

UNIVERSIDAD DE OVIEDO
DEPARTAMENTO DE INFORMÁTICA

ANÁLISIS Y ESTIMACIÓN DE OFERTAS DE
GENERACIÓN EN EL MERCADO ELÉCTRICO
ESPAÑOL MEDIANTE ALGORITMOS
GENÉTICOS

TESIS DOCTORAL

Autor

Enrique A. de la Cal Marín

Año 2004

UNIVERSIDAD DE OVIEDO
DEPARTAMENTO DE INFORMÁTICA

ANÁLISIS Y ESTIMACIÓN DE OFERTAS DE
GENERACIÓN EN EL MERCADO ELÉCTRICO
ESPAÑOL MEDIANTE ALGORITMOS
GENÉTICOS

TESIS DOCTORAL

Autor

Enrique A. de la Cal Marín
Ingeniero Informático

Director

Luciano Sánchez Ramos
Doctor Ingeniero Industrial

Año 2004

A Sonia, a mis padres, a mi hermana
A mis padres, a Sonia, a mi hermana
A Manolo
A “Pepe el del Cabo”

Índice

Índice de Tablas	IX
Índice de Figuras	XV
1. Motivación del Trabajo	5
1.1. Problemática del análisis de los mercados competitivos	6
1.2. Problemática de la predicción de tendencias en mercados	6
1.2.1. Predicción de la demanda	6
1.2.2. Predicción del comportamiento de los agentes	7
1.3. Objetivos de la tesis	7
1.4. Sumario de la tesis	8
2. Introducción	11
2.1. El mercado eléctrico español	11
2.1.1. Funcionamiento del pool	13
2.1.2. Características de los agentes	16
2.1.3. El Procedimiento de casación	19
2.1.4. Modelo simplificado de funcionamiento del pool	21
2.2. Mercados competitivos: el modelo de Cournot	24
2.2.1. Estrategias de mercado. Tipos de competencia.	25
2.2.2. Mercados oligopolistas: El mercado eléctrico español	25
2.2.3. Otros modelos, Monopolista, competitivo	27
2.3. Métodos de estudio de los mercados eléctricos	30
2.3.1. Métodos indirectos	30
2.3.2. Métodos directos	32
2.3.3. Estudios de la demanda	34
2.4. Metodología propuesta	34
2.4.1. Introducción	34
2.4.2. Modelado del mercado	36

2.4.3.	Adaptación del proceso de casación al modelo de mercado propuesto	41
2.4.4.	Método de búsqueda	42
3.	Inducción de Estrategias a partir de Puntos de Mercado	45
3.1.	Introducción	45
3.1.1.	Sumario	45
3.2.	Algoritmos genéticos coevolutivos multi-objetivo	46
3.2.1.	Definición de las funciones de coste, demanda y oferta	46
3.2.2.	Definición de los operadores genéticos	51
3.2.3.	Definición de la función de fitness	52
3.3.	Definición de la equivalencia entre fitness mono-objetivo y multi-objetivo	55
3.4.	Definición de la equivalencia entre los modelos CGM y GM	55
3.4.1.	Adaptación del cruce CGM al enfoque GM	56
3.4.2.	Adaptación del fitness CGM al enfoque GM	58
3.4.3.	Resumen de operadores definidos para los modelos CGM y GM	60
3.5.	Autocrítica: modelo genéticos propuestos frente a análisis clásico de los datos	61
3.6.	Resolución de problemas aclaratorios	62
3.6.1.	Problema simple sin clasificador	62
3.6.2.	Problema simple con clasificador nítido	66
3.6.3.	Problema simple con clasificador difuso	68
3.7.	Resultados experimentales	73
3.7.1.	Definición de escenarios	74
3.7.2.	Medidas de bondad	77
3.7.3.	Estrategia de estudio de parámetros	78
3.7.4.	Primera fase: comparación de los modelo CGM, GM y sus respectivos operadores	79
3.7.5.	Segunda fase: afinado del modelo resultante de la Primera Fase	87
3.7.6.	Comparativa con análisis clásico de los datos	102
3.8.	Discusión y aplicación práctica de los resultados	109
3.8.1.	Resultados experimentales	110
4.	Estimación de Estrategias Óptimas en el Mercado Eléctrico Español	117
4.1.	Introducción	117
4.1.1.	Flexibilización del problema original de Cournot	118
4.1.2.	Modelo genético	121

4.1.3.	Sumario	121
4.2.	Planteamiento algebraico del problema de estimación de estrategias óptimas	122
4.2.1.	El problema de Cournot generalizado para N firmas con estrategia de generación constante	123
4.2.2.	Solución algebraica al problema Cournot, con curvas de oferta lineales $O_i(p) = k_i p$ y funciones de coste $C_i(x_i) = cx_i$	124
4.3.	Modelo genético y definición del fitness de Cournot	126
4.3.1.	Definición de la función de fitness	127
4.3.2.	Relación de los fitness definidos con la solución Monopolista/Cournot/Competitiva	132
4.4.	Resolución de problemas aclaratorios	132
4.4.1.	Problemas con un mercado	133
4.4.2.	Problema de Cournot con varios mercados sin clasificador	138
4.4.3.	Problema de Cournot con varios mercados con uso de clasificador difuso	143
4.5.	Discusión de los resultados	149
4.5.1.	Resultados experimentales	150
5.	Conclusiones	155
5.1.	Conclusiones generales	155
5.2.	Conclusiones derivadas	156
5.3.	Conclusiones de aplicación	157
6.	Trabajos Futuros	159
A.	Análisis de la Demanda Horaria del Año 2000	161
A.1.	Factores externos estudiados	161
A.1.1.	Nivel de Energía Relativo al día	162
A.1.2.	Tipo de día	163
A.1.3.	Temperatura media horaria	164
	Bibliografía	167

Índice de Tablas

3.1. Resumen de operadores estudiados para los modelos genéticos coevolutivo y evolutivo	60
3.2. Puntos de mercado originales	63
3.3. Puntos de mercado estimados para unas ofertas elegidas aleatoriamente. p = precio, q = cantidad	64
3.4. Cantidad de energía estimada producida por cada firma individualmente. q'_i = Cantidad de energía producida por la firma i -ésima.	64
3.5. Ofertas individuales reales empleadas para el problema con clasificador nítido	68
3.6. Ofertas individuales estimadas para el segundo problema empleando $Fitness_{multi}$. F = Firma.	68
3.7. Características de los variables de clasificación de un problema simple con clasificador difuso	70
3.8. Definición de las funciones de pertenencia para el clasificador de la firma 0 en el problema con clasificador difuso	72
3.9. Estrategias prototipos correspondiente a la firma 0 del problema con clasificador difuso	72
3.10. Estrategias individuales objetivo para el problema con puntos de mercado en forma de aspa. Los prototipos son líneas poligonales con 3 segmentos. Cada oferta compuesta comprende 2 prototipos y el sistema de clasificación de cada firma contiene 2 reglas. . .	76
3.11. Ejemplo de resultados de la aplicación de los los $Fitness_{multi}$ y $Fitness_{mono}$ para el modelo CGM	78
3.12. Configuración genética standard de aplicación en los estudios de la Primera fase	80
3.13. Resumen de pruebas realizadas sobre los individuos CGM y los individuos y subindividuos de GM	82
3.14. Comparación de errores empleando fitness multi-objetivo ($Fitness_{multi}$) y fitness mono-objetivo ($Fitness_{mono}$), para el modelo CGM . .	82
3.15. Comparación de operadores de cruce para el modelo CGM . . .	84

3.16. Comparación Fitness intra-i contra Fitness extra-i para el modelo GM	85
3.17. Comparación de operadores de cruce para el modelo GM, “gm-1-random” y “gm-all” con el fitness extra-i	86
3.18. Resumen de los resultados obtenidos para los modelos CGM y GM	87
3.19. Comparación de los tiempos de ejecución de los modelo CGM y GM	87
3.20. Comparación de Fitness _{multi} (“c-1”) con Fitness _{multi} con competición contra el 20 % de las poblaciones parásitos(“c-20”) . . .	89
3.21. Comparación de tiempos invertidos por Fitness _{multi} (“c-1”) frente a Fitness _{multi} (“c-20”). Unidades segs.	89
3.22. Errores resultado de aplicar probabilidad de cruce constante de 10 %-100 % con el modelo CGM combinado con Fitness _{multi} y operador de cruce “cgm-1-random”	91
3.23. Comparación de los mejores resultados obtenido con probabilidad de cruce constante frente a probabilidad de cruce descendente con función lineal	92
3.24. Errores resultado de comparar probabilidad de cruce con diferentes funciones de descenso. Media de 10 ejecuciones.	93
3.25. Errores resultado de aplicar regímenes generacional y permanente junto con probabilidad de mutación y funciones de descenso de cruce F.Lineal y F.Parabólica.	95
3.26. Resumen de los mejores resultados con probabilidad 0 % y positiva, procedentes de los experimentos con régimen generacional y permanente combinado con probabilidades de mutación y funciones de descenso de probabilidad de cruce F.Lineal y F.Parabólica	96
3.27. Algoritmos de coevolución de un conjunto de población con subpoblaciones	97
3.28. Errores resultado de aplicar regímenes generacional y permanente junto con 2, 4 y 10 subpoblaciones, probabilidad de mutación 0.5 %, probabilidad de migración 0 % y 5.0 %, con funciones de descenso de cruce F.Lineal y F.Parabólica. Media de 10 ejecuciones.	98
3.29. Resumen de los mejores resultados procedentes de los experimentos con régimen generacional y permanente combinado con probabilidades de migración y funciones de descenso de cruce F.Lineal y F.Parabólica	99
3.30. Errores resultado de aplicar régimen permanente junto con 2, 4 y 10 subpoblaciones (Sub.), probabilidad de migración 0 % y 5.0 % (Mig.) y probabilidad de mutación 0.0 y 0.5 % (Mut.), con funciones de descenso de cruce F.Parabólica. Media de 10 ejecuciones.	100

3.31. Errores resultado de aplicar régimen permanente junto con 2, 4 y 10 subpoblaciones, probabilidad de mutación 0.0%, probabilidad de migración de 0%-50.0%, con funciones de descenso de cruce F.Parabólica. Media de 10 ejecuciones.	100
3.32. Resumen comparativo de los mejores resultados obtenidos en la Segunda Fase	102
3.33. Resultados del clustering mediante K-Means para 1 y 2 clusters	105
3.34. Comparativa de $Error_1$ cometidos individualmente para cada empresa empi con los modelos 1-KGM y 2-KGM	106
3.35. Resumen de los mejores resultados obtenidos con los modelos GM, CGM, 1-KGM y 2-KGM	108
3.36. Configuración de los parámetros genético empleados en los experimentos desarrollados en esta sección.	111
3.37. Distribución de las cuotas de mercado y beneficio de las firmas reales analizadas respecto a la nube de puntos de mercado en estudio.	111
3.38. Fluctuación de las cantidades de energía y beneficio de la firma 0 tomando el pool de estrategias original	113
3.39. Fluctuación de las cantidades de energía y beneficio de las firmas competidoras tomando el pool de estrategias original cuando se rectifica la firma 0. F = Firma. ΔE = Variación de Energía. ΔB = Variación Beneficio.	113
3.40. Fluctuación de las cantidades de de energía y beneficio de la firma 2 tomando el pool de estrategias original	113
3.41. Fluctuación de las cantidades de energía y beneficio de las firmas competidoras tomando el pool de estrategias original cuando se rectifica la firma 2	114
3.42. Errores de estimación de incrementos de beneficios obtenidos al aplicar los Pools Real, GM, CGM y n-KGM	115
3.43. Resumen de los mejores resultados de ajuste a las estrategias reales obtenidos con los modelos GM, CGM, 1-KGM y 2-KGM	115
4.1. Cálculo de precio (p), cantidad (x_i) y beneficio(π_i) del problema de Cournot con ofertas constantes (original) comparado con ofertas lineales	126
4.2. Comparación de los resultados de la competición del problema de Cournot en términos de un Monopolio, Oligopolio (problema original de Cournot) y competencia perfecta, con las curvas de oferta modeladas como constantes (x_i)y como curvas lineales (x_i p)	132
4.3. Cálculo de las casaciones necesarias para calcular el Fitness de una oferta constante	135
4.4. Cálculo de las casaciones necesarias para calcular el Fitness de una oferta lineal	136

4.5. Comparación de resultados obtenidos con el fitness monopolista frente los resultados calculados algebraicamente para curvas constantes	137
4.6. Comparación de resultados obtenidos con el fitness de Cournot frente los resultados calculados algebraicamente para ofertas constantes y lineales	137
4.7. Comparación de resultados obtenidos con el fitness de competencia perfecta (CGM-k) frente los resultados calculados algebraicamente (Algebra-k) para ofertas constantes	138
4.8. Puntos de equilibrio calculados analíticamente	139
4.9. Estrategias de equilibrio calculadas analíticamente para los 10 puntos de estudio	140
4.10. Puntos de mercado estimados para unas ofertas elegidas aleatoriamente	141
4.11. Cantidad de energía estimada producida por cada firma individualmente	141
4.12. Características de los factores de clasificación de un problema de optimización con clasificador difuso	144
4.13. Estrategias prototipo y su clasificador correspondiente a un pool de ejemplo. N.Alto hace referencia a NERDía “Alto” y T.Calor a Temperatura “Calor”	145
4.14. Valores de función de pertenencia para las estrategias del pool de ejemplo calculados para el mercado {22, laboral, 15.2°}	146
4.15. Datos resultado de la competición de las estrategias del pool de ejemplo calculados para el mercado {22, laboral, 15.2°}	147
4.16. Datos resultado de la competición de las estrategias del pool de equilibrio	148
4.17. Datos resultado de la competición de las estrategias del pool de competición	149
4.18. Comparación de los resultados de las competiciones respectivas del pool de equilibrio vs. del pool de competición	149
4.19. Comparación de los resultados de las competiciones respectivas del pool de competición original frente al pool de competición con la firma 1 modificada	151
4.20. Comparación de los resultados de las competiciones respectivas del pool de competición con la firma 1 modificada frente al pool de equilibrio	152
4.21. Comparación de los resultados de las competiciones respectivas del pool de competición original frente al pool de reacción a la firma 1 de competición	152

4.22. Comparación de los resultados de las competiciones respectivas del pool de competición modificado frente al pool de reacción a la firma 1 modificada	153
4.23. Comparación de los resultados de las competiciones respectivas del pool de reacción a la firma 1 de competición frente al pool de reacción a la firma 1 modificada	154
4.24. Comparación de los variaciones de beneficios de los pools: (a) competición modificado frente al mismo sin modificar, (b) de reacción a la firma 1 de competición sin modificar, (c) de reacción a la firma 1 de competición modificada y (d) de reacción a firma 1 sin modificar frente a pool de reacción a firma 1 modificada .	154
A.1. Población por comunidades a 1 de enero de 1998	165

Índice de figuras

2.1. Esquema simplificado del sistema eléctrico español tras la liberalización	13
2.2. Ejemplo de oferta simple para una hora para una unidad de producción	17
2.3. Ejemplo de oferta simple para un día (24 horas) para una unidad de producción	18
2.4. izquierda a) Aplicación de oferta simple del modelo oficial, derecha b) Aplicación de oferta del modelo propuesto	23
2.5. izquierda a) Algoritmo de casación oficial del Pool español, derecha b) Algoritmo de casación propuesto en este trabajo	24
2.6. Coste real marginal de Iberdrola en 1997	41
2.7. Proceso de inducción de estrategias individuales	43
2.8. Proceso de estimación de las estrategias individuales óptimas	44
3.1. Estrategia de oferta con prototipos de tres segmentos y un clasificador nítido con dos variables, una simbólica y otra continua, que segmentan los mercados en cuatro clusters y su correspondiente representación genética	49
3.2. Estrategia de oferta con prototipos de tres segmentos y un clasificador difuso que segmenta los mercados en cuatro clusters y su correspondiente representación genética	50
3.3. Cálculo de $Fitness_a$ para cuatro puntos de mercado	54
3.4. Equivalencia entre la representación de los individuos en el enfoque coevolutivo (arriba) y el enfoque no-coevolutivo (abajo).	56
3.5. Relación entre los operadores de cruce en los enfoques coevolutivo (arriba) y evolutivo (abajo). El cruce evolutivo consiste en seleccionar aleatoriamente un agente y ejecutar el cruce coevolutivo sobre las partes correspondientes	57
3.6. Tipos de operadores de cruce para GM (gm-all y gm-1-random)	57
3.7. Tipos de fitness para el modelo GM, (intra-i y extra-i)	59
3.8. Aproximación mediante métodos clásicos: clustering + optimización multi-objetivo no-lineal	61

3.9. Combinación de ofertas y demandas para un problema simple sin clasificador	65
3.10. Estimación de las estrategias originales para un problema simple sin clasificador	66
3.11. Puntos de mercado para el problema con clasificador nítido . .	67
3.12. Oferta agregada aproximada para un problema de clasificación	69
3.13. Ofertas individuales aproximadas para un problema de clasificación	69
3.14. Puntos de mercado originales (rombos) frente a puntos de mercado estimados mediante nuestro método (cruces)	73
3.15. a) Puntos de mercado correspondientes a los Sábados de Septiembre de 2000 y Domingos de Diciembre de 1999 (izquierda) b) Puntos de mercado sintetizados a partir de los puntos reales de a) (derecha)	75
3.16. Puntos de mercado artificiales para el problema semi-sintético .	75
3.17. Primera Fase: Diagrama con las decisiones tomadas respecto a las funciones de fitness y operadores de cruce para los modelos GM y CGM	81
3.18. Comparación de la progresión de los a) fitness $Fitness_{mono}$ vs. b) $Fitness_{multi}$ en dos simulaciones con la misma semilla aleatoria	83
3.19. Funciones de gradiente de la probabilidad de cruce para 200 iteraciones	93
3.20. Comparativa de la oferta agregada real frente a la oferta agregada resultantes del modelo 1-KGM	103
3.21. Comparativa de la oferta individuales reales frente a las ofertas individuales del modelo 1-KGM	103
3.22. Clustering resultante de aplica K-Means para 2 clusters	104
3.23. Regresiones al resultado del clustering resultante de aplicar K-Means para 2 clusters	105
3.24. Comparativa de las ofertas individuales calculadas con 1-KGM y 2-KGM	106
3.25. Comparativa de las ofertas individuales calculadas con el método CGM propuesto vs. 1-KGM y 2-KGM. O_i =Ofertas reales. O'_m =Ofertas estimadas.	107
3.26. Comparativa de la distribución real de mercado frente a las distribuciones obtenidas con la mejor solución CGM, la solución 1-KGM y 2-KGM	108
3.27. Representación de la modificación de una estrategia	109
4.1. Punto de equilibrio: p, q1, q2	118
4.2. Cuatro puntos de equilibrio, con las soluciones de Cournot respectivas	119
4.3. Regresión lineal ($q_1^{1-4}(p)$) de los puntos de equilibrio parciales (p^1, q_1^i) de la empresa 1 para los mercados D_1 a D_4	120

4.4.	Estrategia con clasificador ($q_1^{1-2}(p)$ y $q_1^{1-2}(p)$) para los puntos de equilibrio parciales (p^1, q_1^1) de la empresa 1	121
4.5.	Curva de oferta agregada de equilibrio resultante de aplicar CGM con fitness Cournot a conjunto de 10 mercados	142
4.6.	Calculo de la energía de la firma 0 para el precio marginal 2.89841. Funciones de pertenencia trapezoidales (izq.), estrategias prototipo (dcha.).	147
5.1.	Resumen de aplicaciones prácticas de la herramienta presentada en este trabajo	158
A.1.	Comparativa del IVEN para la característica NERdía (arriba) vs. HORA para el año 2000 (abajo). Eje X es orden para NERdía (1 a 24) y hora para HORA (1 a 24)	162
A.2.	Variación estacional de la demanda en función del día de la semana para el año 2000.	163
A.3.	Variación estacional de la temperatura por día (arriba) y por mes (abajo) para el año 2000.	166

Dedicatorias

Quisiera comenzar dando las gracias a mis padres por haberme hecho y dejado ser como soy, a mi madre por la comida de los Miércoles. Vaya desde aquí mi más sentido homenaje a dos personas a las que adoro y debo tanto.

