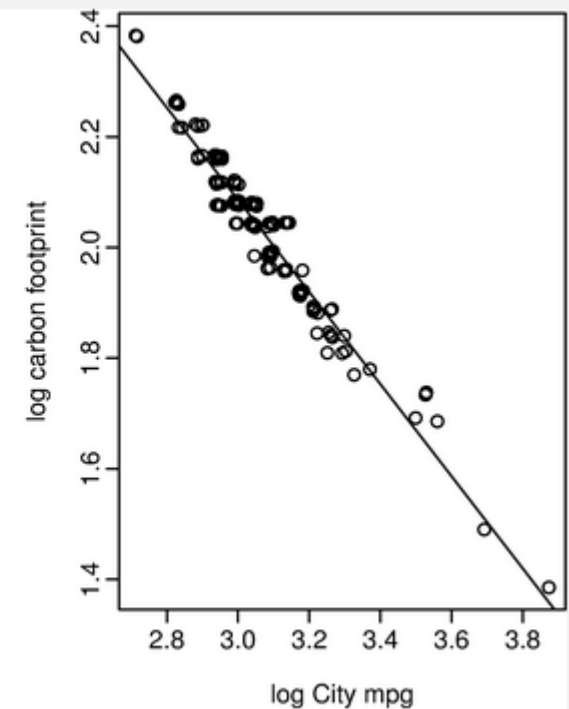
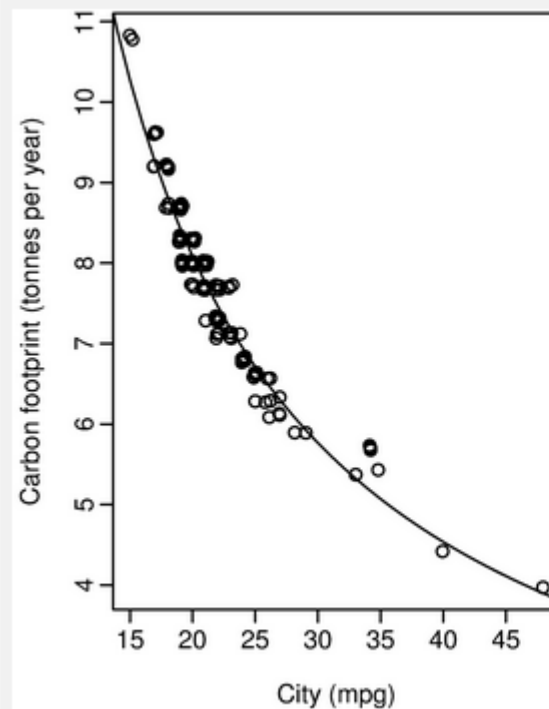
```
fcast <- forecast(fit,  
newdata=data.frame(City=30))
```

```
plot(fcast, xlab="City (mpg)", ylab="Carbon  
footprint (tons per year)")
```

# Regresión no lineal

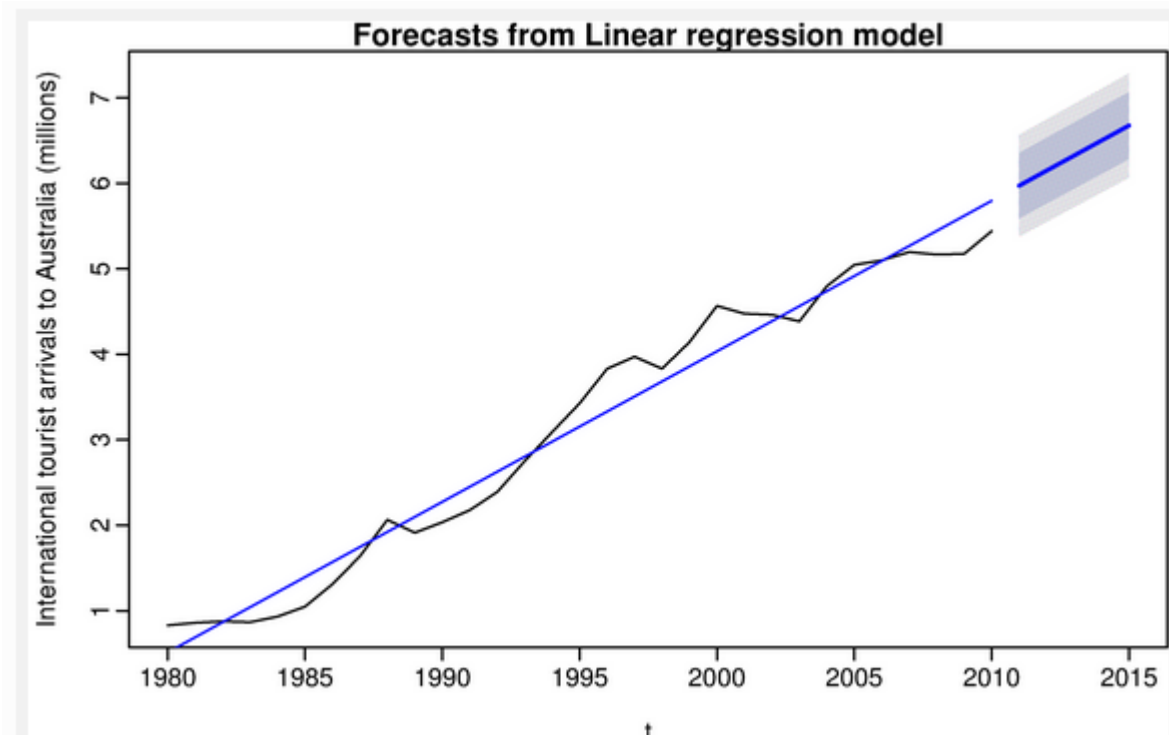
- Puede ocurrir que una función no lineal sea más adecuada para el problema que una función lineal
- Se puede conseguir transformando x o y

$$\log y_i = \beta_0 + \beta_1 \log x_i + \varepsilon_i.$$



# Regresión con datos de series temporales

$$y_t = \beta_0 + \beta_1 t + \varepsilon_t.$$



# Para generar el gráfico

```
fit.ex4 <- tslm(austa ~ trend)

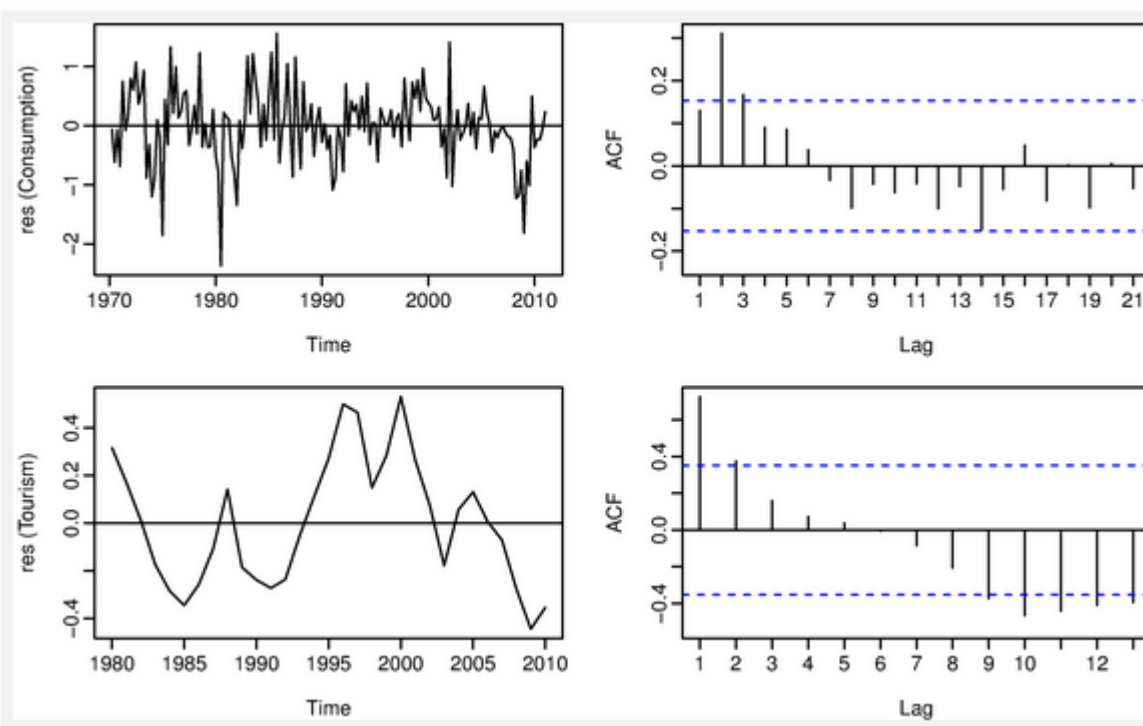
f <- forecast(fit.ex4, h=5, level=c(80,95))

plot(f, ylab="International tourist arrivals to
Australia (millions)",
      xlab="t")

lines(fitted(fit.ex4), col="blue")

summary(fit.ex4)
```