A mi esposa, Sonia, por despertar en mí la pasión, por enseñarme a conocerme a mí mismo, por quererme, por amarme, en una palabra por dejarme aprender de ella. “Soni”, ya sabes lo que dijo Santiago, a las duras y a las maduras.

A mi hermana Maite por haberme soportado durante muchos años y tener siempre una sonrisa en la cara. A Miguel por su talante.

A toda la familia de la Cal Poo, a toda la familia Marín Reche. A mis tíos, Carmela, Tomás, María Jesús, Pepe, Charito, Ricardo y primos por estar siempre ahí. En especial a Ricardo y Tino por “meterme caña” con esta inacabable tesis. Al incombustible Abuelo Manolo por sus inagotable chistes, chanzas, versos, canciones y acertijos que iluminan mi espíritu.

A mis suegros y cuñados por estar siempre en su sitio.

A mis amigos, Diego por estar, Alberto por que empieza a estar y Jorge porque me gustaría que estuviera más. Y en especial a J.Santín por su oreja.

A mis compañeros de SISCOMP, Marco y María José, por estar siempre al pie del cañón.

A Ángel, un buen compañero y una persona buena, a la que aprecio.

A Marta, Charo y Maite por darme palique.

A Claudio por buen compañero de pasillo, y en general a todos los compañeros de pasillo.

A Cobas y Jordi, por aguantar mis rollos.

A Luis, Adolfo y Pepe por su buen rollo.

A Luciano por estar cuando le necesité. A Brugos por tener siempre esa palabra de aliento, para todos.

Y muy en especial al abuelo Pepe porque se que hoy sería el hombre más feliz del mundo.

A los que se fueron, pero siempre estarán ahí. No os olvido cada día que pasa.

Agradecimientos

Este trabajo ha sido llevado a cabo en parte gracias al apoyo de la Fundación Banco Herrero. En concreto gracias a la “Ayuda a la investigación 2002” concedida por esta entidad al proyecto de investigación “Simulación y análisis del mercado eléctrico español mediante algoritmos genéticos”. La realización de este trabajo también ha sido cofinanciada con ayuda del Ministerio de Ciencia y Tecnología bajo el proyecto TIC2002-04036-C05-05.

Capítulo 1

Motivación del Trabajo

El 1 de Enero de 1998 comenzó a aplicarse la regulación del nuevo sistema eléctrico español, correspondiente a ley 54/1997 del Sector Eléctrico. Entre los puntos fundamentales de esta ley, se encuentra la introducción del proceso de libre competencia entre las empresas generadoras de electricidad, en un mercado de producción basado en un sistema de ofertas competitivas de compra y venta.

Antes de la entrada en vigor de esta ley, el Estado, a través de REE¹, planificaba el funcionamiento diario de las centrales eléctricas, de acuerdo a los criterios de la política energética del Ministerio de Industria y Energía. En la situación actual la planificación de cada central depende del grupo empresarial propietario. Más en concreto de las ofertas de venta que el grupo empresarial haya elaborado y que, junto con las demandas de compra, determinarán los precios de la energía, y por lo tanto la planificación real de cada central. Esto supondrá que los beneficios de una empresa generadora, dependerán de su planificación estratégica de producción.

Uno de los principales riesgos vinculados a este tipo de mercados, consiste en el fraude contra la libre competencia, debido sobre todo a situaciones de colusión, como ha ocurrido frecuentemente en otros mercados oligopolistas, como el petróleo y las llamadas telefónicas. Y una vía para detectar este tipo de situaciones consiste en determinar las estrategias óptimas de generación en condiciones de competencia perfecta (al estilo Cournot, [10]), para las empresas competidoras, así como sus beneficios máximos y, de esta forma, poder comparar éstas últimas con las estrategias realmente empleadas.

¹Red Eléctrica de España.

1.1. Problemática del análisis de los mercados competitivos

Las ofertas de compra y venta que entran en el mercado eléctrico no son públicas. Y la estimación de un pool de estrategias, cuya casación se ajuste a una de nube de puntos de mercado, no es evidente. Como la demanda de energía depende de factores externos, como la temperatura, el día de la semana y la hora del día, [47], una estrategia de producción será una función que dependerá, a su vez, de esos mismos factores. Además, esta función será no lineal y no continua. En resumen, tenemos un sistema de ecuaciones, donde las soluciones son no lineales y no continuas, y están sujetas a ciertas restricciones (la ofertas de venta deben ser crecientes, además de cumplir otros criterios necesarios para asegurar la solución única). Ante este tipo de problema, las metodologías estadísticas o heurísticas iterativas (regresiones no-lineales o técnicas basadas en programación matemática) suelen exigir graves simplificaciones que las hacen inaplicables al problema propuesto.

En este trabajo proponemos resolver el problema anterior mediante técnicas basadas en computación flexible, [[12], p: 1]. En concreto emplearemos algoritmos genéticos, dado que la flexibilidad de su esquema de representación de las soluciones se adapta perfectamente a los problemas planteados, y, por otro lado, su tipo de búsqueda (basado en la función de utilidad) también nos da la posibilidad de experimentar con diferentes alternativas sin modificar el algoritmo principal.

1.2. Problemática de la predicción de tendencias en mercados

1.2.1. Predicción de la demanda

El problema de la predicción de la demanda eléctrica ha sido abordado en numerosos trabajos, entre los que cabe destacar, Engle et al., [23]; Peirson y Henley, [40]; Cancelo y Espasa, [8]; Beenstock et al., [5]; Al-Faris y Ghali, [1]; Considine, [9], Hyde y Hodnett, [29] y Ranjan y Jain, [42] y otros (ver sección 2.3.3).

En un mercado liberalizado, como el Español, este tipo de estudios se han utilizado principalmente para dimensionar parámetros comunes al Pool, como pueda ser la red de distribución. No obstante, los estudios sobre predicción de la demanda de energía no permiten estudiar el Pool eléctrico desde el punto de vista de las firmas generadoras, ya que no aportan información diferenciada respecto a las estrategias de generación enviadas al Pool². Sólo en el caso

²Hay que tener en cuenta que, de la energía demandada para cada hora del día, existe una

de que la cuota de demanda estuviera predeterminada para cada firma generadora (estaríamos hablando de un oligopolio con colusión) sería suficiente el conocimiento de una previsión de la demanda.

Para resolver problemas del tipo anterior es necesario un modelo completo del Pool, que incluya tanto una previsión de la demanda como de la oferta de generación.

1.2.2. Predicción del comportamiento de los agentes

El modelo de Cournot plantea la solución analítica al equilibrio de un mercado oligopolista basado en cantidades. Pero en unas condiciones muy simples: estrategias constantes, costes variables iguales para todos los agentes y una sola demanda de consumo. Bajo esas suposiciones, es posible calcular el beneficio máximo para cada competidor, suponiendo competencia perfecta.

Desde el punto de vista de la competencia, el mercado español de generación eléctrica se puede considerar oligopolista, debido a que el número de empresas competidoras es reducido, no pudiendo garantizarse el mínimo precio teórico, recogido en el teorema del límite de Cournot, puesto que la estructura de costes de los diferentes competidores es distinta [24]. La competencia se puede considerar perfecta, ya que en condiciones de competencia legítima, ninguna empresa tendrá información privilegiada sobre la competencia.

Al analizar el comportamiento de un mercado oligopolista, es interesante modelar el comportamiento de los agentes. Por un lado, desde el punto de vista de un agente, es deseable conocer la estrategia óptima, para mejorar sus beneficios. Por otro lado, el operador de mercado también desea conocer las estrategias óptimas de los competidores, con el fin de detectar situaciones de coalición entre ellos. Si, además, tenemos una predicción de la demanda, sería posible hacer una estimación de los precios óptimos, que podría compararse con los realmente obtenidos.

1.3. Objetivos de la tesis

A la vista de la problemática expuesta en los dos puntos anteriores, este trabajo abordará los siguientes objetivos generales, consistentes en:

1. Inducir las estrategias de generación de energía eléctrica de las empresas competidoras en un mercado eléctrico a partir de una nube de puntos generada artificialmente.

primera bolsa de MWs, cuya venta está más o menos decidida por la capacidad de producción de los agentes generadores, pero no debe despreciarse la importancia de la parte por la cual compiten los agentes generadores, y que será el objeto de nuestro trabajo.

2. Predecir, a partir de un conjunto de ofertas de demandas generadas artificialmente, las estrategias de generación de energía eléctrica óptimas, es decir, que maximicen sus beneficios individualmente.

Con el fin de sacar partido a los modelos obtenidos, nos planteamos los siguientes objetivos específicos:

4. Simular una ligera variación de la estrategia real de una empresa sobre el pool inducido en el objetivo 1 (suponiendo ausencia de reacción en el resto), y medir así la bondad del modelo inducido frente al modelo real (que se supondrá conocido).
5. Simular una variación sustancial sobre la estrategia real de una empresa, lo cual implicará reacción de la competencia, dejando ésta fija y simular el experimento descrito en el objetivo 2. Mediremos entonces el beneficio obtenido antes y después de la variación.
6. Estudiar medidas de distancia entre el modelo de generación inducido (objetivo 1.) para una serie de demandas artificiales y el modelo de generación óptimo (objetivo 2.) para el mismo conjunto de demandas. De esta forma podremos determinar la cercanía al punto de colusión entre las compañías competidoras.

Y por último, y partiendo de la base de que la metodología empleada estará basada en algoritmos genéticos, será necesario estudiar diferentes configuraciones genéticas para abordar los anteriores objetivos:

7. Por un lado compararemos los planteamientos evolutivo y coevolutivo.
8. En lo que respecta a la función de utilidad, y dadas las características de los problemas de modelado de mercados, se estudiará el uso de funciones de utilidad mono-objetivo frente a sus equivalentes multi-objetivo.

1.4. Sumario de la tesis

El índice de este trabajo se organiza como sigue:

- En el capítulo 2 se da una descripción breve de los elementos implicados en el funcionamiento del mercado eléctrico español, necesarios para la comprensión del problema aquí planteado. Además, se recogen los modelos teóricos existentes, correspondientes a los diferentes tipos de mercados competitivos, así como referencias a los trabajos en el ámbito de la computación flexible aplicada al modelado de mercados competitivos. Para finalizar, se expone la metodología que se propone para abordar los problemas objeto de este trabajo.

- El capítulo 3 muestra la aplicación de nuestra metodología al problema de inducción de estrategias de generación a partir de puntos de mercado, así como el estudio de un esquema evolutivo monopoblación frente a su equivalente coevolutivo. Además, se analizarán dos funciones de utilidad, una mono-objetivo frente a su equivalente multi-objetivo. Se concluirá este capítulo con una serie de problemas experimentales aclaratorios y los resultados numéricos obtenidos con los diferentes experimentos.
- En el capítulo 4 se efectuarán el mismo tipo de estudios que en el capítulo 3, aplicados esta vez al problema de estimación de estrategias de generación óptimas.
- Finalizaremos este trabajo con el capítulo 5, de conclusiones, y el capítulo 6, de trabajos futuros.
- En el apéndice A se adjunta un estudio sobre las variables externas de que depende de la demanda de energía. Este estudio justifica el uso de estas variables como factores estacionales incorporados al modelo de estrategias de generación presentado en este trabajo.

Capítulo 2

Introducción

2.1. El mercado eléctrico español

Para poder comprender el problema que se aborda en este trabajo es necesario tener una visión clara del proceso de liberalización que se ha producido en algunos mercados eléctricos de la Unión europea (Gales, Finlandia) durante los últimos años, así como de los elementos que intervienen en un mercado de estas características.

El mercado eléctrico competitivo español tiene algunas características que lo diferencian de los mercados más estudiados (Gales, Gran Bretaña, etc.). La proporción de generadores hidroeléctricos es mucho más alta en España que en estos últimos países. El precio de coste de la energía hidráulica es casi nulo, pero su disponibilidad está sujeta al clima, al consumo humano, y a razones de estrategia de mercado de las empresas y a la regulación del funcionamiento de la red (desembalse de agua en puntas). Esto hace que el mercado eléctrico español deba regirse por unas reglas distintas a los otros mercados.

En concreto, el mercado eléctrico español comenzó su singladura con la entrada en vigor de la LOSEN ¹ [13] el 30 de Diciembre de 1994, con la cual se introdujeron algunos principios liberalizadores. Sin embargo, esta ley no llegó nunca a desarrollarse en su totalidad, ya que se decidió dar un impulso mucho mayor al proceso liberalizador para lo cual fue necesario diseñar una nueva ley.

En Diciembre de 1996, el Ministerio de Industria y Energía y las Empresas Eléctricas firmaron el Protocolo para el establecimiento de una nueva regulación del sistema eléctrico nacional [14]. En este documento se sentaban las bases del proceso liberalizador del sector eléctrico, que posteriormente fueron desarrolladas por grupos de trabajo, en los que colaboraron la CSEN y otras asociaciones.

¹Ley de Ordenación del Sistema Eléctrico Nacional.

Finalmente, el 13 de Noviembre de 1997, se aprobó la Nueva Ley del Sector Eléctrico [15], cuyos aspectos más relevantes son los siguientes:

- Se crea el Mercado Mayorista de la electricidad (que entró en vigor el 1 de Enero de 1998) en el que los **generadores** compiten para vender su producción y donde los **comercializadores y los distribuidores** compran la energía que posteriormente venden a sus clientes.
- Con este acuerdo, los abastacimientos de materias primas para la generación de energía eléctrica se efectuarán sin restricciones, sin que quepan limitaciones en materia de política energética o de fijación de precios o de acceso a las infraestructuras, según lo previsto en el Real Decreto Ley 7/1996 de 7 de Junio y el Real Decreto 2033/96, de 6 de Septiembre.
- Se crean el Operador del Mercado y el Operador del Sistema, como sociedades independientes, que desempeñarán un papel clave en el funcionamiento del Mercado Mayorista de electricidad, así como en la operación del sistema eléctrico en tiempo real.
- El transporte y la distribución continuarán siendo dos negocios regulados, de acuerdo a su condición de monopolios naturales. No obstante, la retribución de estas actividades incentivará las mejoras en la eficiencia y la calidad del servicio. Asimismo y para garantizar la competencia real en comercialización, la Ley garantiza el derecho de acceso a terceros a las redes de transporte y distribución, de forma no discriminatoria.
- Aparece la figura del Comercializador, y se liberaliza su actividad en el ámbito de los Clientes Cualificados.
- Se definen los requisitos que debe reunir un Cliente para ser Cualificado, así como la progresiva reducción de estos requisitos hasta su total desaparición.
- Se establece un periodo transitorio, en el que los Clientes Cualificados tendrán la opción de permanecer acogidos al régimen tarifario. Asimismo, se reconoce a los generadores unos costes de transición a la competencia que podrán ser recuperados durante un período transitorio.

A finales de 1997 el Consejo de Ministros aprobó algunos reglamentos que desarrollan la ley; esta fase de desarrollo reglamentario se extendió durante 1998.

Esta nueva estructura del mercado eléctrico español es similar a la de los sistemas Inglés y Galés; se separan las actividades de generación, transporte, distribución y comercialización; se introduce competencia en generación y progresivamente en comercialización, mientras que el transporte y la distribución

continúan siendo negocios regulados, debido a su condición de monopolios naturales, aunque para garantizar la competencia en comercialización se establecen las reglas para el acceso a terceros a la red.

En la figura 2.1 se muestra una visión global del funcionamiento del sistema eléctrico español en la actualidad. En este trabajo nos ceñiremos a la relación compra/venta entre los generadores y los comercializadores, relación regida por el Operador de Mercado (OM).

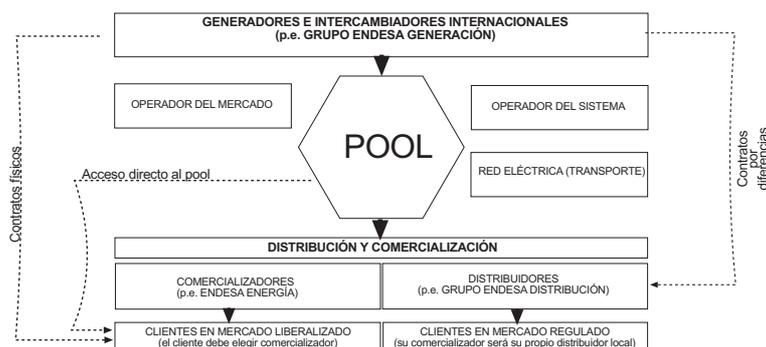


Figura 2.1: Esquema simplificado del sistema eléctrico español tras la liberalización

En virtud de los artículos 32 y 33 de la Ley del Sector Eléctrico, el **Operador del Mercado (OM)** asume, con el fin de asegurar el correcto funcionamiento del sistema eléctrico, las funciones necesarias para realizar la gestión económica referida al eficaz desarrollo del mercado de producción de energía eléctrica y, en particular, la gestión del sistema de ofertas de compra y venta de energía eléctrica por parte de los generadores y los comercializadores.

2.1.1. Funcionamiento del pool

En el nuevo sistema, el funcionamiento de las instalaciones de producción de electricidad es el resultado de la *casación* de las ofertas y demandas de energía eléctrica, proceso que es llevado a cabo diariamente por el OM, en virtud de las reglas de casación. En él, las empresas productoras comunican cada día libremente las condiciones de cantidad y precio a las que está dispuestas a vender la electricidad de sus instalaciones en cada una de las veinticuatro horas del día siguiente. La selección del funcionamiento de las instalaciones se lleva a cabo teniendo en cuenta los precios ofertados para cada período horario, hasta cubrir la demanda existente en dicho período.

Desde el punto de vista de su estructura, el mercado organizado incluye tres tramos, [16]:

- El mercado diario
- El mercado intradiario y
- El mercado de servicios complementarios.

El mercado diario recoge las transacciones de compra y venta correspondientes a la producción y al suministro de energía para el día siguiente. El mercado intradiario es el mercado que sirve como mecanismo de ajuste a la programación diaria, y el mercado de servicios complementarios recoge las transacciones de aquellos servicios indispensables para asegurar el suministro de la energía en las condiciones de calidad, fiabilidad y seguridad necesarias.

Los tres tramos funcionan con los mismos criterios: seleccionar para cada hora la entrada en funcionamiento de las unidades, dando siempre prioridad, sucesivamente, a las ofertas más baratas, hasta cubrir las necesidades del mercado; y retribuir la energía o los servicios seleccionados en cada sesión horaria, de acuerdo con el coste marginal de la última unidad cuyo funcionamiento haya sido necesario para cubrir la demanda.

El mercado diario de producción

Una vez recibidas las ofertas de todos los productores, se determina, para cada hora, la entrada en funcionamiento de las instalaciones según el precio al que hayan ofertado sus paquetes de energía; es decir, dando prioridad de manera sucesiva a las que ofrecen la electricidad más barata, hasta cubrir la totalidad de la demanda del mercado. Las centrales que ofrecen su electricidad a un precio superior al de la última instalación que haya sido necesaria para atender la demanda en ese período, no son seleccionadas para funcionar.

En cada período horario, el precio al que se paga la energía de todas las unidades que han funcionado es igual al de la oferta de venta de electricidad que haya sido realizada por la última unidad cuya selección haya resultado necesaria para atender la demanda prevista.

Este sistema de ofertas competitivas es un importante incentivo para reducir el precio de la electricidad, ya que los generadores tratarán de ofrecer su energía al precio más bajo que les sea posible a fin de que sus centrales sean seleccionadas para funcionar.

El mercado de servicios complementarios

Una vez efectuadas las casaciones de ofertas y demandas en el mercado diario, y tenidos en cuenta los contratos físicos bilaterales (contratos compra-venta que no pasan por el sistema de ofertas competitivas del mercado diario) y los intercambios internacionales de electricidad, el operador del mercado define

el programa diario base de funcionamiento de las unidades de producción y lo comunica al operador del sistema.

Si existen restricciones en la red de transporte que hacen imposible ejecutar algunas de las casaciones de ofertas y demandas definidas en el programa diario base, el operador del sistema efectúa las correcciones imprescindibles, obteniendo el programa diario viable provisional.

A continuación, el operador del sistema abre lo que se conoce como el mercado de servicios complementarios. En concreto son los servicios necesarios para garantizar la calidad, seguridad y fiabilidad del suministro, como los de regulación, control de tensión y reposición del servicio.

Algunos de estos servicios son obligatorios y otros potestativos, aunque ambos son imprescindibles para asegurar un correcto funcionamiento del sistema. Para ello se ha creado un mercado de servicios complementarios que funciona asimismo con criterios de competencia: los titulares de las instalaciones que pueden prestar servicios complementarios potestativos realizan ofertas de venta para cada período horario de programación y, una vez recibidas estas ofertas, se define el orden de entrada de las instalaciones, desde la más barata hasta la más cara.

Sobre la base de los resultados del mercado de servicios complementarios, así como los posibles ajustes necesarios por restricciones técnicas, el operador del sistema elabora el programa diario viable definitivo.

El mercado intradiario de producción

Puede ocurrir que, una vez establecido el programa viable provisional, los agentes que operan en el mercado diario tengan necesidades de efectuar ajustes en sus ofertas y demandas. Se pondrá en marcha, a tal fin, el denominado mercado intradiario, que se abrirá, una vez elaborado el programa viable provisional, para cada una de las sesiones horarias y funcionará básicamente con los mismos criterios que el mercado diario.

Podrán participar en él, para efectuar ofertas de venta, todos los agentes que están autorizados para operar en el mercado diario; y, para realizar ofertas de compra, los agentes que hubieran participado en la sesión horaria en la que haya que efectuar ajustes.

Una vez definidas las casaciones de ofertas y demandas del mercado intradiario, éstas serán agregadas al programa diario viable y se determinará así la programación horaria final de funcionamiento del sistema.

2.1.2. Características de los agentes

Vendedores en el mercado diario

De manera obligatoria, tienen que presentar ofertas de venta de energía eléctrica en el mercado diario de producción:

- Los titulares de unidades de generación de más de 50 MW de potencia y, en cualquier caso
- las empresas eléctricas que estaban anteriormente acogidas al sistema de precios eléctricos conocido como Marco legal estable.

De forma voluntaria, pueden hacerlo:

- Los titulares de unidades de producción cuya potencia sea igual o inferior a 50 MW y superior a 1 MW
- Los autoprodutores, por lo que se refiere a la energía excedentaria que deseen entregar al sistema y
- Los llamados agentes externos, es decir los agentes de sistemas eléctricos extranjeros que entreguen energía eléctrica al sistema español.

Formato de las ofertas de venta

En el caso de los vendedores podrán presentar por cada una de sus unidades de producción (p.e. Grupo Aboño 1) una oferta para cada período horario de Programación. Existen dos tipos de ofertas de venta, atendiendo a las restricciones impuestas por el agente vendedor sobre la aplicación de su oferta:

- Ofertas simples de venta.
- Ofertas complejas de venta.

Ofertas simples de venta Se denominan ofertas simples a las ofertas económicas de venta de energía eléctrica que los vendedores presenten para cada período horario de programación y unidad de producción de la que sean titulares con expresión de un precio y de una cantidad de energía, pudiendo existir para cada período horario de programación dentro de un mismo horizonte diario de programación hasta un máximo de 25 tramos de capacidad de producción para una misma unidad de producción, con un precio diferente para cada uno de dichos tramos, siendo este creciente, (ver figura 2.2). Cada tramo de la oferta representa un paquete de energía que la unidad de producción es capaz de generar y el precio de venta de ese paquete. Dicha unidad de producción deberá ser capaz de generar todos los paquetes ofertados. Las ofertas simples no incluyen ninguna condición adicional que deba ser tenida en cuenta en la casación.

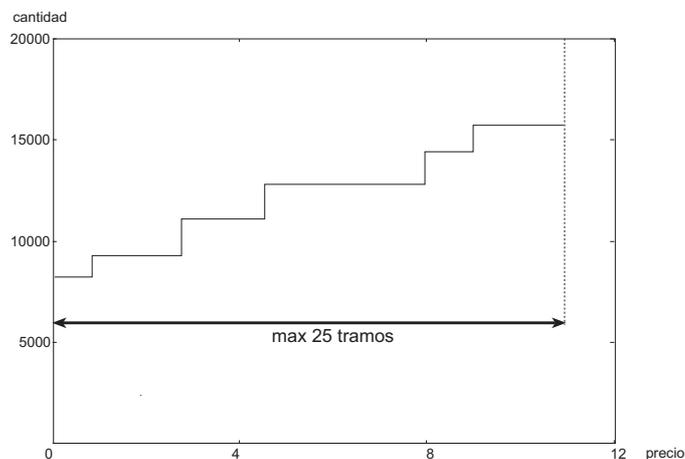


Figura 2.2: Ejemplo de oferta simple para una hora para una unidad de producción

Ofertas complejas de venta Se denominan ofertas complejas a aquellas que, cumpliendo las condiciones de oferta simple, incorporan alguna o algunas de las condiciones que a continuación se esbozan:

- **Condición de indivisibilidad:** es aquella por cuya virtud la aceptación por el OM de la oferta económica de venta de energía eléctrica genera en favor del titular de la unidad de producción el derecho a que, si el tramo indivisible de la oferta resulta casado, lo sea por toda la energía eléctrica ofertada y nunca por una fracción de la misma. Sólo se puede definir como tramo indivisible de los 25 el de menor precio.
- **Condición de ingresos mínimos:** Los vendedores pueden incluir como condición en las ofertas económicas de venta de energía eléctrica que presenten por cada Unidad de Producción que dicha oferta sólo se entiende presentada a los efectos de la casación si obtiene unos ingresos mínimos, que se expresarán como una cantidad fija en pesetas, sin decimales y, como una cantidad variable expresada en pesetas por kWh, con un máximo de tres decimales.
- **Condición de parada programada:** Esta condición será aplicada en el caso de que estas ofertas no resulten casadas por aplicación de la condición de ingresos mínimos, de modo que puedan ser consideradas como ofertas simples durante los tres primeros períodos horarios de programación del Horizontes diario de Programación.

- Condición de variación de capacidad de producción o gradiente de carga:** Esta condición consiste en establecer, para cada Unidad de Producción, una diferencia máxima de variación de capacidad de producción al alza o a la baja de la misma, entre dos períodos horarios de programación consecutivos.

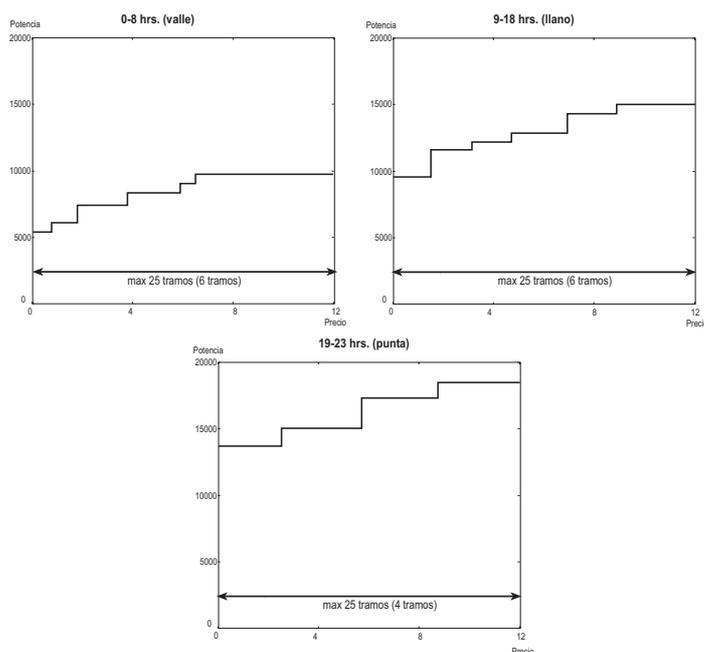


Figura 2.3: Ejemplo de oferta simple para un día (24 horas) para una unidad producción

En resumen, cada agente generador presentará, por cada una de sus unidades de producción, una oferta que podrá abarcar todo el horizonte diario de programación (es decir, las 24 horas del día). Y, para cada hora o conjunto de horas consecutivas, se podrán ofertar hasta 25 tramos distintos, dependientes del precio. Es decir, podríamos tener una oferta diaria para una unidad de producción de hasta 24 (horas) x 25 (pares precio, cantidad) ofertas distintas. Lo habitual es no llegar al límite de 25 ofertas por cada hora, así como hacer que períodos del día homogéneos compartan ofertas. Por ejemplo, en la figura 2.3 tenemos que la oferta para una unidad de producción consiste en 3 estrategias distintas: una para las horas de 0-8, otra para las horas de 8-18 y una última de 19-23. Y cada una de esas estrategias consiste en 6, 6 y 4 tramos respectivamente.

Compradores en el mercado diario

A los efectos de lo establecido en las Reglas de Funcionamiento del Mercado, son compradores en el mercado diario:

- Los distribuidores, que son los agentes encargados de distribuir la energía, así como de construir, mantener y operar las instalaciones de distribución para el suministro de la energía eléctrica a sus consumidores finales a tarifa o a otros distribuidores que también adquieran energía eléctrica a tarifa.
- Los comercializadores, que son los agentes que tienen acceso a redes de transporte y comercialización y que venden energía eléctrica a otros compradores.
- Los consumidores cualificados, que son los titulares de instalaciones de ferrocarril y aquellos consumidores cuyo consumo anual de energía eléctrica supere un umbral determinado por el artículo 1 del RD 2820/1998, de 23 de diciembre, por el que se establecen tarifas de acceso a las redes, incluidos autoprodutores.
- Los agentes externos también podrán presentar ofertas de compra.

Formato de las ofertas de adquisición

Los compradores presentarán ofertas de adquisición, por cada unidad de adquisición, para cada período horario de programación. A estos efectos, son unidades de adquisición el conjunto de nudos de conexión a la red por los que el vendedor presenta ofertas de adquisición de energía eléctrica.

Las ofertas de adquisición expresarán una cantidad y un precio de un tramo de energía (en caso de no ser oferta rígida), pudiendo existir para cada período horario de programación y unidad de adquisición hasta 25 tramos de adquisición de energía, con diferentes precios cada uno, que deberán ser necesariamente decrecientes.

2.1.3. El Procedimiento de casación

Se entiende por algoritmo de casación al conjunto ordenado y finito de operaciones matemáticas que permite hallar en cada período horario de programación, y para un mismo horizonte diario de programación, el precio marginal correspondiente a la oferta económica de venta de energía eléctrica realizada por el titular de la última unidad de producción cuya entrada en el sistema haya sido necesaria para atender la demanda de energía eléctrica.

Cálculo de la curva de oferta agregada

El OM establecerá, para cada período horario de programación del horizonte diario de programación, el orden de precedencia económica de las ofertas de venta, partiendo de aquella cuya oferta haya sido la más barata, hasta llegar a las más cara necesaria para cubrir la demanda de energía eléctrica en dicho período horario de programación.

El OM determinará la curva agregada de oferta de energía eléctrica añadiendo por orden ascendente el precio de las cantidades de energía eléctricas ofertadas con independencia de la unidad de producción a la que dichas cantidades correspondan.

Cálculo de la curva de demanda agregada

El OM establecerá, para cada período horario de programación de un mismo horizonte diario, la curva agregada de demanda de energía eléctrica, añadiendo, por orden descendente de precio, las ofertas de adquisición aceptadas.

A estos efectos el OM podrá incorporar los siguientes supuestos:

- a) Ofertas de adquisición en las que el comprador ha establecido un precio máximo y una cantidad de energía eléctrica. Este supuesto resultará en una curva de demanda descendente en precio.
- b) Ofertas de adquisición en las que el comprador no ha establecido un precio a la energía eléctrica que quiere adquirir. En este supuesto, que equivale a una demanda rígida, el comprador acepta el precio marginal resultante de la casación para cada uno de los períodos horarios de programación de un mismo horizonte diario de programación.
- c) En el supuesto de que concurrieran ambos tipos de supuesto, el OM construirá una curva de demanda en la que las ofertas de adquisición de energía eléctrica sin precio máximo precederán, en todo caso, a aquellas que sí lo incorporen.

El algoritmo de casación

El algoritmo de casación simple se desarrolla por medio de las siguientes operaciones:

- a) Determinación del punto de cruce de las curvas de oferta y demanda, y obtención, para cada período horario de programación en un mismo horizonte diario de programación, del **precio marginal**, correspondiente a la oferta económica de venta realizada por la última unidad de producción cuya entrada en el sistema haya sido necesaria para atender la demanda de energía eléctrica.