# Autocorrelación de residuos

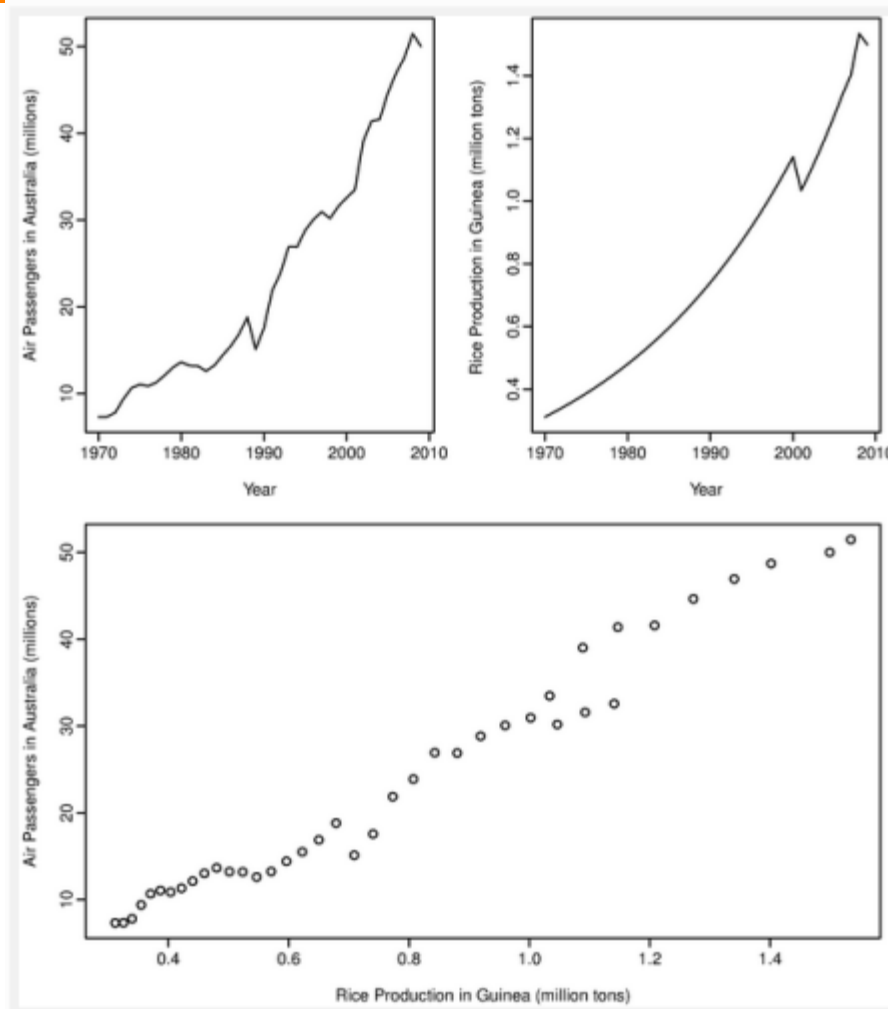


# Para generar el gráfico

```
par(mfrow=c(2,2))
res3 <- ts(resid(fit.ex3),s=1970.25,f=4)
plot.ts(res3,ylab="res (Consumption)")
abline(0,0)
Acf(res3)
res4 <- resid(fit.ex4)
plot(res4,ylab="res (Tourism)")
abline(0,0)
Acf(res4)
```



# Regresión espúrea



# Regresión multivariable

# Regresión multivariable

Se puede construir una predicción con base en varias variables predictivas

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{1,i} + \beta_2 x_{2,i} + \cdots + \beta_k x_{k,i} + e_i.$$

$$\sum_{i=1}^n e_i^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - \beta_0 - \beta_1 x_{1,i} - \cdots - \beta_k x_{k,i})^2.$$

# Selección de variables predictivas

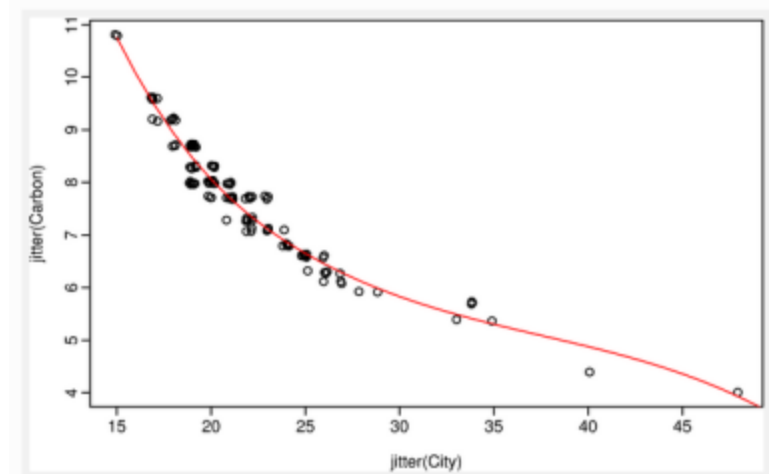
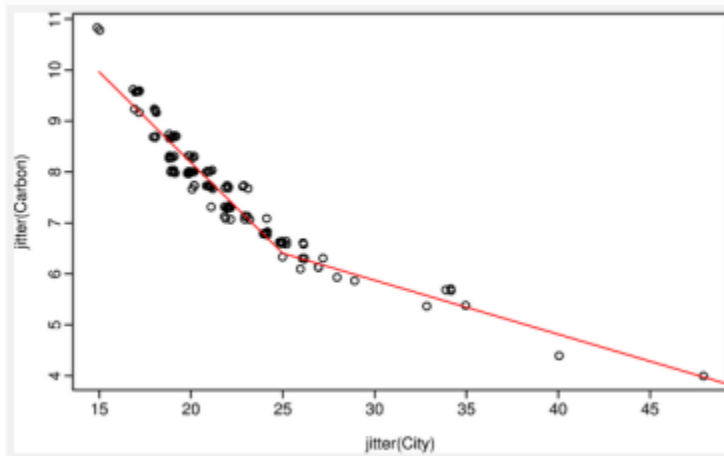
- R2 ajustado
- Validación cruzada
- Akaike's Information Criterion
- Corrected Akaike's Information Criterion
- Schwarz Bayesian Information Criterion
- Mejor subconjunto para la regresión
- Regresión por pasos

# Análisis de residuos: gráficos

- Gráficos de puntos: residuo frente a predictivas
- Gráfico de puntos: residuos frente a valores predichos
- Autocorrelación en los residuos
- Histograma de residuos

# Regresión no lineal

$$y = f(x) + e_i$$



# Para generar los dos gráficos

```

Cityp <- pmax(fuel$City-25,0)
fit2 <- lm(Carbon ~ City + Cityp, data=fuel)
x <- 15:50; z <- pmax(x-25,0)
fcast2 <- forecast(fit2,
newdata=data.frame(City=x, Cityp=z))
plot(jitter(Carbon) ~ jitter(City), data=fuel)
lines(x, fcast2$mean,col="red")