- b) Se adjudica a cada unidad de producción la energía que debe producir durante el período horario de programación de que se trate. El precio de la oferta presentada para dichas unidades de producción deberá ser inferior o igual al precio marginal calculado en el punto a).
- c) Asignación al comprador, por cada oferta de adquisición de energía eléctrica que haya presentado en un mismo período de programación, de la energía eléctrica objeto de consumo durante ese período horario de programación, siempre que el precio de dicha oferta de adquisición sea superior o igual al precio marginal de la energía eléctrica para dicho período horario de programación.

Criterio de asignación de la producción y demanda de energía eléctrica El OM obtendrá los precios marginales para cada uno de los períodos horarios de programación del mismo horizonte diario de programación, y realizará el reparto de la energía eléctrica ofertada en cada período horario de programación entre las ofertas de venta y adquisición, de acuerdo a los siguientes criterios:

- a) El OM aceptará, al precio marginal, el total de la energía eléctrica ofertada, de aquellos vendedores cuyos precios de sus ofertas de venta hayan quedado por debajo de dicho precio marginal.
- b) El OM aceptará, al precio marginal, todas las ofertas de adquisición de energía eléctrica cuyos precios hayan quedado por encima del precio marginal.

2.1.4. Modelo simplificado de funcionamiento del pool

En este trabajo se propone un modelo simplificado del pool con el fin de hacer más fácil la comprensión del mismo. En futuros trabajos se plantearán modelos más fieles al pool real.

Agentes considerados

Se considerará que todos los **agentes vendedores** serán de un único tipo, sin restricciones de potencia instalada en sus centrales, y con una unidad de producción. La estrategia de generación de esta unidad de producción se corresponderá con la estrategia agregada de todas las unidades posibles que pudiera tener cada agente generador. Todos los **agentes compradores** serán comercializadores, también con sólo una unidad de adquisición. Su estrategia se corresponderá con la estrategia agregada de todas las posibles unidades de adquisición que pudiera tener cada agente comprador.

El formato de las ofertas de venta

El formato de presentación oficial de ofertas de venta simples al OM para un grupo de generación (p.e. Aboño 1) es el siguiente:

```
IF (Hora IN [0..6]) THEN Oferta1 <(p1, q1), (p2, q2)>
ELSE (Hora IN [7..12]) THEN Oferta2 <(p3, q3), (p4, q4)>
ELSE (Hora IN [13..17]) THEN Oferta3 <(p5, q5), (p5, q5)>
ELSE (Hora IN [18..23]) Oferta4 <(p6, q6), (p6, q6)>
```

Donde los precios de cada $Oferta_i$ deben ser crecientes y una regla no puede tener más de 24 consecuentes. El significado del consecuente $\langle(p_1, q_1), (p_2, q_2)\rangle$ es el que sigue: si el precio marginal está entre p_1 y p_2 , la central producirá q_1 MWh, si el precio iguala o supera p_2 , la central producirá $p_1 + p_2$ MWh.

El formato de representación de ofertas de venta que se propone en este trabajo tiene dos objetivos principales: por un lado se trata de simplificar el manejo de dichas estrategias, y por el otro, de flexibilizar la aplicación de éstas a mercados reales. Existen tres diferencias entre la representación oficial y la que se propone a continuación:

1. Nuestra propuesta de oferta se corresponderá con la oferta agregada de una empresa, es decir, la suma de las estrategias de todas sus unidades de producción.
2. Las ofertas utilizadas en este trabajo serán líneas poligonales, mientras que las ofertas oficiales son escalones.
3. La diferencia principal estriba en la adjudicación de energía a una central. Sean las curvas de oferta (ver figura 2.4):
 - Curva con escalones correspondiente al Modelo oficial: $\langle(p_1, q_1), (p_2, q_2), (p_3, q_3), (p_4, q_4)\rangle$.
 - Curva poligonal correspondiente al modelo Modelo propuesto: $\langle(p'_1, q'_1), (p'_2, q'_2), (p'_3, q'_3), (p'_4, q'_4)\rangle$.

Supongamos que el precio marginal es p_x . Para la curva escalonada el precio p_x indica que se seleccionan para la venta todos los escalones de energía a precio inferior o igual a p_x : $q_1 + q_2 + q_x$. En cambio para la curva poligonal el precio p_x indica que se ha adjudicado la venta exactamente q_x MWh.

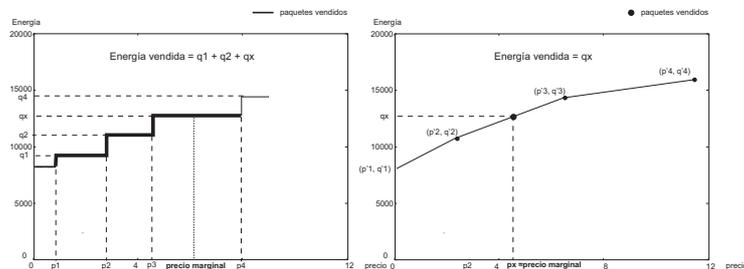


Figura 2.4: izquierda a) Aplicación de oferta simple del modelo oficial, derecha b) Aplicación de oferta del modelo propuesto

El formato de las ofertas de demanda

Para la definición de las ofertas de compra/demanda de nuestro trabajo se ha tomado como referencia el trabajo de Ocaña, [39]. En este trabajo se ha elegido una especificación lineal de la función de demanda, por razones de simplicidad en la resolución del modelo, cosa que haremos también aquí. La función de demanda en el Pool en el período t tiene la expresión funcional del tipo:

$$D(p_t) = A_t - B_t p_t$$

donde B_t es la elasticidad de la demanda, que por lo general se considera que no cambia a lo largo del año (ver [[39]: p. 11]), aunque en nuestro trabajo sí variará, entre períodos, en algunos experimentos artificiales, a diferencia del trabajo de Ocaña.

En nuestro modelo se han excluido del Pool el bombeo, la hidráulica fluyente, la energía en régimen especial y las importaciones, de modo que $D(p)$ sólo representará la demanda que atenderían las empresas eléctricas.

Las costes de producción

Respecto a los costes de producción, otra vez hemos tomado como referencia el trabajo de Ocaña (ver [[39]: p. 13]), en el que se calcula una estimación de las funciones de coste reales de las empresas eléctricas españolas para 1997. En lo que respecta al cálculo de las funciones de coste, el trabajo de Ocaña no ha tenido en cuenta las restricciones de carácter dinámico derivadas de la minimización de parámetros como los costes de combustible, costes de operación y mantenimiento, costes de arranque y acoplamiento. Además, el trabajo de Ocaña ha modelizado varias funciones de coste para cada empresa generadora, en función de varios períodos del año, en demanda punta, llano y valle. En el

trabajo de Ocaña sólo se hacen públicas las funciones de coste para el período 1 y en demanda punta.

En nuestro trabajo hemos empleado diversos tipos de funciones coste, desde funciones totalmente artificiales (de coste independiente respecto a la generación) hasta las mismas funciones reales empleadas por Ocaña.

El algoritmo de casación

El tipo de ofertas de compra/venta propuesto implica una gran simplificación del algoritmo de casación; nosotros nos limitamos a calcular el punto de corte de la oferta agregada y la demanda agregada en cada hora, y calculamos el precio marginal correspondiente. En el planteamiento oficial, la oferta de venta agregada se construye iterativamente, agregando bloques hasta que se corta con la oferta de demanda agregada, (ver figura 2.5). Nuestra simplificación equivale a suponer que todas las empresa van a colocar sus curvas en mercado, y que todas tienen ofertas en todo el rango de precios.

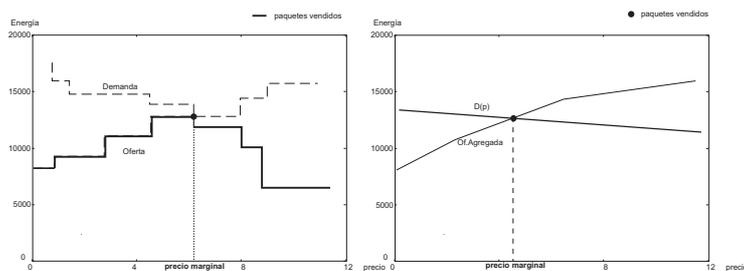


Figura 2.5: izquierda a) Algoritmo de casación oficial del Pool español, derecha b) Algoritmo de casación propuesto en este trabajo

En el caso de la demanda ocurre lo mismo que con la oferta, además de la consideración de que una oferta de demanda es la demanda agregada de todas las empresas compradoras de energía, en el planteamiento oficial las ofertas de adquisición son paquetes independientes que se desean comprar a diferentes precios, y en el modelo de demanda propuesto un paquete de demanda es igual a la cantidad total que las empresas compradoras de energía comprarían si el precio marginal fuera el precio de corte con la oferta agregada.

2.2. Mercados competitivos: el modelo de Cournot

La competencia perfecta es un mecanismo de asignación de recursos (electricidad en nuestro caso) descentralizado, en el que los agentes -generadores y

comercializadores- consideran los precios como datos y éstos transmiten toda la información necesaria para que los agentes tomen sus decisiones de optimización -maximización de utilidad y de beneficio, respectivamente- de forma simultánea y mutuamente compatible [44]. Las empresas, en general, tienen interés en que un mercado no funcione en forma competitiva. Parece bastante obvio que un agente cualquiera deseará no ser un competidor que actúe paraméricamente respecto a los precios de los bienes que vende o compra, porque siempre preferirá ser monopolista en ambos mercados. El extremo contrario a un mercado de competencia perfecta es un mercado monopolista. El oligopolio es una estructura intermedia entre ambas.

2.2.1. Estrategias de mercado. Tipos de competencia.

Monopolio: en la estructura de mercado monopolista, se cuenta con un solo productor, por lo que no se plantea el problema de la competencia vía precios o cantidades, temas centrales en los mercados oligopolistas.

Competencia perfecta: podemos hablar de un mercado competitivo o de competencia perfecta, cuando el número de agentes es suficientemente alto. Este número depende del mercado; en general, cuando tiende a infinito, los beneficios de cada agente tienden a 0. Esta situación se denomina el *óptimo social*, porque es la mejor situación para los consumidores. El precio de mercado será el precio marginal o de coste. Es decir, por debajo de ese precio, los agentes vendedores perderían dinero y por lo tanto no les interesaría producir.

Oligopolio: en una estructura de mercado oligopolista, a diferencia de los dos casos anteriores, los agentes nunca actúan paraméricamente respecto a los precios. Por otra parte, las empresas tienen el poder de determinar los precios, lo que diferencia al oligopolio de la competencia. Como además, existe más de una empresa, cada una de ellas tomará sus decisiones bajo hipótesis respecto a cómo actuarán sus competidoras o a cómo reaccionarán las mismas cuando se comporte de una determinada forma [[44]: p: 125].

2.2.2. Mercados oligopolistas: El mercado eléctrico español

Tradicionalmente, los mercados oligopolistas se clasifican en mercados con competencia vía cantidades (competencia a la Cournot) y mercados con competencia vía precios (competencia a la Bertrand), [44]. En el modelo de Cournot [10] las empresas compiten lanzando al mercado determinadas cantidades del bien, que serán absorbidas al precio determinado por la función de demanda. Con frecuencia, se ha criticado a esta competencia “vía cantidades”, tachándola

de falta de realismo. Bertrand [6] propone una hipótesis alternativa respecto al comportamiento de los oligopolistas, en la que se supone que las empresas compiten determinando el precio de venta del producto.

Si restringimos el tipo de oligopolio a aquellos basados en competencia via cantidades (electricidad y café, por ejemplo), podemos ver el proceso de competencia como una actividad comercial de concurso por la cuota de mercado óptima que optimice el beneficio de cada empresa productora. Para ello, cada empresa deberá formular una oferta tal que, agregada a la de sus competidoras, origine un precio marginal conducente a que su beneficio sea el mayor posible. Debe tenerse en cuenta que, en general, en los mercados oligopolistas la colaboración o colusión está perseguida como delito. Para una empresa competidora en un mercado oligopolista, no es trivial determinar la oferta de generación que debe emitir para optimizar su beneficio, y por supuesto tampoco lo es adivinar cual fue (*a posteriori del proceso de casación*) la oferta de sus competidoras, e incluso cual será en el futuro.

En el mercado eléctrico español, las empresas generadoras envían al mercado paquetes de energía a un precio determinado. Para calcular el precio de la energía, se van tomando estos paquetes, por precio decreciente, hasta que la suma de cantidades de los paquetes se corte con la suma de los paquetes de energía demandada (paquetes que se toman por orden decreciente de precio). Este es un caso típico de oligopolio, donde las ofertas y las demandas de energía determinan el precio de la energía.

Competencia via cantidades: El problema de Cournot

En general, tendremos n empresas, que compiten por cierta cuota de mercado de un producto. Es conocida la función de demanda del mercado $D(p)$ o una aproximación fiel de ésta, que será función del precio de mercado que se imponga (el mismo para todas las empresas) y que determina la cantidad de producto que absorberá éste. Cada empresa tiene unos costes de producción dados por la función $C_i(q)$.

Si tomamos $p(q)$ como la inversa de la función de demanda y $q = \sum_i(q^i)$, como la cantidad total de producto generado y admitimos que todas las empresas deciden simultáneamente la cantidad a lanzar al mercado, la cantidad que maximice sus beneficios es :

$$\text{máx}(q_i) = q_i p(q) - C_i(q_i) \quad (j=1, \dots, N)$$

cuyas condiciones de primer orden son

$$p(x) + q_i p'(q) \left[1 + \sum_{r \neq j} \left(\frac{dq_r}{dq_j} \right) \right] - C_j'(q_j) = 0 \quad (j \neq r = 1, \dots, N.) \quad (2.1)$$

La única novedad respecto a un problema típico de maximización de beneficios estriba en los términos de tipo $\frac{dq_r}{dq_j}$, ($j \neq r$), que indican lo que la empresa j -ésima espera que va a variar su producción el competidor r -ésimo cuando ella altere la suya infinitesimalmente. Estos términos se denominan **variaciones conjeturales** del oligopolista j -ésimo.

La hipótesis más simple sobre los valores de las variaciones conjeturales es su nulidad, es decir, suponer que cada productor piensa que si él altera la cantidad ofrecida sus competidores no la modificarán. Es el supuesto postulado originalmente por Cournot que, en el caso de duopolio (dos empresas), convierte la expresión 2.1 en:

$$p(q) + q_1 p'_1(q) - C'_1(q_1) = 0 \quad (2.2)$$

$$p(q) + q_2 p'_2(q) - C'_2(q_2) = 0 \quad (2.3)$$

que se denominan *funciones de reacción* de los duopolistas, ya que determinan la cantidad ofertada por la empresa 2 dada la de la empresa 1 y viceversa, es decir, cómo “reacciona” la empresa 1 ante cambios en la oferta de la 2. Estas funciones se denotan por $x_r = R_r(X_r|X_j)$ ($r \neq j = 1, 2$) ya que permiten obtener de forma explícita x_r en función de x_j .

Una hipótesis alternativa consiste en suponer que la empresa 1 sigue teniendo una variación conjetural nula pero la 2 no (hipótesis debida a Stackelberg). En este caso asimétrico, lo que se está suponiendo es que la empresa 2 actúa como líder, adaptándose la 1 como seguidora a la oferta que aquella determine, pero este caso no será estudiado aquí.

Nos interesa obtener la solución de Cournot (variaciones conjeturales nulas) en un contexto resoluble analíticamente. Para ello, tomaremos una función de demanda inversa lineal del tipo $p(q)=a-bq$ ($a, b > 0$) y supondremos que los costes de ambas empresas son iguales, los costes fijos nulos y los marginales constantes. En este caso $p'(x)=-b$ y $C'_j(x_j) = c$, por lo que la solución del sistema [2.3], correspondiente al supuesto de Cournot es:

$$x_j^c = \frac{(a - c)}{3b}$$

$$p^c = \frac{(a + 2c)}{3}$$

valores que sustituidos en [2.1] proporcionan los beneficios:

$$\pi_j^c = \frac{(a - c)^2}{9b}$$

2.2.3. Otros modelos, Monopolista, competitivo

El modelo oligopolista de Cournot nos ayuda a racionalizar con facilidad la idea de que la competencia y el monopolio son las dos formas polares de

organización de la industria y que el oligopolio de tipo Cournot es la situación intermedia que se acerca tanto más al extremo de la competencia (monopolio) cuanto mayor (menor) es el número de empresas que lo forman. Por ello estudiaremos como casos particulares de la solución oligopolista los modelos competitivo y monopolista.

Solución competitiva

La idea de que la solución competitiva es el extremo de la solución de Cournot en el que el número de empresas es alto se puede formalizar, si en el modelo empleado para resolución del problema de Cournot se suponen N empresas iguales. En este caso, bajo la hipótesis courtoniana², la maximización del beneficio individual:

$$\pi_i = ax_i - bx_i^2 - cx_i \quad j=1, \dots, N$$

da lugar a $x_i = \frac{(a-c)}{(N+1)b}$ de donde:

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{j=1}^N Nx_j = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{N(a-c)}{(N+1)b} = \frac{(a-c)}{b} \quad (2.4)$$

$$\lim_{N \rightarrow \infty} p = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{a + Nc}{N+1} = c \quad (2.5)$$

por lo que la solución de Cournot, cuando el número de oligopolistas tienda a infinito, coincide con la competitiva y, como es obvio, cuando $N=1$ con la de monopolio. A esta solución se la ha denominado *Teoría del límite de Cournot*.