```

```

fit3 <- lm(Carbon ~ City + I(City^2) + I(City^3) +
I(Cityp^3), data=fuel)
fcast3 <-
forecast(fit3,newdata=data.frame(City=x, Cityp=z))
plot(jitter(Carbon) ~ jitter(City), data=fuel)
lines(x, fcast3$mean,col="red")

```

# Correlación NO es causalidad

- Una variable  $x$  puede ser útil para predecir una variable  $y$ , pero eso no significa que  $x$  cause  $y$
- Las correlaciones son útiles para predecir aunque no exista relación causal entre las variables



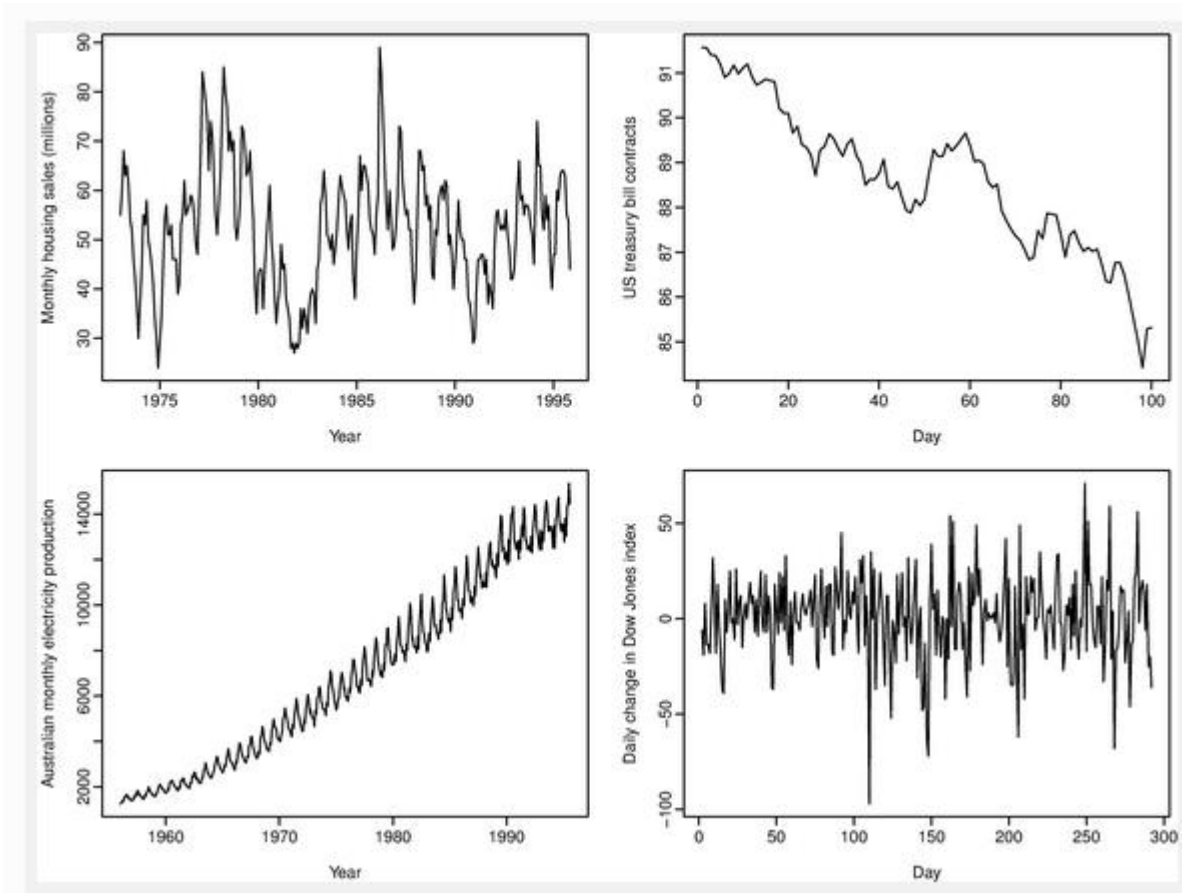
# Descomposición de series temporales

# Descomposición de series temporales

- Las series temporales pueden mostrar una gran variedad de patrones. Es beneficioso categorizar algunos patrones y comportamientos que pueden verse
- A veces, es muy útil descomponer una serie en varias partes, cada una de las cuales representa una parte del comportamiento

# Componentes de las series temporales

Tendencia, estacionalidad y ciclos



# Para generar el gráfico

```
data(hsales)
data(ustreas)
data(elec)
par(mfrow=c(2,2))
plot(hsales,xlab="Year",ylab="Monthly housing
sales (millions)")
plot(ustreas,xlab="Day",ylab="US treasury bill
contracts")
plot(elec,xlab="Year",ylab="Australian monthly
electricity production")
plot(diff(dj),xlab="Day",ylab="Daily change in
Dow Jones index")
```