El resultado demostrado resulta atractivo, pero es muy débil, porque depende crucialmente de la estructura de costes supuesta. En primer lugar, si existen, como parece razonable, empresas distintas y una relación decreciente entre los costes fijos y los marginales, la cantidad total producida por el oligopolio de Cournot no tiene por qué crecer cuando aumente el número de empresas. En segundo lugar, la mera existencia de coste fijos limita el número de empresas que caben en el oligopolio, con lo que el límite competitivo (expresión 2.5) puede ser inalcanzable. En efecto, suponiendo todas las empresas iguales pero unos costes fijos c_0 , la condición de beneficio nulo aplicada a la producción individual y precio de [2.5]:

$$\pi_j = \left[\frac{a + Nc}{N+1} - c \right] \frac{a-c}{(N+1)b} - c_0 \geq 0$$

²Cada firma envía al mercado una cantidad suponiendo dada la cantidad enviada por las firmas competidoras.

dan lugar a $N \leq \left[\frac{a-c}{(bc_0)^{1/2}} \right] - 1$, lo que limita el número de oligopolistas que pueden formar la industria.

Otra forma de ver la solución competitiva es la siguiente. En el caso de que los duopolistas del problema planteado para el mercado oligopolista actuaran tratando de ser líderes (es decir, las variaciones conjeturales - expresión 2.1- no fueran nulas para ambos duopolistas) nos encontraríamos ante el planteamiento de un mercado de competencia perfecta. Cada duopolista lanzaría la oferta de $(a-c)/2b$, por lo que la oferta total sería $(a-c)/b$, que es la cantidad de producción competitiva, que da lugar a un precio de mercado igual al coste marginal. Este último resultado (la solución competitiva) no es general, pero sí lo es que el precio de este caso es siempre el menor de todos los analizados.

$$\begin{aligned} \text{precio}^{comp} &= c \\ q^{comp} &= \frac{a-c}{2b} \\ \pi_i^{comp} &= 0 \end{aligned}$$

Solución monopolista

Hay tres soluciones posibles para la competencia de un oligopolio: Cournot, competencia perfecta (líder contra líder) y monopolio (líder contra seguidor). La mejor para los oligopolistas (descontando la coalición) es la de Cournot, en la que se obtienen los mayores beneficios conjuntos $\left[\frac{2(a-c)^2}{9b} \right]$, pero para cada uno de ellos, individualmente, lo mejor situación posible es convertirse en líder, siempre que su competidor acepte ser seguidor. Esto señala una tendencia hacia la inestabilidad del oligopolio en el sentido de que cada agente tendrá incentivos a ser líder, pero si lo son todos ellos la solución será la peor de las posibles ($\pi = 0$). Este resultado apunta la conveniencia para los oligopolistas, en caso de que sea posible, de llegar a acuerdos o coaliciones de reparto del mercado, la más obvia de las cuales sería la monopolización del mismo:

$$\begin{aligned} q_j &= \frac{a-c}{4b} \\ \text{precio} &= \frac{a+c}{2} \\ \pi_j &= \frac{(a-c)^2}{8b} \end{aligned}$$

que les permitiría a ambos, en caso de tratarse de un duopolio, obtener los beneficios correspondientes a una situación en que cada uno fuera líder y el competidor seguidor.

2.3. Métodos de estudio de los mercados eléctricos

Los estudios que se pueden encontrar en la literatura dedicados al análisis del impacto sobre los precios de la electricidad de la introducción de competencia en el sector eléctrico han adoptado básicamente dos enfoques, [39]:

1. Basado en aproximaciones indirectas al problema, a partir de mediciones de la concentración empresarial existente en el mercado,
2. Basado en modelos de competencia oligopolista, donde se estudia el impacto de la introducción de la competencia a través de la estructura de las ofertas y costes de los agentes competidores.

Nuestro trabajo se sitúa en este segundo tipo de estudios.

2.3.1. Métodos indirectos

En general, el ejercicio de poder en un mercado depende de la elasticidad de la demanda y de la estructura de la oferta que, a su vez, determina el grado de competencia existente entre los productores. En un mercado perfectamente competitivo, la elasticidad no tiene mucha importancia en la determinación de los precios, debido principalmente a que la competencia es intensa. En el monopolio no existe competencia, por lo que la elasticidad de la demanda influye decisivamente en la determinación del precio. Finalmente, en los modelos de competencia imperfecta (oligopolios), ambos factores son importantes para determinar el precio en el mercado. Los índices empleados en los métodos indirectos (como el IHH^3 , también denominado H y que se definirá más adelante) ignoran la elasticidad de la demanda.

El grado de concentración de una industria se ha empleado tradicionalmente como medida explicativa del grado de competencia de la misma. Esta asociación puede ser unidireccional; en su versión más simple, el paradigma estructura-conducta-resultados propone que la concentración determina los beneficios. En visiones más realistas, la concentración de una industria se ha considerado como una variable importante desde dos puntos de vista, [44]:

- Por un lado, como instrumento de política de defensa de la competencia, hasta el punto de que el cálculo del valor concreto de algún identificador de concentración determina, según que este se encuentre por encima o por debajo de cierto umbral, la apertura o denegación de procedimientos judiciales sobre prácticas restrictivas de la competencia.

³Índice de concentración de Herfindhal.

- Por el otro, porque la contrastación econométrica de muchas prescripciones de la economía industrial requiere alguna medida de la concentración.

Un índice de concentración (IC) es un número real, que debe depender tanto del número de empresas que componen la industria (N) como de la estructura de sus cuotas de mercado, o de la distribución de sus tamaños relativos (s_1, s_2, \dots, s_N). En general, un IC es una expresión que pondera de una forma determinada los tamaños de la empresa, es decir una media ponderada del tipo:

$$IC = \sum_{j=1}^N f(s_j) s_j \quad (2.6)$$

donde $f(s_j)$ es la ponderación de la empresa j-ésima, que debe estar comprendida entre 0 y la unidad. Si, en concreto, se eligen ponderaciones del tipo $f(s_j) = s_j^{\delta-1}$, se tiene una familia de IC según los valores que se asignen al parámetros δ (positivo y distinto de la unidad). Como es claro, la elección de un determinado valor de δ implica conceder mayor o menor peso en el IC a las empresas más grandes y, en concreto, el IC teóricamente más utilizado, llamado *Índice de concentración de Herfindhal* (H), es la expresión obtenida cuando se supone $\delta=2$, es decir:

$$H = 10000 \sum_{j=1}^N s_j^2 \quad (2.7)$$

en palabras, la suma de los cuadrados de los tamaños relativos de las empresas.

Los criterios que se aplican a fusiones de empresas en los EE.UU., el país de más larga y activa tradición antimonopolio, son lo que siguen: un índice de Herfindhal de menos de 1000, no interesa a la autoridad antimonopolios; un índice hasta 1800 causa cierta preocupación (concentración media) y más de 1800 son mercados altamente concentrados, en los que cualquier fusión de empresas que signifique un aumento en la concentración de más de un 50 % no es aceptable. Alternativamente, un aumento de la concentración de más de un 100 % en industrias con un índice de concentración intermedio tampoco son aceptables. El índice de Herfindhal resulta alto cuando hay asimetría en el tamaño de las firmas y parece un indicador más razonable. Cabe indicar que no hay impedimento a que una empresa crezca hasta cualquier grado de concentración, siempre y cuando:

- el crecimiento no se produzca mediante fusiones.
- la empresa no utilice conductas anticompetitivas.

Es interesante notar que algunas conductas que son competitivas en firmas con una participación pequeña en el mercado dejan de serlo cuando las firmas alcanzan una participación dominante.

En el caso del mercado eléctrico español, el reparto del mercado eléctrico de generación en el año 2000 era:

1. Endesa: 42.6 %
2. Iberdrola: 27.1 %
3. Fenosa: 13.0 %
4. Hidrocantabrico: 9.4 %

lo cual supone un índice de Herfindhal de 2806.53, valor indicativo que esta industria está concentrada por encima del valor de concentración máximo permitido en EE.UU. Sin embargo, parece que la industria es competitiva, al menos desde el punto de vista de la rentabilidad de las empresas.

2.3.2. Métodos directos

Dentro de este segundo tipo de estudios, existen trabajos que van desde la simulación de problemas oligopolistas teóricos, como los problemas de Cournot, Bertrand, etc, hasta el modelado de mercados reales eléctricos (siempre con ciertas restricciones) como el pool británico o el californiano.

Estudios teóricos directos

Los problemas de Bertrand o Cournot, en su planteamiento original o con ligeras variaciones, ha sido planteados en varias ocasiones en la literatura sobre *evolutionary economics*, aunque siempre más como un ejercicio de estudio y demostración de que es posible alcanzar el equilibrio de Nash [38] con un modelo representado mediante GAs.

Con respecto a la simulación del equilibrio de ofertas en mercados competitivos oligopolistas, se puede tomar como referencia el modelo presentado en el trabajo de Klemperer[30] en el cual se basan gran parte de los trabajos actuales.

El modelo *cobWeb* propuesto por Leontief [33] postula un modelo lineal de ofertas y demanda, con un solo mercado, donde n agentes, que producen el mismo producto con el mismo coste cuadrático, envían una oferta constante al mercado y la van ajustando iterativamente con el objetivo de maximizar su beneficio. En esta línea, son notorios los trabajos de Arifovic [3] y Franke [25] al respecto del modelo cobWeb. En concreto, el trabajo de Arifovic es de los primeros trabajos con agentes inteligentes sobre este modelo, donde la cantidad ofertada por cada agente se codifica como una secuencia de bits y se emplea el operador genético *elección* para reproducir mediante su algoritmo genético el precio de equilibrio. Franke [25] trabaja con un modelo muy similar donde la curva de demanda se ha perturbado mediante la función de ruido AR(1).

Más en línea del presente trabajo, está el artículo de Curzon [11], donde se simulan problemas típicos de organización industrial: Cournot, Bertrand, monopolio y un modelo simple de mercado eléctrico, extraído del modelo real inglés, donde el esquema de competencia es basado en precios, al estilo Bertrand, y no basado en cantidades, como es el español. Al respecto de este último trabajo hay que decir que el modelo de ofertas-demandas es prácticamente tan sencillo como los planteados teóricamente por Cournot y Bertrand originalmente.

Cabe comentar el reciente trabajo de Fushuan [26], donde se emplean curvas de oferta de forma lineal, $\alpha P + \beta$, para modelar el mercado eléctrico californiano.

Estudios realistas directos

El concepto de equilibrio de funciones de oferta introducido por Klemperer [30] es adaptado por Green y Newbery [27] para simular el modelo del mercado spot de Inglaterra y Gales, suponiendo un mercado oligopolista dominado por dos firmas. El trabajo desarrolla, para ambos duopolistas, funciones de oferta óptimas, que pueden dar lugar a diferentes equilibrios o soluciones. Estas soluciones van desde la más competitiva, donde los competidores se comprometen con la estrategia precio igual a coste marginal, a la menos competitiva entre las soluciones no cooperativas, la solución de Cournot. Tomando las soluciones de Cournot para los duopolistas, así como una estimación de las curvas de coste de los mismos y también una curva de demanda lineal, se simulan los potenciales resultados en el Pool.

Por otro lado, Von der Fehr y Harbord [49], simulan el mercado eléctrico Inglés, modelizándolo como una subasta de *sobre cerrado*, donde los generadores comunican simultáneamente al operador de mercado el precio a que están dispuestos a generar en cada unidad de generación, despachándose éstas por orden creciente de precio hasta cubrir la demanda, al estilo del algoritmo de casación español. Estos autores eligen este sistema porque consideran que las curvas de costes marginales de los oligopolistas presentan discontinuidades, a diferencia de las de Green y Newbery [27], que estiman curvas de coste continuas para construir a partir de ellas de curvas de oferta también continuas.

Y, por último, cabe reseñar el trabajo de Borenstein y Bushnell [7], en el que simulan el pool californiano. Para ello, seccionan el mercado en empresas competitivas (las empresas grandes que marcan el precio mediante la competencia entre ellas) siguiendo las estrategias características del modelo de Cournot, y empresas precio-aceptantes, empresas pequeñas cuyas estrategias de producción son iguales, en un contexto cournotiano, a las de competencia perfecta.

Nuestro trabajo se puede considerar cercano al de Von der Fehr, en el sentido que consideramos las ofertas de generación discontinuas y diferenciadas para diferentes períodos del año.

2.3.3. Estudios de la demanda

Los estudios en los que se trabaja con un modelo directo de las estructuras de generación analizan éstas de forma separada para diferentes períodos de demanda. Esto no es así en nuestro trabajo, donde las propias estrategias de generación llevan acoplado el clasificador de períodos de demanda, de modo que cada estrategia puede tener un clasificador diferente del resto.

La mayor parte de las referencias existentes en la literatura señalan a la temperatura como la variable más significativa a la hora de analizar la influencia de la meteorología en la demanda eléctrica (Engle et al., [23]; Peirson y Henley, [40]; Al-Zayer y Al-Ibrahim, [2]; Cancelo y Espasa, [8]; Beenstock et al., [5]; Al-Faris y Ghali, [1]; Considine, [9]). No obstante, en algunos trabajos se indica la influencia de otras variables además de la temperatura (Li y Sailor, [34]; Sailor y Muñoz, [43]; Hyde y Hodnett, [29]; Lam, [32]; Yan, [51]; Ranjan y Jain, [42]).

Entre los últimos trabajos españoles de relieve internacional caben destacar los estudios de Valor, [47], donde se relaciona la demanda de energía eléctrica española entre los años 1983 y 1999 con la variable temperatura. En otro trabajo posterior (Valor, [48]) se compara la temperatura con otras variables meteorológicas, y se plantea un modelo de regresión lineal de la demanda eléctrica a partir de variables climatológicas, concluyendo que la temperatura del aire tiene un mayor impacto en la demanda eléctrica y que se observa una relación no-lineal y convexa. Las otras variables, humedad relativa, insolación y precipitación, algo menos significativas, muestran una relación lineal, directa en el primer caso e inversa en los otros dos.

En nuestro trabajo, emplearemos como variable climatológica de clasificación de demanda la temperatura del aire, además de otros factores estacionales que se estudiarán más adelante, como la hora del día y la festividad del día.

2.4. Metodología propuesta

2.4.1. Introducción

La metodología que se expone en este trabajo es válida para los dos objetivos principales de nuestro trabajo: la inducción de ofertas de generación a partir de puntos de mercados de un período de tiempo, así como la estimación de las estrategias de generación óptimas, en el equilibrio de Cournot, para la demanda correspondiente también a un período de tiempo.

Ya que el equilibrio económico de mercados eléctricos oligopolistas reales no puede calcularse por métodos analíticos [36], [12], se ha venido aproximando mediante modelos lineales. Las aproximaciones lineales son útiles para estudiar el comportamiento de un mercado eléctrico cerca de su punto de equilibrio. Estos modelos sólo permitirían estudiar la respuesta del mercado bajo ligeros

cambios del mismo, ya que se introduce imprecisión cuando se estudian políticas de generación completas, las cuales son en general no-lineales.

En nuestro trabajo, mostraremos que la coevolución genética de un conjunto de poblaciones (cada una representa la estrategia de una firma del pool) nos permite simular el equilibrio de un mercado artificial similar al mercado eléctrico español, y compararlo con aproximaciones lineales, por un lado y con enfoques no-coevolutivos basados en algoritmos genéticos, por otro.

La justificación de un modelo genético coevolutivo es válida para nuestro segundo objetivo, donde se calculan las estrategias de generación en el equilibrio de Cournot, problema donde el concepto de equilibrio de mercado oligopolista se logra a través del equilibrio de Nash [41], pero no es tan evidente cuando hablamos del primer objetivo planteado, de inducción de unas estrategias a partir de un conjunto de puntos de mercado. En este primer objetivo nos encontramos con un problema de regresión no-lineal y no continua, situación para la que será adecuado un algoritmo genético coevolutivo. Esto se demostrará en el capítulo 3. En ambos casos aplicaremos la metodología que se describe en esta sección, con la diferencia de la función de utilidad que en ambos objetivos definirá diferentes situaciones de equilibrio.

En el caso del *problema de inducción de estrategias de generación* la información de entrada de nuestro algoritmo genético es un conjunto de puntos de mercado, que incluyen los precios unitarios de la energía eléctrica resultados del proceso de casación, y la cantidad de unidades de energía negociadas, dadas a través de las funciones de demanda. A partir de estos datos de entrada obtendremos un sistema de clasificación, que producirá una segmentación de los puntos de mercado en cierto número de clases, y tantas ofertas con forma poligonal como clases. Cada una de estas ofertas tratará de minimizar el error cuadrático medio entre la producción estimada total del pool y la producción real. Además, los costes de producción de cada empresa se inyectan en el análisis de la siguiente manera: se supondrá que el beneficio por unidad vendida de todas las firmas es igual para cada mercado⁴. Estas dos condiciones nos permiten modelar el problema como uno de optimización multi-objetivo no-lineal.

Para el *problema de estimación de estrategias óptimas*, la información de entrada de nuestro algoritmo genético comprenderá las curvas de demanda de los mercados estudiados. Al igual que en el problema de inducción de estrategias, obtendremos un sistema de clasificación, que segmentará los mercados de entrada en cierto número de clases. Para cada clase tendremos una oferta de generación poligonal. Cada una de estas ofertas tratará de maximizar el beneficio total (para el total de mercados) de cada firma, independientemente, al estilo

⁴Se supondrá que todas las firmas tienen coste de producción diferentes, y como es necesario introducir alguna restricción que permita diferenciar unas firmas de otras, y dado que no se conoce el beneficio para cada mercado se ha decidido introducir la restricción de igual beneficio unitario.

Cournot. Además, se tratará de introducir los costes de generación de cada empresa, igual que en el problema de inducción. Estas dos condiciones modelan el problema como un problema de optimización multi-objetivo no-lineal.