# Time series decomposition

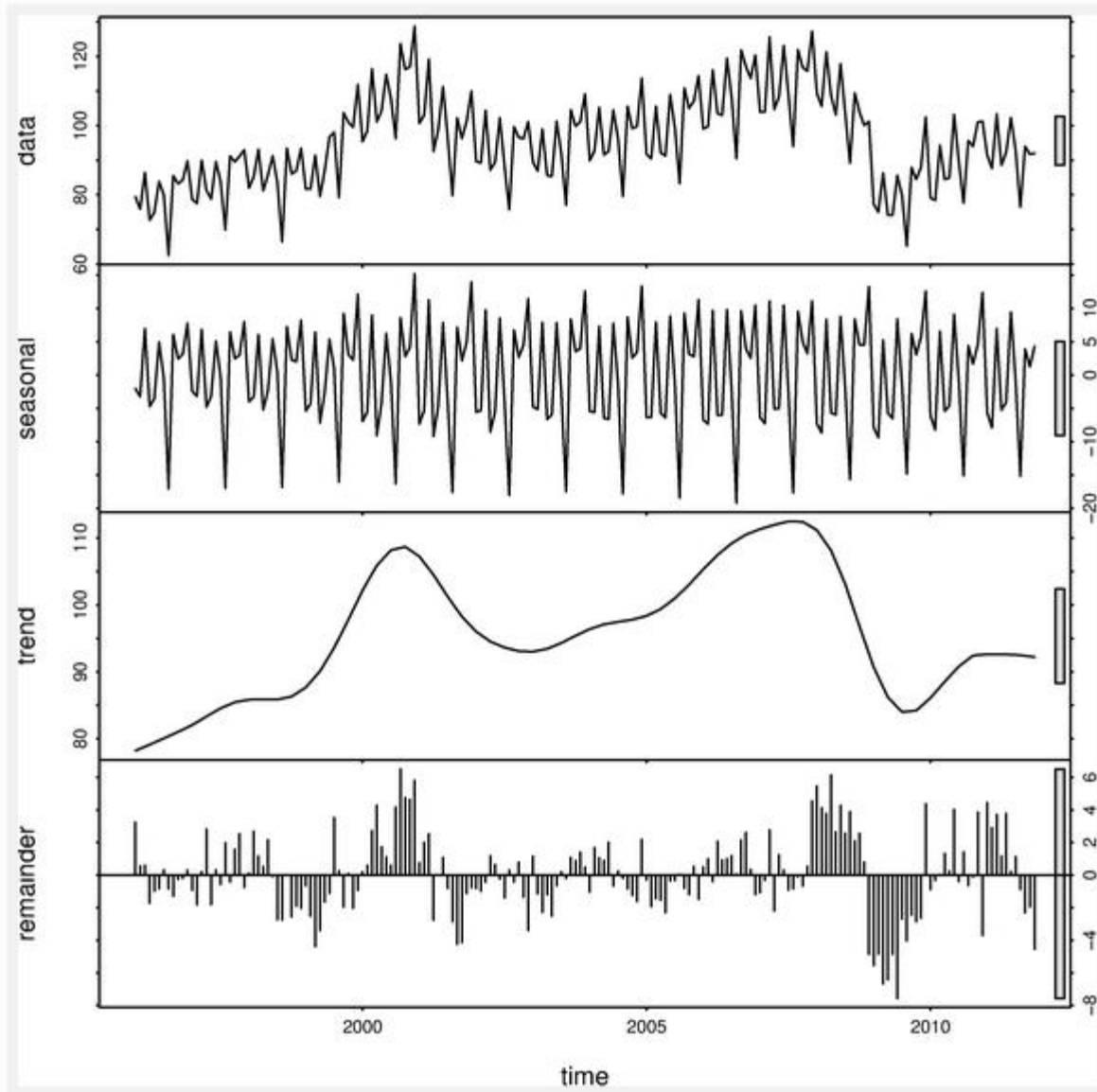
Descomposición aditiva

$$y_t = S_t + T_t + E_t$$

Adecuada cuando la magnitud de las fluctuaciones estacionales o la variación entorno a la tendencia no varía con el nivel de la serie temporal