En ambos problemas, los individuos genéticos del esquema coevolutivo se corresponden con una estrategia de generación de energía de un agente; de modo que tendremos tantas poblaciones de estrategias como agentes, y la función de utilidad para un individuo se calculará a partir de una combinación de individuos extraídos del resto de poblaciones (parásitos). Por otro lado, los individuos del esquema no-coevolutivo se representarán como conjuntos, que contendrán una estrategia para cada agente generador del mercado. De esta forma, a un individuo del esquema no-coevolutivo se le puede asignar directamente un valor de función de utilidad sin necesidad de individuos de otras poblaciones (ya que además, en el esquema no-coevolutivo sólo se tiene una población). Las diferencias de representación, funciones de utilidad y operadores genéticos entre ambos esquemas se discutirán en las siguientes secciones.

Tanto para el problema de inducción de estrategias como el de estimación de estrategias óptimas seguiremos una metodología común con diferencia en la fase de búsqueda de la solución. Las fases de que se compone esta metodología son las siguientes:

- a) Modelado del mercado: modelado de las ofertas de generación, ofertas de compra y funciones de coste.
- b) Adaptación y simulación del proceso de casación con base en el modelo de la fase a).
- c) Definición de los criterios de búsqueda de una solución completa (las ofertas de todas las empresas del pool) y plausible en función del problema que se plantee: inducción de estrategias de generación o estimación de estrategias óptimas. Lo cual implica, definir la función de utilidad que dé con las estrategias objetivo del problema planteado, y además definir las restricciones que separen las soluciones plausibles de las que no lo sean.

2.4.2. Modelado del mercado

Modelado de ofertas de generación

Las curvas de generación empleadas por las compañías generadoras dependen de diversos factores externos a las propias firmas, como ya se ha visto en la sección 2.3.3. Los departamentos de planificación estratégica toman en consideración factores como el día de la semana, la hora del día, la estación del año, las previsiones del tiempo (lluvia, temperatura del aire, etc.) y muchos otros, antes de enviar sus ofertas de generación (precio, cantidad) al Operator de Mercado. Nuestro análisis sería muy impreciso si no tuviéramos en cuentas estos factores.

De acuerdo a los trabajos sobre previsión de demanda de energía eléctrica [48], pueden considerarse principalmente los siguientes tres factores (en el apéndice A se analiza la influencia de estos factores sobre la demanda del año 2000 en España):

- La hora del día. Siempre estará relacionada con la cantidad de energía negociada, dependiendo de si se trata de horas laborables/horas de luz o no. Este factor se empleará como discriminante dentro del día.
- El día de la semana. Existe una gran dependencia entre la demanda en las horas de la franja laboral y si trata de un día laboral o fin de semana. Se empleará como factor estacional relativo a la semana.
- Y, por último, la estación del año. Ya que el uso de la calefacción o los sistemas de aire acondicionado afectan claramente a las dependencias anteriores. Este factor se empleará como discriminante dentro del año.

Por lo tanto, hemos decidido modelar las curvas de generación mediante:

- Un sistema de clasificación, que produce una segmentación de los mercados en un cierto número de clases, y
- Tantas curvas poligonales de generación como clases.

El sistema de clasificación será un sistema basado en reglas difusas y los consecuentes de las reglas serán curvas de generación, con forma de línea poligonal, que denominaremos “estrategias prototipo”. Se han empleado reglas difusas para mantener el número de clases lo más bajo posible; la inferencia difusa logra una interpolación entre las estrategias prototipo, de modo que podamos aproximar las curvas de oferta reales (ya sea en la inducción o la estimación óptima) mediante una combinación de las curvas poligonales, de acuerdo al grado de pertenencia asignado a cada regla en el clasificador difuso. Hay que tener en cuenta que el sistema difuso puede evolucionar concurrentemente con las estrategias prototipo, de modo que la definición de las clases no sólo dependerá de los factores externos sino también de las estrategias prototipo. Lingüísticamente, podemos representar una estrategia de generación de una firma de la siguiente forma:

$$Estrategia = \langle ReglasDifusas(FactoresExternos), EstrategiasPrototipo(p) \rangle$$

Donde $EstrategiasPrototipo(p)$ son las ofertas poligonales de generación, que dependen funcionalmente del precio y que serán aplicadas según el sistema de clasificación formado por $ReglasDifusas$. El banco de reglas difusas

dependerá de factores externos, cuyos valores serán los que condicionaran la aplicación de una u otra regla.

Tendremos tantas estrategias prototipo como ReglasDifusas, y cada estrategia tendrá la siguiente representación funcional:

$$Ofertas_i = \langle (precio_j, cantidad_j) \rangle_{j=0}^{j=LongitudPoligonal}$$

Donde $\langle precio_j, cantidad_j \rangle$ representan los vértices de la oferta poligonal. Debe cumplirse que los puntos sean crecientes en ambos ejes, es decir que la poligonal sea creciente.

Tendremos tantas reglas difusas como particiones definan los valores de los atributos elegidos. Si, por ejemplo, tomásemos los siguiente tres atributos, con sus respectivos valores⁵:

1. Hora del día. Con los valores HORALABORAL de 7-19 horas y HORA-NOLABORAL de 19-7 horas.
2. Festivo. Con el valor CIERTO, para Sábado y Domingo y FALSO para el resto de días de la semana.
3. Temperatura. Con el valor CALOR a partir de 25°C y FRIO por debajo de 10°C.

Tendríamos 8 particiones, lo cual implica que tendríamos también 8 estrategias prototipo.

El cálculo de la energía a generar por una empresa, en función de un punto de mercado pm,

$$pm = \langle FactoresExternos, precio \rangle \quad (2.8)$$

$$FactoresExternos = (valor_atr_1, \dots, valor_atr_{natributos}) \quad (2.9)$$

se calcula mediante la aplicación de su estrategia de generación basada en el banco de reglas difusas ReglasDifusas:

$$Coef(particion, pm) = \min_{atr=1}^{Natributos} \{Fpertenencia_{atr}^{particion_{atr}}(valor_atr_i)\}$$

$$EnergiaGenerada(pm) = \frac{\sum_{particion=1}^{Nparticiones} Coef(pm) * Est.Prot.particion(precio)}{\sum_{particion=1}^{Nparticiones} Coef(particion, pm)}$$

Un detalle que no podemos obviar es la relación existente entre las estrategias reales que envían las empresas generadoras, y las estrategias que conforman

⁵En la enumeración de atributos-valores que se detallan no se incluyen las funciones de pertenencia para cada factor.

nuestro modelo. En el modelo real del pool, las estrategias se corresponden con unidades de generación, y en nuestro modelo se corresponden con la generación agregada de todas las unidades de producción de la empresa. Un paso posterior al cálculo de nuestras estrategias consistiría en adaptar la estrategia agregada de una empresa a sus unidades concretas de producción. El motivo por el que no se modela una estrategia de empresa como las estrategias individuales de sus unidades de producción es la excesiva complejidad que esto añadiría al modelo, ya que estaríamos hablando de decenas de unidades de producción para cada firma.

Modelado de las curvas de demanda

Ya el trabajo de Cournot, [[44], p: 126], se planteaba la demanda de su problema con la forma $ap + b$. También los autores recientes que hemos citado en la sección anterior presentan sus experimentos con funciones de demanda lineales. Cabe reseñar el trabajo español de Ocaña y Romero [39], donde se elige una pendiente ad-doc, en función de la elasticidad que se quiera conceder al mercado, y se ajusta el otro coeficiente de la demanda a los datos de demanda de los seis períodos estudiados. En nuestro trabajo, hemos optado también por el uso de funciones de demanda lineales, por considerar que es suficiente una demanda de esta forma para simular un mercado realista. En nuestro trabajo plantearemos diferentes contextos, donde la demanda puede ser la misma para un conjunto de mercados más o menos homogéneos, o bien diferenciarse en cada mercado estudiado, como ocurre en la realidad (donde la demanda siempre es diferente para cada hora del día). En todo caso, la forma de la demanda siempre será lineal.

En términos más formales, podemos que decir que la demanda para un período t tendrá la expresión funcional del tipo:

$$D_t(p) = A_t - B_t p_t \quad (2.10)$$

donde B_t es la pendiente, que en nuestro modelo puede cambiar a lo largo del año, como indica el subíndice t , a diferencia del trabajo de Ocaña y Romero donde no lo hace, [[39], p: 11]. Al igual que en el trabajo de Ocaña y Romero, en nuestro trabajo $D(p)$ no representará la demanda total del sistema para el período t , sino solo la demanda que atenderán las empresas generadoras, excluyendo por lo tanto cualquier otro tipo de demanda (bombeo, hidráulica fluyente, energía en régimen especial e importaciones).

Partimos de la base de que los agentes compradores en el pool que estamos modelando reaccionan ante los precios a corto plazo y lógicamente su elasticidad será negativa, ya que a mayor precio el consumo tenderá a ser menor. Las razones que permiten suponer que la demanda del mercado es elástica en cierta medida y no independiente del precio (inelástica), [39], son las siguientes:

- Dado que estamos simulando un pool donde los agentes compradores son mayoritariamente grandes distribuidores y comercializadores y no los usuarios finales⁶, éstos presentan mayor sensibilidad al precio.
- Además, puesto que los grandes consumidores acceden directamente al Pool, disponen de más posibilidades para reaccionar al precio. A modo de ejemplo, pensemos cómo un gran consumidor respondería a una subida de precio en un período concreto: podría disminuir su demanda, autogenerando su propia energía (autogeneradores, hospitales públicos, etc.).
- Los mecanismos de compra fuera del Pool, como los contratos, permiten a los compradores asegurarse el precio de la energía y no depender del Pool. De forma que, a mayor precio de la energía, existen más incentivos para contratar energía fuera del Pool.

En resumen, creemos que está justificada la definición de una demanda elástica en el contexto de un mercado liberalizado.

Modelado de las curvas de coste

El modelo original de Cournot planteaba un pool donde las empresas productoras del bien por el que se compite producen todas al mismo coste variable y coste fijo nulo:

$$C_i^{Cournot}(q) = cq$$

donde c_i representa el coste de producción unitario.

Este modelo de curva de coste igual para todas las firmas, es poco realista, ya que las unidades de generación de una firma generadora española emplean fuentes de energía muy dispares, que van desde las centrales hidráulicas (donde el coste de generación por Kwh es nulo) hasta las centrales térmicas basadas en fuel-oil (en torno a 5 pesetas por Kwh) pasando por las centrales nucleares (aproximadamente una peseta por Kwh [22]). Por lo que el coste de generación de una empresa con mayoría de centrales hidráulicas tenderá a ser menor que una empresa con mayoría de centrales térmicas⁷. En el extremo opuesto a las curvas de coste del modelo de Cournot, está el modelo de Ocaña y Romero, en el que se ha construido una curva de costes marginales variables en función de las cantidades generadas para cada empresa generadora del mercado eléctrico español, tomando para ello los datos de costes del año 1997, (ver figura 2.6).

⁶A los que en la actualidad el precio les viene impuesto por ley.

⁷Esto es una visión muy simplificada, ya que todas las empresas deben tener unidades con fuentes de generación diversificadas, con el fin de producir en condiciones de competencia; por ejemplo, las centrales hidráulicas presentan una gran dependencia del factor meteorológico.

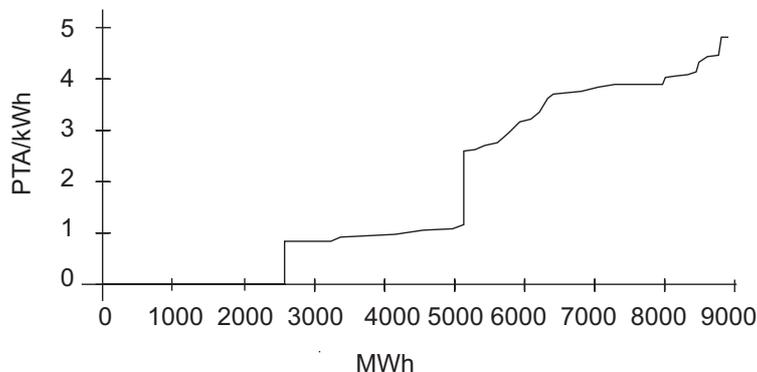


Figura 2.6: Coste real marginal de Iberdrola en 1997

En nuestro caso, hemos empleado diferentes modelos de funciones de coste según el problema de que se trate, desde funciones de coste marginal no variable como el de Cournot, aunque con coste fijo,

$$C_i^{Propuesta}(q) = \text{costevariable}_i q + \text{costefijo}_i$$

hasta funciones de coste marginal variable, basadas en las definidas en el trabajo de Ocaña y Romero.

2.4.3. Adaptación del proceso de casación al modelo de mercado propuesto

Antes de describir cómo se ha adaptado el proceso de casación a nuestro modelo, es necesario hacer hincapié en que el proceso de casación es exclusivamente el método por el que se calculan los precios de mercado. Una cosa muy diferente es la búsqueda del punto de equilibrio que resuelve los problemas que se plantean, cuestión que será abordada en el siguiente punto.

Como ya se comentó (ver la sección 2.1.4), el avance de los elementos en nuestro modelo sugiere una gran simplificación del proceso de casación, consistente únicamente en calcular el punto de corte entre la suma de las ofertas de generación y la curva de demanda para el período estudiado.

La forma de calcular el punto de corte entre la curva de demanda de un mercado determinado y las estrategias de generación de las empresas competidoras puede realizarse mediante muchos métodos. En concreto para calcular el corte entre la oferta de generación agregada del pool y la demanda de un punto de mercado, dado que ambas funciones presentan pendientes de signo opuesto, y es seguro que se cortan en un único punto, no es necesario calcular la oferta de generación agregada total. Sólo será necesario calcularlo para el punto de

corte. Para ello, se puede emplear cualquiera de los métodos iterativos de cálculo del corte de dos curvas (como, por ejemplo, el método de la bisección). De modo que, para cada precio de la iteración del algoritmo, se calculará la oferta agregada hasta que la demanda y la oferta coincidan en un precio.

2.4.4. Método de búsqueda

Este apartado de la metodología es el que diferencia nuestros dos objetivos:

1. La inducción de las curvas de ofertas emitidas por los agentes y
2. La estimación de las ofertas óptimas.

Ambos objetivos requieren la resolución de un sistema de ecuaciones no lineal y no continuo. Existen distintas técnicas para solucionar este problema: basadas en métodos estadísticos (como técnicas de regresión no lineal o programación matemática), o bien basadas en métodos de la inteligencia artificial, como redes neuronales, algoritmos genéticos (GAs), etc.

En este trabajo se emplearán algoritmos genéticos. Las razones que nos han hecho llevado a esta decisión son las siguientes:

- Cualquiera de las otras técnicas, sobre todo las estadísticas o basadas en programación matemática, requieren emplear aproximaciones y simplificaciones para obtener la solución. Estas simplificaciones, en general, harán que se desprecien parámetros o representaciones de funciones que irán en contra de la calidad de la solución.
- Los GAs aseguran en un porcentaje alto de ocasiones una solución próxima a la óptima.
- Los GAs son una técnica de fácil aplicación, y altamente flexibles en su adaptación a la representación del problema.

Sin embargo, los GAs tienen también algunos inconvenientes. El principal es que suelen presentar un alto coste computacional.

El paradigma GA admite dos enfoques de su algoritmo de evolución, atendiendo al número de poblaciones que se evolucionen:

- Enfoque standard o evolutivo, donde sólo se tiene una población.
- Enfoque coevolutivo o multipoblacional. En este enfoque se evolucionan n poblaciones (posiblemente heterogéneas) en paralelo, y suele adecuarse a problemas donde se busca un equilibrio entre agentes, de modo que la función de utilidad de cada individuo depende de los individuos del resto de poblaciones. El ejemplo típico simulado con GAs coevolutivos es el del dilema del prisionero, [4].

Nuestro problema de estimación de estrategias óptimas se adecua claramente al enfoque coevolutivo. En cambio, en el problema de inducción de estrategias la solución no es tan clara; veamos la justificación del uso de uno u otro enfoque evolutivo a los problemas de nuestro trabajo .

Inducción de ofertas de generación

El planteamiento de este problema dificulta la justificación del uso en su resolución de un enfoque GA coevolutivo. En particular, no se puede aplicar el equilibrio de Nash; ya que el equilibrio se alcanza cuando las ofertas agregadas estimadas por el GA ajustan los puntos de mercado con un cierto error (ver figura 2.7).

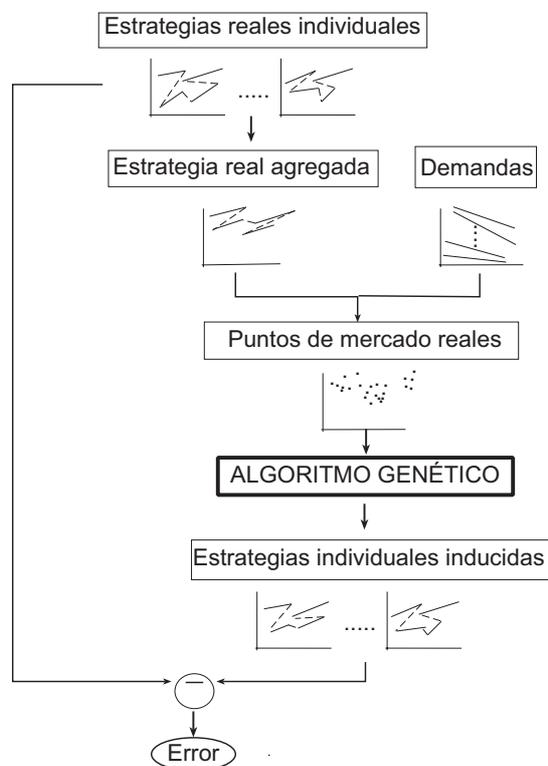


Figura 2.7: Proceso de inducción de estrategias individuales

Ya que el equilibrio buscado “no es natural”, esto nos podría sugerir emplear un enfoque genético no-coevolutivo. En el capítulo 3 demostraremos que el enfoque coevolutivo, aplicado sobre este problema, es más eficaz que el enfoque

evolutivo, que es el más frecuentemente aplicado [28], [35].