Descomposición multiplicativa

$$y_t = S_t \times T_t \times E_t$$

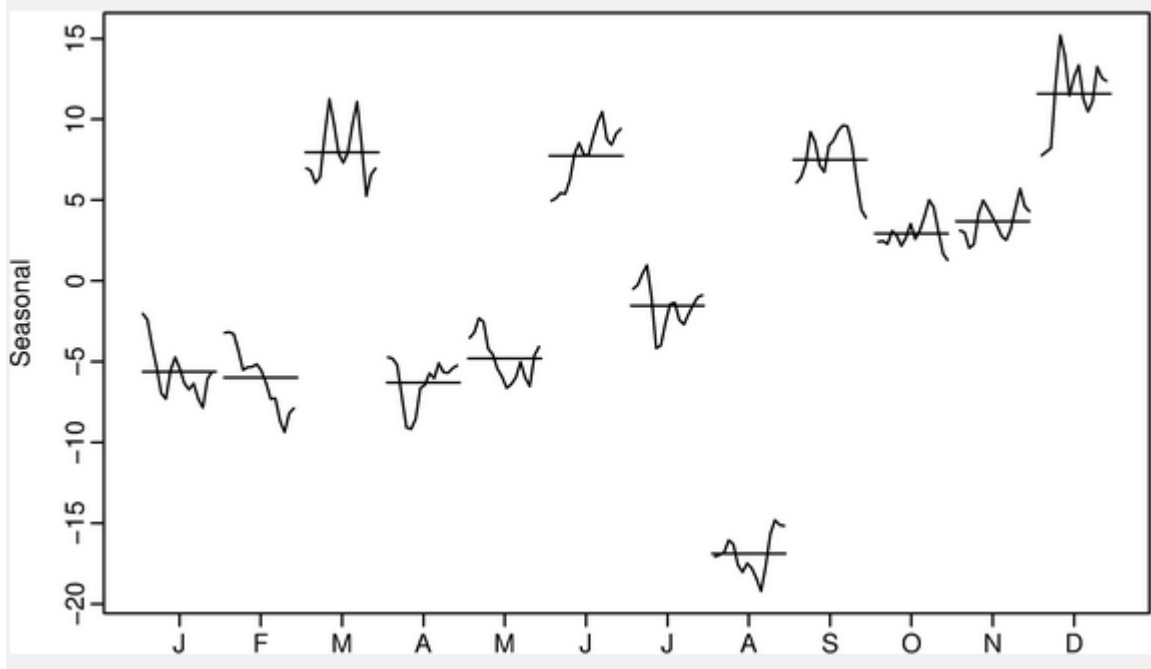


# Para generar el gráfico

```
data(elecequip)
```

```
fit <- stl(elecequip, s.window=5)
```

```
plot(fit)
```



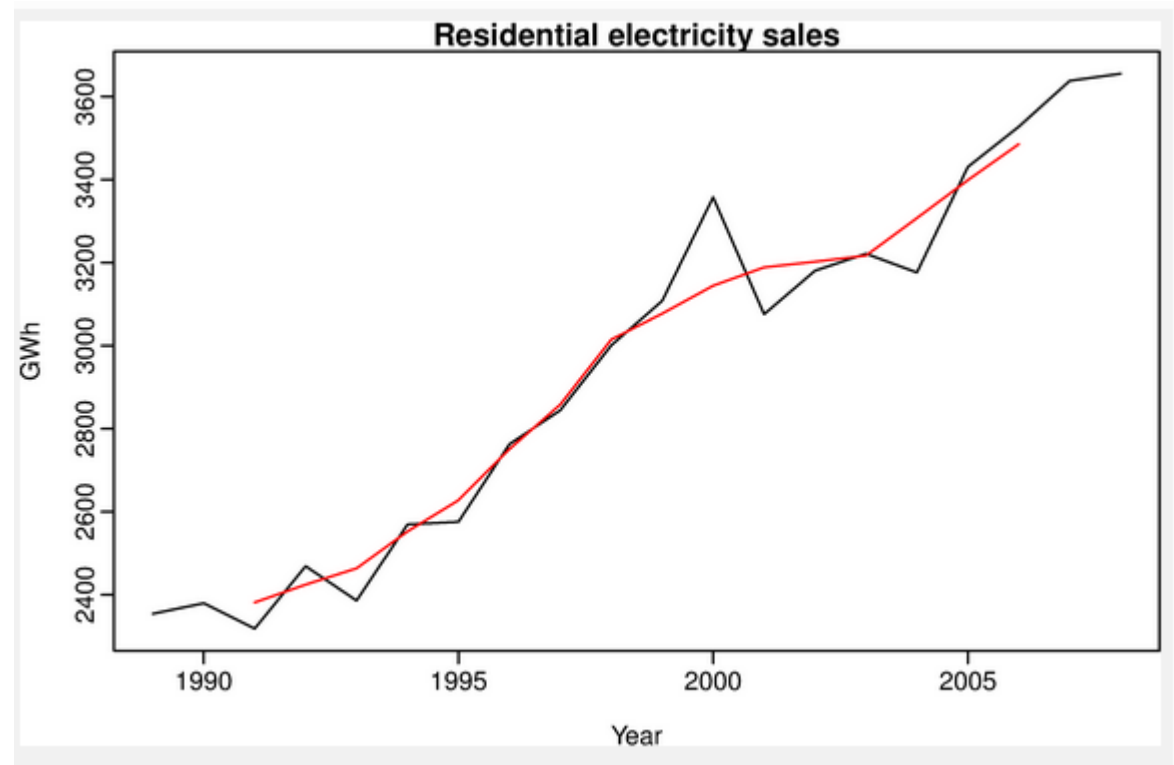


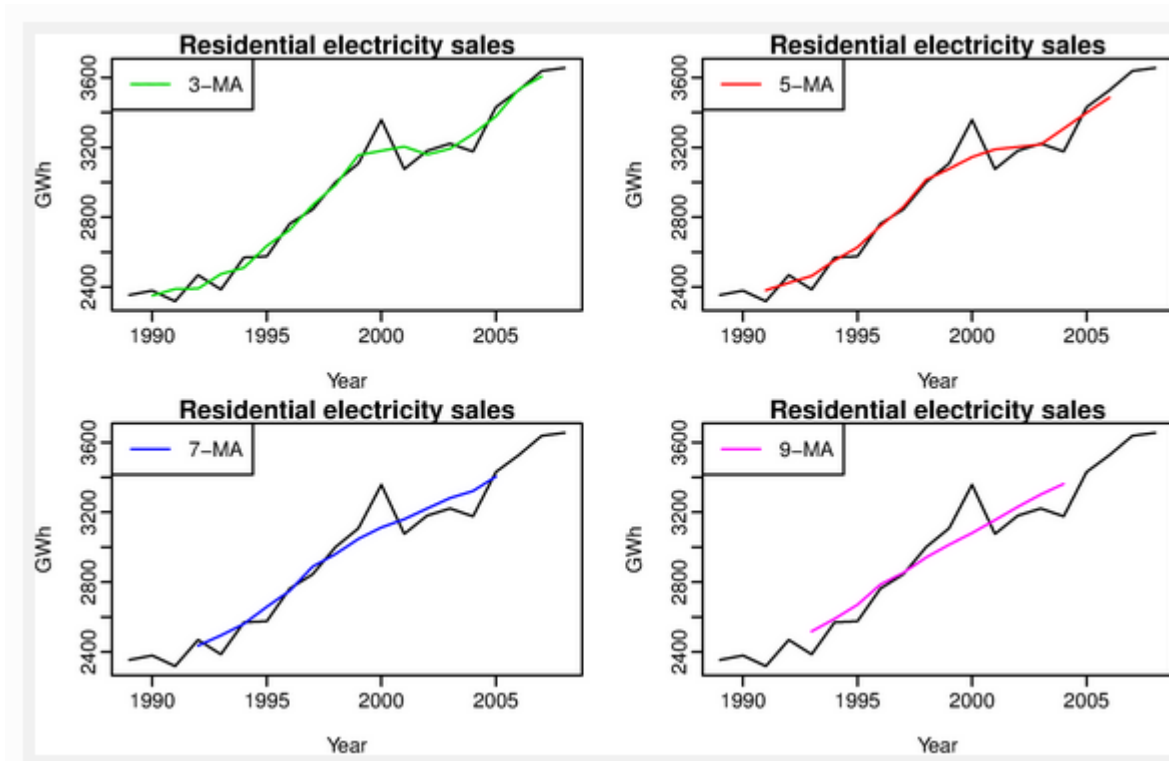
# Para generar el gráfico

```
monthplot(fit$time.series[, "seasonal"], main="",  
ylab="Seasonal")
```

# Medias móviles

$$\hat{T}_t = \frac{1}{m} \sum_{j=-k}^k y_{t+j}$$





Utilizadas frecuentemente para calcular la tendencia a partir de datos estacionales

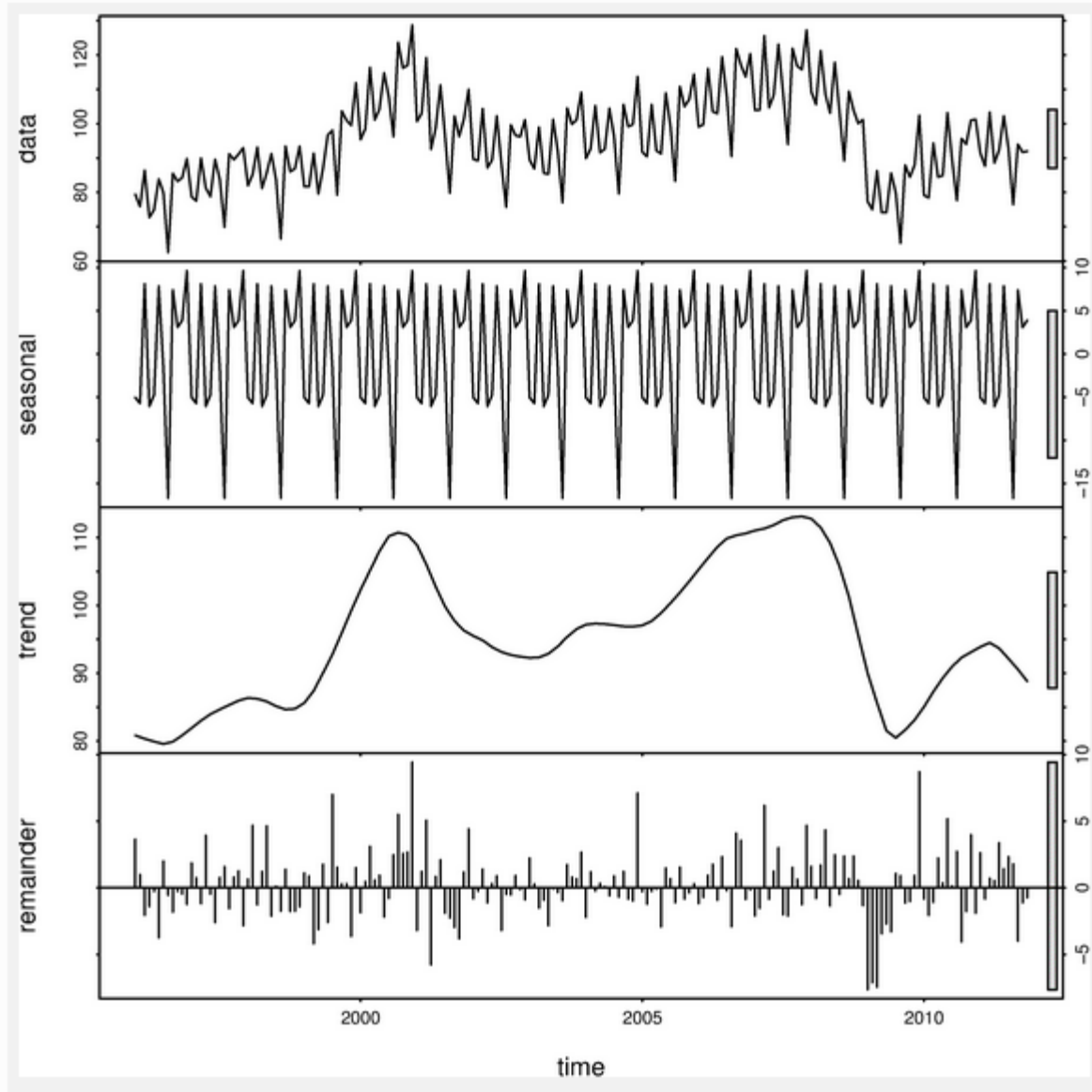
# Medias móviles ponderadas

$$\hat{T}_t = \sum_{j=-k}^k a_j Y_{t+j}$$

Su principal ventaja es que ofrecen una aproximación más suave de la tendencia

# Descomposición STL

- STL es un método de descomposición robusto y versátil: Seasonal and Trend decomposition using Loess.
  - Puede manejar cualquier tipo de estacionalidad
  - Los componentes estacionales pueden cambiar con el tiempo, dentro de un rango controlable por el usuario
  - Es robusto frente a puntos extremos



# Predicción con descomposición

- Para predecir una serie descompuesta, se predicen los componentes individuales y después se calcula el valor predicho