Estimación de ofertas óptimas

El problema de Cournot es un problema ampliamente resuelto en la literatura sobre GAs aplicados a problemas sobre equilibrios económicos, como ya hemos visto en la sección 2.3.2. El cálculo de las estrategias óptimas, según las modelamos en nuestra metodología, sigue el mismo principio de resolución, que consistirá en buscar el equilibrio de Nash para las estrategias de las poblaciones que evolucionemos, (ver figura 2.8).

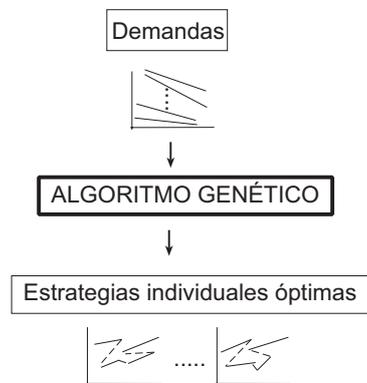


Figura 2.8: Proceso de estimación de las estrategias individuales óptimas

Capítulo 3

Inducción de Estrategias a partir de Puntos de Mercado

3.1. Introducción

Como primer objetivo de este trabajo nos proponemos diseñar una herramienta de análisis de puntos de mercado. Nuestro objetivo consiste en obtener, a partir de un conjunto de puntos de mercado, correspondientes a un período de tiempo arbitrario, las estrategias de oferta individuales de las firmas que han originado esos datos. De este modo, podemos conocer, de forma aproximada, cuál fue la estrategia seguida por cada empresa durante el periodo estudiado.

3.1.1. Sumario

Para resolver el problema, seguiremos los pasos de la metodología propuesta en la sección 2.4:

1. En la sección 3.2 definiremos el modelo de mercado adaptado al enfoque genético coevolutivo, así como las funciones de utilidad adaptadas al problema planteado en esta sección.
2. A continuación, en la sección 3.3, definiremos la equivalencia entre los dos fitness comparados en el estudio: un fitness multi-objetivo y su versión escalar (mono-objetivo).
3. En la sección 3.4, definiremos la equivalencia, desde el punto de vista estructural, entre los enfoques genéticos no-coevolutivo y coevolutivo, que

denominaremos “Genetic Model” (GM) y “Coevolutive Genetic Model” (CGM) respectivamente, así como los operadores genéticos equivalentes para ambos enfoques.

4. Para finalizar, en las últimas secciones de este capítulo resolveremos una serie de problemas artificiales, a modo de demostración, y concluiremos con los resultados numéricos de aplicar la metodología a otra serie de problemas, también artificiales, pero más complejos, y con la discusión de los mismos.

3.2. Algoritmos genéticos coevolutivos multi-objetivo

Como hemos comentado anteriormente, emplearemos un modelo GA Coevolutivo (CGM) que tomará como entrada los siguientes datos:

- Los precios marginales horarios a que se ha vendido la energía en el período de tiempo estudiado.
- La función de demanda para cada una de las horas del período estudiado, mediante la cual se puede calcular la cantidad demandada a un precio determinado.
- Además, para cada hora, se acompañarán los factores externos que se consideren oportunos, como hora del día, festividad del día, temperatura del aire, etc.
- El número de empresas que han dado lugar a los precios anteriores.
- Y, por último, la función de coste de cada una de las empresas del oligopolio.

3.2.1. Definición de las funciones de coste, demanda y oferta

Funciones de coste y demanda

Las funciones de coste y demanda que emplearemos en la resolución del problema de regresión se corresponden con las funciones definidas en el apartado dedicado a la metodología. Dado que no son datos que deban evolucionar, no tendrán una presentación genética, y sus valores dependerán de los diversos problemas que plantearemos en este capítulo.

Curvas de coste: Para el caso de las curvas de coste se tomarán siempre curvas diferentes para los diferentes agentes, con el fin de simular el comportamiento de los agentes reales. Emplearemos dos tipos de curvas de coste:

- El primer tipo está basado en considerar que el coste variable es independiente de la cantidad generada:

$$C_{firmai}(q) = costevariable_{firmai}q + costefijo_{firmai}$$

- el segundo tipo está basado en considerar que el coste variable es dependiente de la cantidad generada

$$\begin{aligned} CosteVariable_{firmai}(q) &= \sum_{j=0}^n c_j * q^j \\ C_{firmai}(q) &= CosteVariable_{firmai}(q) * q; \end{aligned}$$

Hay que aclarar que estas curvas de coste se mantendrán iguales durante todo el año, no como ocurre en el trabajo de Ocaña [39], donde se considera el coste variable dependiente de la cantidad producida. Este aspecto lo incluiremos en la curva de coste de problemas posteriores.

Curvas de demanda: En lo que respecta a las curvas de demanda, dependiendo del problema, definiremos o bien una curva de demanda asociada a cada período t , o bien un número menor de curvas de demanda, compartidas por grupos de períodos:

$$D_t(p) = A_t + B_t p$$

donde B_t es la elasticidad de la demanda. Concretando, en el Pool las curvas de demanda agregada son siempre diferentes para cada hora, aun cuando por ejemplo, curvas de demanda de horas punta de días festivos en verano se parecerán mucho entre sí y podrían sustituirse por una misma curva.

Estrategias de oferta

Representaremos una estrategia de oferta para el enfoque coevolutivo (ver sección 2.4.2) con:

- Un sistema de clasificación para cada empresa, que segmentará los puntos de mercado en un cierto número de clases.
- Tantas estrategias prototipo como particiones de los valores lingüísticos de las variables empleadas en el sistema de clasificación.

La representación del sistema de clasificación se compone, por tanto, de dos partes:

- La definición de las particiones de las variables de entrada, y
- La enumeración ordenada de los consecuentes de las reglas.

Todos los clasificadores son completos (i.e., se incluyen todas las reglas posibles, que comprenden todas las combinaciones posibles de las particiones de los factores externos), de modo que todos los individuos tendrán la misma longitud.

La codificación de las particiones está basada, para cada factor externo, en una lista ordenada que contiene el soporte de los conjuntos. Hay que tener en cuenta que la segmentación de los mercados es diferente para cada agente, ya que no comparten los parámetros del clasificador.

Dado que tanto la explicación como la visualización gráfica, del uso de un banco de reglas difusas complejas, hasta para un problema muy sencillo, y que el volumen de experimentos que debemos realizar es considerable, hemos optado por relajar la definición del clasificador fuzzy integrado en nuestra metodología y definir dos tipos de estrategias de oferta:

- Estrategias de oferta con clasificador nítido. Este tipo de estrategias presentarán un clasificador que dependerá íntegramente de atributos nítidos.
- Estrategias de oferta con clasificador difuso, cuyo clasificador podrá depender tanto de factores nítidos como difusos.

Estrategia con clasificador nítido: En la figura 3.1 se puede ver un ejemplo de representación de estrategia con clasificador nítido. Supondremos que tenemos dos factores de clasificación, denominados “hora del día” y “tipo de día”. La primera variable puede tomar valores del 0 al 23, y la segunda tomará los valores lingüísticos, “laboral” y “festivo”. Los antecedentes de las reglas que componen la estrategia deben incluir todos los valores posibles de las variables; primero hemos discretizado todos los valores continuos en términos lingüísticos, y a continuación enumerado todas las posibilidades. Denominaremos “mañana” a las horas anteriores a la hora t , y “tarde” a las horas posteriores a t . La estrategia completa será

```

if mañana and laboral
  then prototipo=(a00,b00,a01,b01,a02,b02,a03,b03)
if mañana and festivo
  then prototipo=(a10,b10,a11,b11,a12,b12,a13,b13)
if tarde and laboral
  then prototipo=(a20,b20,a21,b21,a22,b22,a23,b23)

```

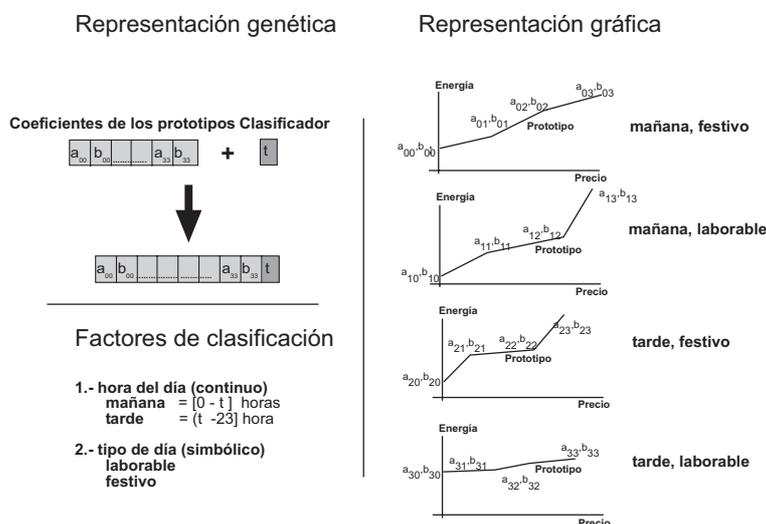


Figura 3.1: Estrategia de oferta con prototipos de tres segmentos y un clasificador nítido con dos variable, una simbólica y otra continua, que segmentan los mercados en cuatro clusters y su correspondiente representación genética

```
if tarde and festivo
  then prototipo=(a30,b30,a31,b31,a32,b32,a33,b33)
```

Estrategia con clasificador difuso: En la figura 3.2 hemos definido un banco de estrategias basadas en clasificador difuso, donde se emplean tres factores externos:

1. Nivel de Energía Relativa al día, "NERdía". Consistirá en la asignación a cada hora del día del orden que ocupa entre 0 y 23 respecto al nivel de demanda de energía dentro de su día. Este factor será un factor no-cíclico medidor de la estacionalidad intradía, que sustituye al factor hora del día. Tomaremos para este factor dos valores lingüísticos: nivel de energía "alto" y "bajo". Los valores correspondientes a este factor se representan con funciones de pertenencia fuzzy.
2. También consideraremos el factor "Tipo de día", como discriminante a nivel de semana, ya que existe una gran salto en el nivel de demanda entre los días laborales y los festivos (Sábado y Domingo). Por esta razón, se tomarán dos valores simbólicos: día "festivo" y "laboral". Este factor se tomará como una función nítida simbólica.

3. El factor temperatura ambiental, “Temperatura”, se empleará para medir la estacionalidad anual. De nuevo hemos tomado dos valores lingüísticos para este factor: temperatura “frío” y “calor”. Los valores correspondientes a este factor se representan con funciones de pertenencia fuzzy.

El análisis y justificación del uso de estos factores correspondientes a los datos del año 2000 se puede encontrar en el apéndice A.

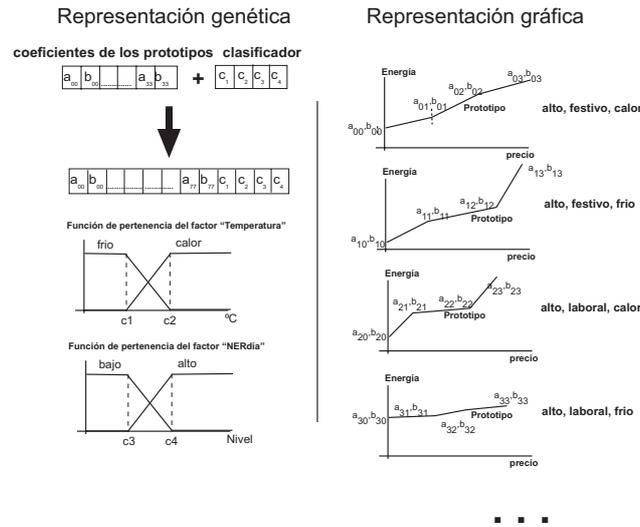


Figura 3.2: Estrategia de oferta con prototipos de tres segmentos y un clasificador difuso que segmenta los mercados en cuatro clusters y su correspondiente representación genética

En el ejemplo de la figura 3.2 el clasificador (c_1, c_2, c_3, c_4) representa las particiones de las variables difusas “NERdía” y “Temperatura”, y los consecuentes de las reglas están implícitos en el propio clasificador. El factor “Tipo de día”, al ser nítido de tipo simbólico, está implícito y por lo tanto no tiene representación genética. El par (c_1, c_2) representa el soporte de la función de pertenencia de los valores simbólicos del factor “NERdía”, y el par (c_3, c_4) lo hace para el factor “Temperatura”, de modo que el banco de reglas se puede presentar mediante la función $EnergíaGenerada(pm)$:

$$Coef(particion, pm) = \min_{var=erdia}^{temperatura} \{Fpertenencia_{var}^{particion_{var}}(valor_{var_i})\}$$

$$EnergíaGenerada(pm) = \frac{\sum_{particion=1}^8 Coef(pm) * Prototipo_{particion}(precio)}{\sum_{particion=1}^8 Coef(particion, pm)}$$

donde pm representa un punto de mercado con valores correspondientes a las variables externas. Un ejemplo de punto de mercado podría ser: (20, laboral, 15°C). “*particion*” hace referencia a un combinación de los valores simbólicos de las tres variables externas empleadas; una partición podría ser: (“alto”, “festivo”, “calor”).

3.2.2. Definición de los operadores genéticos

El cruce de individuos en el enfoque coevolutivo debe afectar a los dos partes de un individuo (Prototipos y Clasificador):

- Prototipos: Para prevenir una excesiva variación en los individuos y la consecuente dispersión de los datos, hemos determinado experimentalmente que es mejor seleccionar aleatoriamente una de las estrategias prototipo de los individuos y cruzarla, que cruzarlas todas sistemáticamente.

El cruce de una estrategia prototipo está basado en la media de los coeficientes de los padres, con una ligera variación aleatoria (cruce aritmético uniforme, [45][46]). Para que la estrategia resultante del cruce sea válida deberá ser creciente en precio y cantidad:

```
i=random(No. de prototipos)
hijo.a = 0.5*(madre[i].a + padre[i].a)
         *random[0.8..1.20]
hijo.b = 0.5*(madre[i].b + padre[i].b)
         *random[0.8..1.20]
```

Donde “a” será precio y “b” energía.

- Parámetros del clasificador: Teniendo en cuenta que los parámetros soporte del clasificador, tanto si tratamos ofertas con clasificador nítido, como con clasificador difuso, deben ser crecientes, hemos empleado también un cruce aritmético uniforme, con “operación de reparación”, que mantengan la factibilidad del clasificador resultante del cruce (i.e., que el clasificador resultante del cruce siga siendo creciente). Hemos determinado experimentalmente que es mejor seleccionar aleatoriamente los parámetros soporte de un atributo y cruzarlo que cruzar todos los atributos sistemáticamente, ya que esta última opción introduce excesiva diversidad en los individuos de la población, igual que ocurre con los prototipos.

El algoritmo que se ha empleado es el siguiente:

```
atr = random(No. de atributos)

for i:= 1 to NoParámetros do
```

```

hijo.clas[i] =
    1/2*(madre.clas[atr][i] + padre.clas[atr][i])
    *random[0.8, 1.2]

```

Donde *NoParámetros* valdrá dos para las variables difusas (p.e. “Temperatura” en el problema) y uno para las variable nítidas numéricas (p.e. “Hora del día”).

Según crucemos todos los prototipos (en la forma convencional correspondiente a un cruce aritmético uniforme) o sólo uno elegido aleatoriamente, y según crucemos todos los atributos del clasificador o sólo uno también, podríamos tener cuatro variantes del operador de cruce para el modelo CGM. En este trabajo consideraremos las dos variantes para el cruce de prototipos manteniendo fijo el cruce del clasificador consistente en sólo cruzar un atributo. A estas dos variantes las denominaremos **cgm-all** y **cgm-1-random** según crucemos todos los prototipos o sólo uno seleccionado aleatoriamente.

No ha sido necesario incluir el **operador mutación** dado que el propio operador de cruce incluye un factor aleatorio.

La extensión de estas operaciones al esquema no-coevolutivo consiste en seleccionar aleatoriamente un agente de un individuo no-coevolutivo y cruzar su clasificador y colección de estrategias simples.

3.2.3. Definición de la función de fitness

Cuando se calcula el fitness para un individuo en un enfoque genético no-coevolutivo, el cálculo no depende del resto de individuos de la población. Pero como se indica en [p. 71, [12]], los modelos de GAs co-evolutivos se diferencian de los GAs mono-población en problemas de optimización, en dos puntos:

- El fitness depende del estado actual de la población. Aunque, en nuestro caso, dependerá del estado de las poblaciones que representan las ofertas de mercado de las empresas competidoras. Normalmente, en problemas de optimización, los valores de los fitness pueden representarse en un vector r -dimensional f , pero en sistemas económicos el fitness se suele dar por una función r – dimensional $f : S \rightarrow R_r$, donde $f_k(\phi)$ es el fitness del individuo k , cuando el resto de poblaciones están en el estado $\phi \subset S^{n-1}$. En nuestro caso, hablaremos de s como “el estado de todas las poblaciones restantes distintas de las del individuo k ”.
- Respecto al equilibrio económico, decimos que un sistema económico está en equilibrio si la acción actual de cada agente es óptima bajo la asunción de que todos los agentes se comportan de acuerdo al equilibrio. Formalmente ([12]):

Un estado s incluido en S^n corresponde a un equilibrio de un sistema económico definido por $f()$ si y solo si

$$F_k(s) \text{ es mejor o igual } F_j(s) \quad \forall j \subset \Omega$$

Para cualquier $k \subset \Omega$ con $\Omega_k > 0$. El equilibrio es estricto si la inecuación es estricta para todas las $j \neq k$.