$$y_t = \hat{S}_t + \hat{A}_t$$

$$y_t = \hat{S}_t \hat{A}_t,$$

# Alisado exponencial



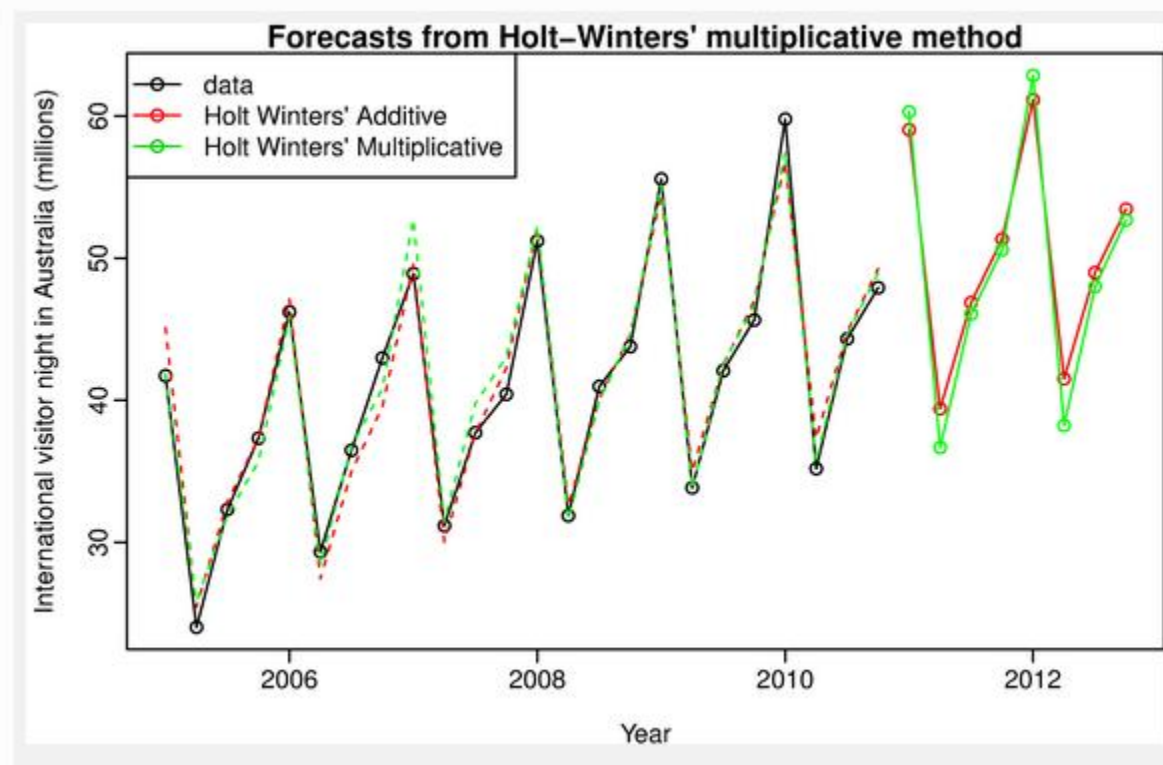
# Alisado exponencial

- Sus predicciones son medias móviles ponderadas de observaciones pasadas con pesos que decaen exponencialmente conforme la observación es más antigua

# Método estacional de Holt-Winters

- Método combinado que incluye una expresión para la predicción y tres ecuaciones para el alisado de las componentes: nivel, tendencia, estacionalidad
  
- Variaciones:
  - Método aditivo. Para variaciones estacionales que son relativamente constantes a lo largo de la serie
  - Método multiplicativo. Para variaciones estacionales proporcionales al nivel (valor) de la serie.

# International visitor nights in Australia



# Para generar el gráfico

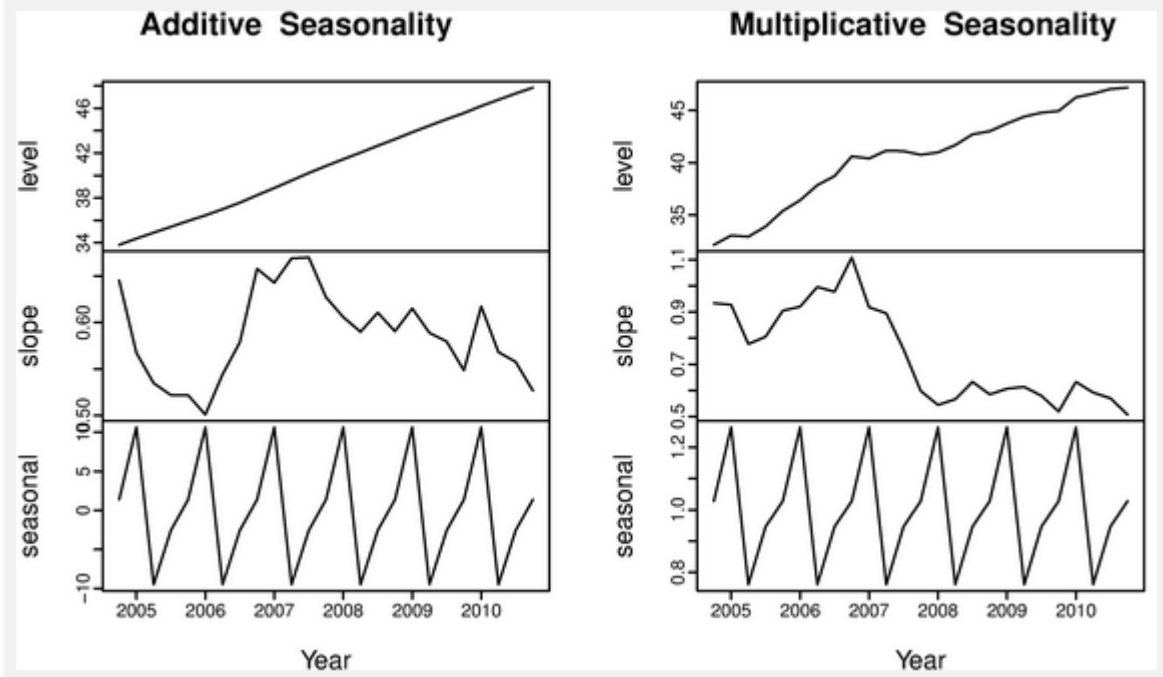
```

aust <- window(austourists,start=2005)
fit1 <- hw(aust,seasonal="additive")
fit2 <- hw(aust,seasonal="multiplicative")

plot(fit2,ylab="International visitor night in Australia
(millions)",
      plot.conf=FALSE, type="o", fcol="white",
xlab="Year")
lines(fitted(fit1), col="red", lty=2)
lines(fitted(fit2), col="green", lty=2)
lines(fit1$mean, type="o", col="red")
lines(fit2$mean, type="o", col="green")
legend("topleft",lty=1, pch=1, col=1:3,
      c("data","Holt winters' Additive","Holt winters'
Multiplicative"))

```

# International visitor nights in Australia



# Para generar el gráfico

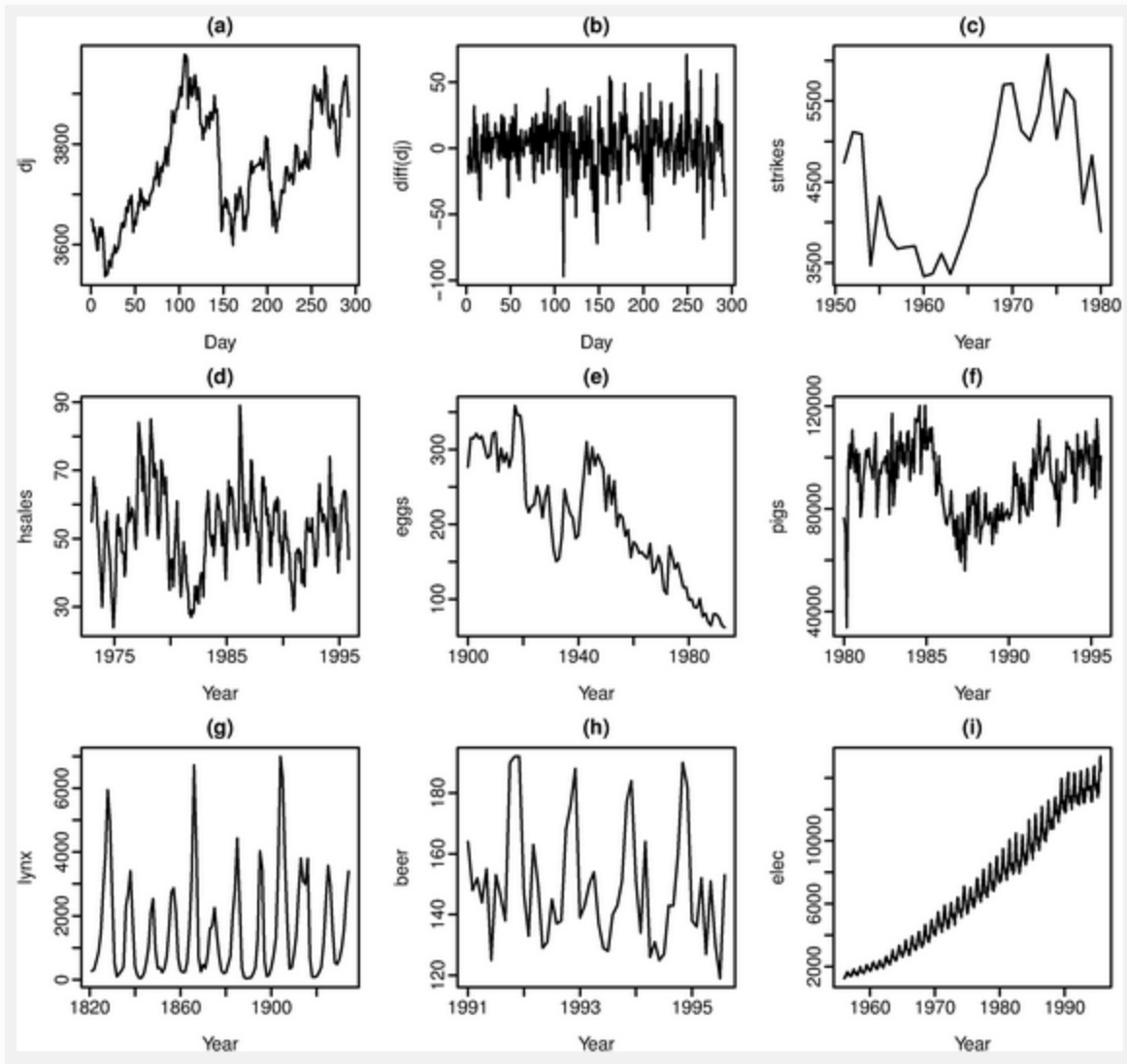
```
states <-  
cbind(fit1$model$states[,1:3], fit2$model$states[,1:3])  
  
colnames(states) <-  
c("level", "slope", "seasonal", "level", "slope", "seasonal")  
  
plot(states, xlab="Year")  
  
fit1$model$state[,1:3]  
  
fitted(fit1)  
  
fit1$mean
```

# Modelos ARIMA

# Estacionareidad

- Una serie temporal es estacionaria si sus propiedades no dependen del momento en que se observa la serie
- La gráfica de la ACF es útil para identificar series no estacionarias. Para las series estacionarias, la función se acercará a cero relativamente rápido, mientras que para las series no estacionarias lo hará más lentamente





# Diferenciación

- Calcular las diferencias entre valores sucesivos
- Transformaciones como el logaritmo pueden ayudar a estabilizar la varianza de una serie. La diferenciación puede ayudar a estabilizar la media de una serie eliminando cambios en el valor a lo largo del tiempo y, por tanto, eliminando la tendencia y la estacionalidad

# Modelo de paseo aleatorio

- Una serie temporal construida añadiendo el error a cada nuevo término:

$$y_t = y_{t-1} + e_t$$

done la media de  $e_t$  es cero y su desviación es constante

- Los paseos aleatorios típicamente tienen:
  - Largos periodos de tendencias aparentes ascendentes o descendentes
  - Cambios de dirección repentinos e impredecibles

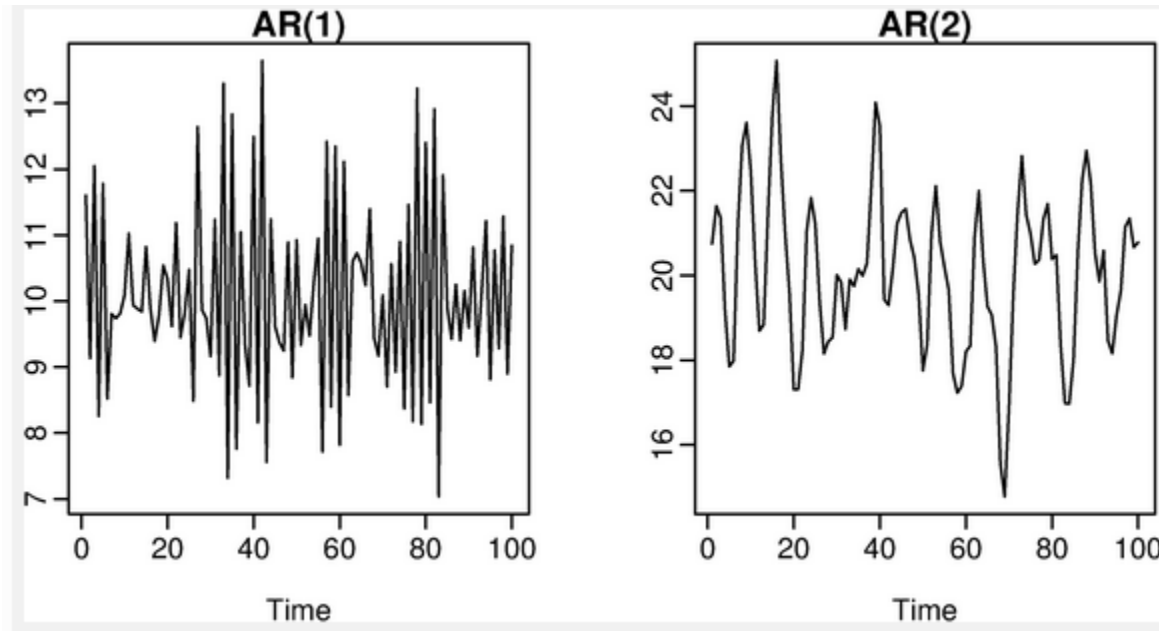
# Test de raíz unidad

- Test de hipótesis de estacionariedad para determinar si es necesario diferenciar
- Test Augmented Dickey-Fuller

$$y'_t = \phi y_{t-1} + \beta_1 y'_{t-1} + \beta_2 y'_{t-2} + \dots + \beta_k y'_{t-k},$$

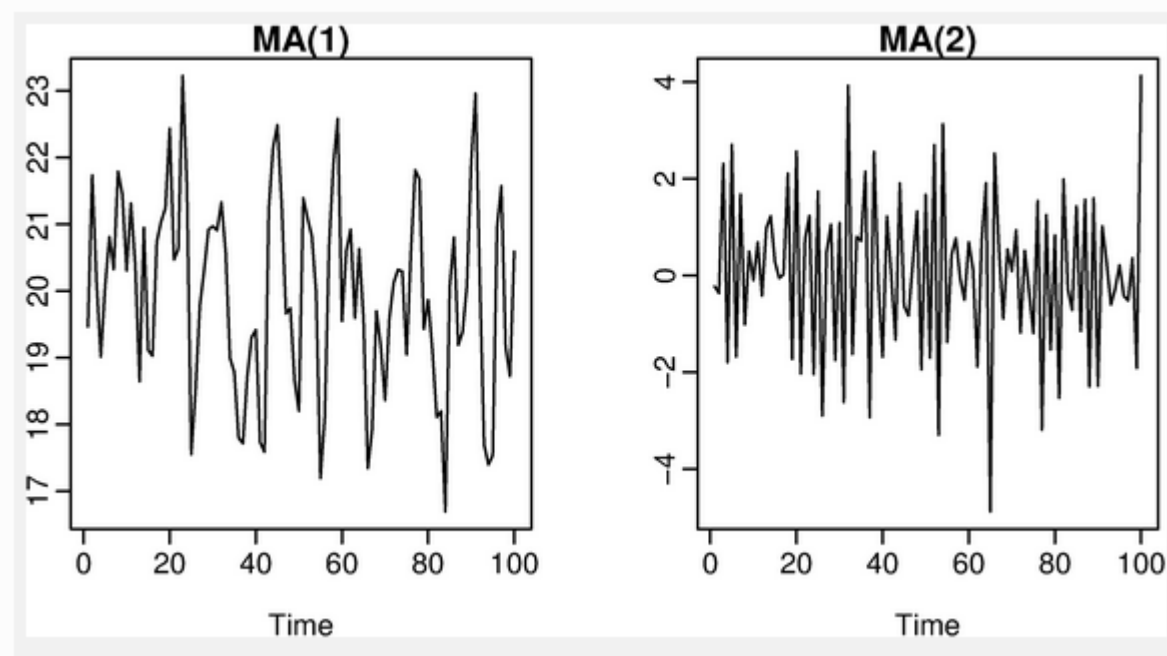
# Modelos autoregresivos

$$y_t = c + \phi_1 y_{t-1} + \phi_2 y_{t-2} + \dots + \phi_p y_{t-p} + e_t$$



# Modelos de medias móviles

$$y_t = c + e_t + \theta_1 e_{t-1} + \theta_2 e_{t-2} + \dots + \theta_q e_{t-q}$$



# Modelo ARIMA no estacional

$$y'_t = c + \phi_1 y'_{t-1} + \dots + \phi_p y'_{t-p} + \theta_1 e_{t-1} + \dots + \theta_q e_{t-q} + e_t$$

- ARIMA(p,d,q)
  - p: orden parte autoregresiva
  - d: grado de la diferenciación
  - q: grado del componente de medias móviles

White noise	ARIMA(0,0,0)
Random walk	ARIMA(0,1,0) with no constant
Random walk with drift	ARIMA(0,1,0) with a constant
Autoregression	ARIMA(p,0,0)
Moving average	ARIMA(0,0,q)

# Modelos ARIMA en R

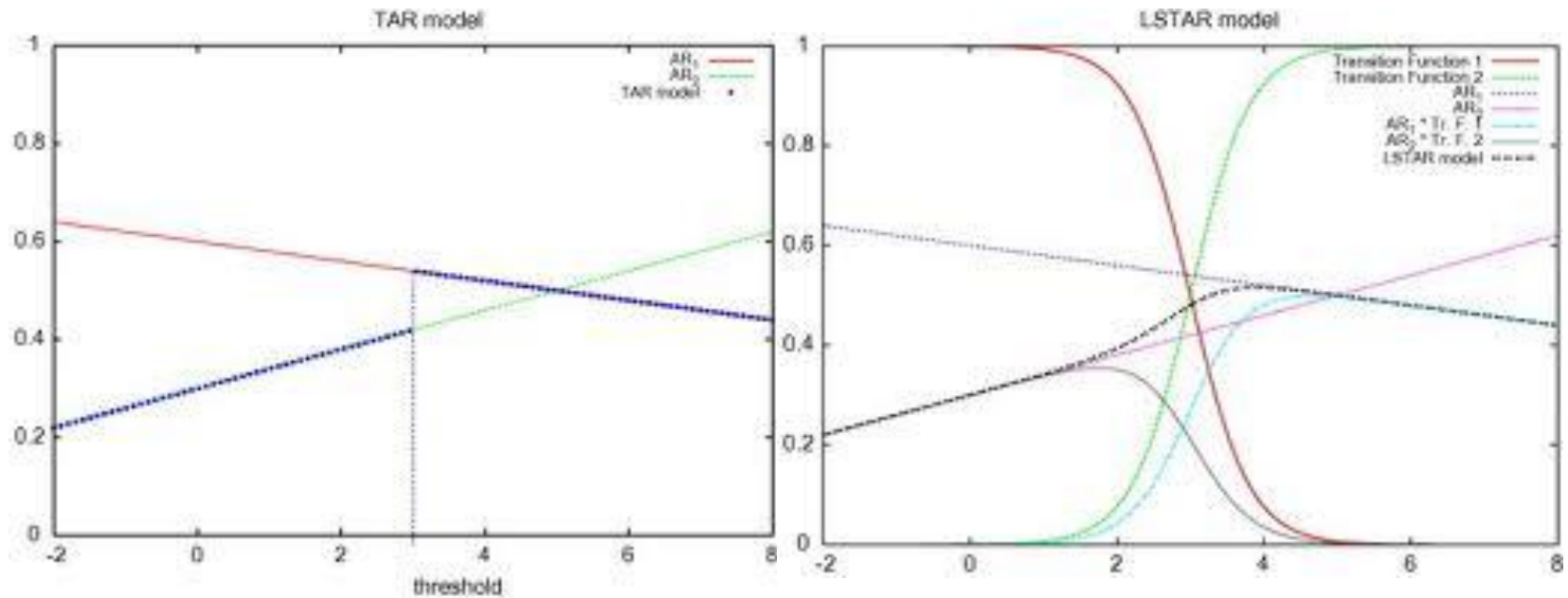
```
fit <- Arima(usconsumption[,1], order=c(0,0,3))
```

Función: `auto.arima()`



# Modelos predictivos avanzados

# Modelos autoregresivos de umbral (TAR)



# Familia de modelos TAR

- TAR: Threshold AR
- STAR: Smooth TAR
- LSTAR: Logistic TAR
- NCSTAR: Neural Coefficient STAR

# Conexiones entre familias de modelos

- Muchas familias son en realidad distintas caras de la misma idea
- Existen relaciones estrechas que permiten un intercambio de procedimientos y propiedades
- ANN = FRBS
- TAR = FRBS
- SVR = FRBS

# Encrustamiento de series temporales

lag4	lag3	lag2	lag1	target
	...	...		
14	10	26	11	-13
10	26	11	-13	-15
<b>26</b>	<b>11</b>	<b>-13</b>	<b>-15</b>	<b>-8</b>
11	-13	-15	-8	35
-13	-15	-8	35	40
<b>-15</b>	<b>-8</b>	<b>35</b>	<b>40</b>	<b>-8</b>
<b>-8</b>	<b>35</b>	<b>40</b>	<b>-8</b>	<b>-16</b>
<b>35</b>	<b>40</b>	<b>-8</b>	<b>-16</b>	<b>7</b>
40	-8	-16	7	17
	...	...		

# Redes neuronales

- Perceptron multicapa
- Redes de función de base radial (RBF)
- Redes recurrentes
- ...

# Pasos para la aplicación de una red

- Definición del problema: entradas y salidas
- Aplicar posibles transformaciones
- Definir la arquitectura de la red:
  - Número de capas; de unidades por capa, funciones de activación
- Definir el algoritmo de aprendizaje y sus parámetros
- Ajustar el modelo
- Evaluar y validar el modelo
- Usar el modelo

# Otras técnicas

- SVR
- FRBS
- Modelos neuro-difusos
- Wavelets
- Spectral Analysis
- State-space models
- Hidden Markov models
- MARS
- Functional analysis
- ...



# Conclusiones

- Las series temporales constituyen un tipo de dato de enorme interés en la industria y la ciencia. Constituyen una parte esencial de la Ciencia de los Datos
- Existen muchos métodos estadísticos para su análisis y predicción
- La Inteligencia Computacional aporta métodos avanzados de predicción
- R es una plataforma muy potente para su análisis y modelado

# Referencias

- R. Hyndman, G. Athanasopoulos, «Forecasting and time series» 2013 (<https://www.otexts.org/fpp>)
- C. Chatfield, «The analysis of time series: An Introduction», 2003
- J.D. Hamilton, «Time Series Analysis», Princeton University Press, 1994
- P.J. Brockwell, R.A. Davis, «Time Series: Theory and Methods», 2nd Ed., Springer, 1991
- J.S. Armstrong (ed), «Principles of Forecasting: A Handbook for Researchers and Practitioners», Springer, 2001

# Referencias (2)

- S.G. Makridakis, S.C. Wheelwright, R.J. Hyndman, «Forecasting», 3rd Ed., Wiley & Sons, 1998
- P.J. Brockwell, R.A. Davis, «Introduction to Time Series and Forecasting», 2nd ed., Springer, 2002
- A.K.Palit, D. Popovic, «Computational Intelligence in Time Series Forecasting: Theory and Engineering Applications», Springer, 2005
- R.H. Shumway, D.S. Stoffer, «Time Series Analysis and Its Applications», Springer, 2nd Ed., 2006