Para lograr nuestro equilibrio hemos considerado un fitness basado en dos objetivos para ordenar dos individuos. Según lo cual, podemos decir que un individuo k_1 es mejor que otro k_2 , cuando:

- La energía total generada por el pool de k_1 para un precio de mercado, está más cerca de la energía real del punto de mercado correspondiente, que la energía total generada por el pool en el que haya competido el individuo k_2 y además
- El beneficio unitario de las firmas parásitas seleccionadas para competir contra k_1 es más parecido entre ellos que los de k_2 .

Consecuentemente, se definen los objetivos de nuestro fitness multicriterio:

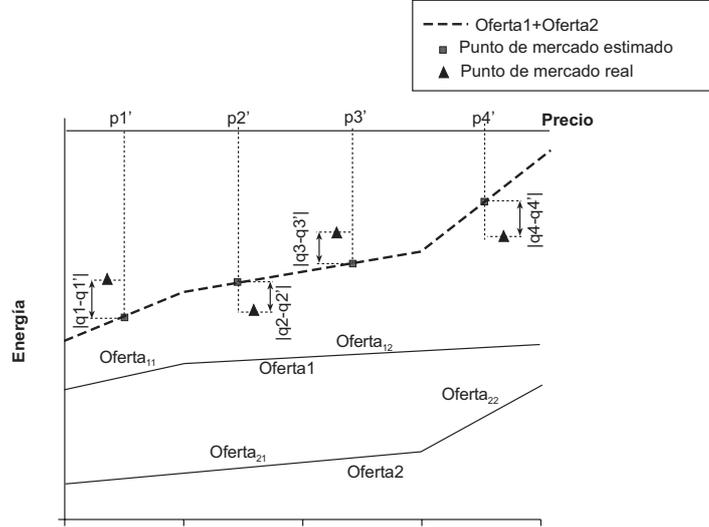
1. Sea n_f el número de firmas, n_m el número de puntos de mercado, $q(p)$ la estrategia agregada de generación real, $q'(p')$ la estrategia agregada de generación estimada, p_m el precio marginal real para el punto de mercado m y p'_m el precio marginal estimado para el punto de mercado m . A este primer objetivo le denominaremos $Fitness_a$, (ver figura 3.3):

$$Fitness_a = \frac{\sum_{m=1}^{n_m} (\sum_{f=1}^{n_f} q_f(p_m) - q'_m(p'_m))^2}{n_m} \quad (3.1)$$

En otras palabras, el $Fitness_a$, es la suma media de los cuadrados de las diferencias entre la energía predicha y la energía realmente vendida.

2. El segundo objetivo, denominado $Fitness_b$, minimiza las diferencias entre los beneficios unitarios (Bu_f^m) de cada firma f respecto a cada punto de mercado m . Siendo q'_f la estrategia estimada de generación para la firma f y C_f la función de coste para la firma f , este objetivo es:

$$Bu_f^m = (q'_f(p'_m) * p'_m - C_f(q'_f(p'_m)))/q'_f(p'_m)$$

Figura 3.3: Cálculo de $Fitness_a$ para cuatro puntos de mercado

Y, para medir las diferencias entre beneficios unitarios, hemos empleado la varianza de los beneficios unitarios, por lo que tomaremos $Fitness_b$ como la suma de las varianzas para los n_m mercados de estudio:

$$\sigma^2(Bu^m) = \frac{\sum_{f=1}^{n_f} (Bu_f^m - media(Bu^m))^2}{n_f}$$

$$Fitness_b = \sum_{m=1}^{n_m} \sigma^2(Bu^m)$$

De esta forma, el fitness correspondiente a un individuo del enfoque coevolutivo (tantas poblaciones como firmas) no será diferente del correspondiente al enfoque no-coevolutivo (una población), excepto en la selección de los individuos parásitos.

Dado que el fitness del enfoque coevolutivo se trata de un fitness competitivo, el cálculo se efectuará contra una selección de pools de las poblaciones parásitas, según lo cual el fitness definitivo de un individuo será el mejor fitness resultante de hacer competir al individuo, de una población k , contra los pools seleccionados del resto de poblaciones:

$$ConjuntoPools = SeleccionAleatoriadePools(pops)/k \text{ NOT IN pops}$$

$$Fitness(Individuo) = Es_Mejor(Fitness(Individuo, ConjuntoPools_i))$$

La definición de la función *Es_Mejor* retorna el mejor fitness resultante de hacer competir a *Individuo* sobre cada Pool *i*-ésimo de *ConjuntoPools*, aplicando competición “estilo liga”, aunque también se podría implementar una competición “estilo copa”. A continuación se describen la relación de equivalencia entre las funciones de fitness multi-objetivo y mono-objetivo compuestas a partir de los objetivos, $Fitness_a$ y $Fitness_b$, descritos en este apartado.

3.3. Definición de la equivalencia entre fitness mono-objetivo y multi-objetivo

Aún cuando existen herramientas suficientes [31], que permitan mapear funciones de fitness multi-objetivo a funciones mono-objetivo, hemos elegido la suma como función de mapeo por su simplicidad de aplicación. En particular, una media ponderada de $Fitness_a$ y $Fitness_b$ será siempre menos eficaz que la alternativa multi-objetivo. Sean,

$$Fitness_{multi} = \langle Fitness_a, Fitness_b \rangle \quad (3.2)$$

$$Fitness_{mono} = Fitness_a + Fitness_b \quad (3.3)$$

donde $\langle \rangle$ representan “concatenación”.

$Fitness_{multi}$ explorará ambos objetivos en paralelo, alcanzando más rápido un espacio de búsqueda mayor que $Fitness_{mono}$. Esta característica hace de $Fitness_{multi}$ una función más eficiente y eficaz que la equivalente $Fitness_{mono}$. En la sección 3.7.4, dedicada a los resultados numéricos, se demostrará que $Fitness_{mono}$ no alcanza la solución global óptima sobre un problema sintético en la mayoría de los casos, cosa que si hace $Fitness_{multi}$, lo cual determina que la alternativa multi-objetivo será la opción elegida de ahora en adelante.

3.4. Definición de la equivalencia entre los modelos CGM y GM

Hemos definido la estructura genética de un individuo para el enfoque genético coevolutivo (estrategias prototipo y clasificador), que se corresponde con la estrategia de producción de una sola firma. Los individuos en el enfoque no-coevolutivo estarán compuestos por tantos individuos, con la forma de los individuos del enfoque coevolutivo, como agentes intervengan en la simulación, esto es, el número de poblaciones del modelo coevolutivo. En la figura 3.4 podemos ver la representación del enfoque coevolutivo. Cada población contiene los individuos de una única firma. En la misma figura se representa el enfoque no-coevolutivo. Este consiste en una única población, donde cada individuo está

constituido por la agregación de las estrategias de n firmas, que se corresponden con los individuos de las n poblaciones del enfoque coevolutivo.

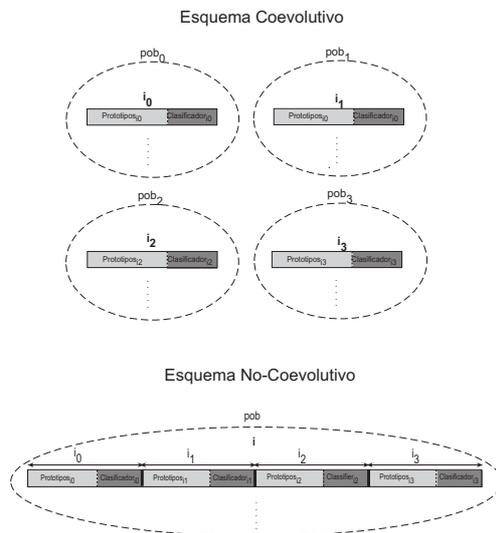


Figura 3.4: Equivalencia entre la representación los individuos en el enfoque coevolutivo (arriba) y el enfoque no-coevolutivo (abajo).

3.4.1. Adaptación del cruce CGM al enfoque GM

La extensión del operador de cruce `cgm-1-random` del enfoque coevolutivo al enfoque no-coevolutivo consiste simplemente en seleccionar aleatoriamente un individuo del modelo evolutivo correspondiente a dos individuos (compuestos por concatenación de las firmas que compiten) y cruzarlos, (ver figura 3.5).

Al igual que con el cruce CGM hemos propuesto dos operadores de cruce para el modelo GM replicando el comportamiento de los operadores CGM sobre los individuos GM, (ver figura 3.6):

- En primer lugar, el operador `gm-all` consistirá en aplicar el operador del modelo coevolutivo `cgm-1-random` a todas las firmas que componen los individuos GM que cruzamos.
- En segundo lugar, el operador `gm-1-random` que consistirá en seleccionar aleatoriamente una firma de los padres que se cruzan y aplicar el operador coevolutivo `cgm-1-random` sobre la firma seleccionada.

Veamos la justificación del porqué de estos dos operadores de cruce GM.

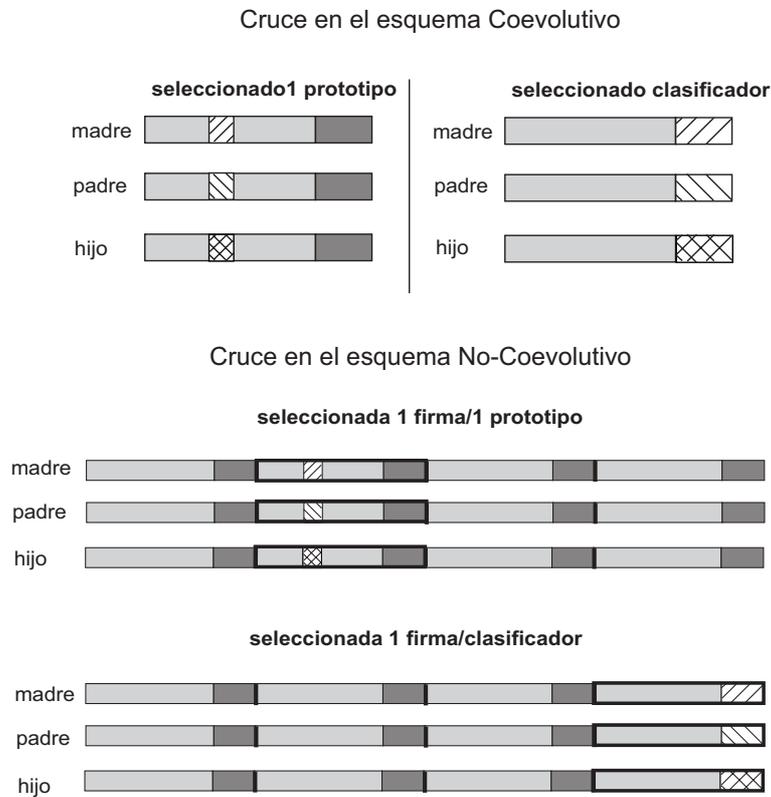


Figura 3.5: Relación entre los operadores de cruce en los enfoques coevolutivo (arriba) y evolutivo (abajo). El cruce evolutivo consiste en seleccionar aleatoriamente un agente y ejecutar el cruce coevolutivo sobre las partes correspondientes

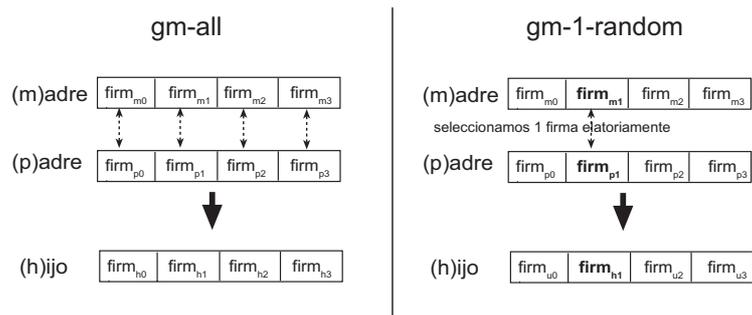


Figura 3.6: Tipos de operadores de cruce para GM (gm-all y gm-1-random)

Sea un modelo CGM con n poblaciones, i individuos por población y una probabilidad de cruce de c . Según estos datos, el número esperado de individuos (o firmas) resultado de un cruce (cgm-1-random) en la población siguiente será de:

$$\begin{aligned} \text{Individuos CGM cruzados/población} &= \frac{2ci}{100 + c} \\ \text{Total de Individuos (firmas) CGM cruzados} &= \frac{2cip}{100 + c} \end{aligned}$$

Sea un modelo GM equivalente con i individuos en la población (como en el modelo CGM), pero donde los individuos estarán compuestos por las estrategias de n firmas (una firma es un conjunto de estrategias). Según esto, si implementamos el cruce entre individuos del modelo GM (con n firmas) mediante un cruce aritmético uniforme, consistente en cruzar todas las firmas sistemáticamente (gm-all), el número esperado de firmas resultado del cruce gm-all en la población siguiente será igual al número de individuos del modelo CGM:

$$\begin{aligned} \text{Firmas GM cruzadas/individuo GM} &= \frac{2ci}{100 + c} \\ \text{Total firmas GM cruzadas} &= \frac{2cip}{100 + c} \end{aligned}$$

Además del operador gm-all, hemos propuesto otro operador de cruce para el modelo GM, que consistirá en seleccionar aleatoriamente una firma para su cruce (gm-1-random), en vez de cruzarlas todas sistemáticamente. Debe tenerse en cuenta que sólo tiene sentido cruzar entre si individuos correspondientes a la misma empresa.

Ambas variantes de este cruce serán analizadas numéricamente en la sección 3.7.4.

3.4.2. Adaptación del fitness CGM al enfoque GM

Hemos definido el fitness multi-objetivo de un individuo correspondiente al enfoque coevolutivo (CGM) como,

$$Fitness_{multi}^{CGM} = \langle Fitness_a, Fitness_b \rangle$$

Los símbolos “<” y “>” representan la concatenación de los valores que se sitúen entre ellos. Recordemos que, en este caso, este individuo representa la estrategia de una sola firma. En cambio, un individuo correspondiente al

enfoque evolutivo (GM) representa las estrategias para n firmas distintas. Según lo cual, definimos el fitness para un individuo correspondiente el enfoque GM como:

$$Fitness_{multi}^{GM} = \bigvee_{i=1}^n \langle Fitness_a^i, Fitness_b^i \rangle$$

donde $Fitness_a^i$ y $Fitness_b^i$ son los fitness a y b (al estilo coevolutivo) calculados para el segmento de individuo correspondiente a la empresa i. El símbolo \bigvee representa la concatenación de los pares de objetivos del fitness.

Para el fitness mono-objetivo, tomamos la misma equivalencia:

$$Fitness_{mono}^{GM} = \bigvee_{i=1}^n Fitness_a^i + Fitness_b^i$$

El cálculo convencional del fitness de un individuo GM consiste en hacer competir las firmas que componen a ese individuo. A este fitness lo denominaremos fitness “intra-i”. Otra alternativa que hemos valorado consiste en hacer competir cada firma de un individuo GM contra firmas de otros individuos seleccionados aleatoriamente de la población. A este fitness lo denominaremos “extra-i” (ver figura 3.7).

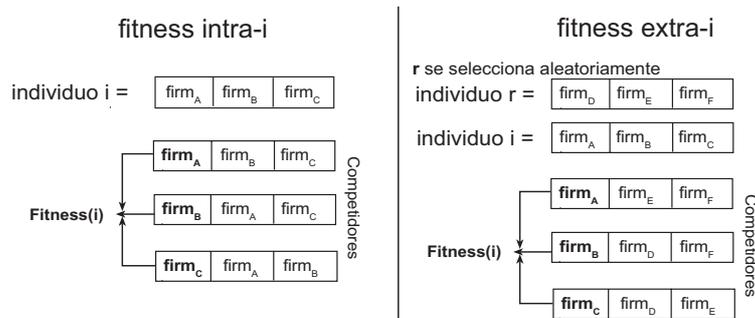


Figura 3.7: Tipos de fitness para el modelo GM, (intra-i y extra-i)

Los fitness GM, en sus variantes “intra-i” y “extra-i,” se han combinado con los dos operadores de cruce definidos también para el modelo GM, gm-1-random and gm-all dando los resultados que se recogen en la sección 3.7.4.

Modelo	Operador	Código	Definición
CGM	Fitness	$Fitness_{mono}$	$Fitness_a + Fitness_b$, (ver sección 3.3)
CGM	Fitness	$Fitness_{multi}$	$\langle Fitness_a, Fitness_b \rangle$, (ver sección 3.2.3)
CGM	Cruce	cgm-all	Se cruzan todas las estrategias prototipo de los padres, (ver sección 3.2.2)
CGM	Cruce	cgm-1-random	Sólo se cruza una estrategia prototipo de los padres, seleccionada aleatoriamente, (ver sección 3.2.2)
GM	Fitness	Fitness extra-i	Fitness en el que se seleccionan firmas de otros individuos de la población, para competir contra las firmas del individuo para el que calculamos el fitness, (ver sección 3.4.2)
GM	Fitness	Fitness intra-i	Fitness en el que se hacen competir las firmas del individuo para el que se calcula el fitness, (ver sección 3.4.2)
GM	Cruce	gm-all	Se cruzan todas las firmas de los padres entre sí, (ver sección 3.4.1)
GM	Cruce	gm-1-random	Sólo se cruza una firma seleccionada aleatoriamente, (ver sección 3.4.1)

Tabla 3.1: Resumen de operadores estudiados para los modelos genéticos coevolutivo y evolutivo

3.4.3. Resumen de operadores definidos para los modelos CGM y GM

En la tabla 3.1 se recoge un resumen de los operadores estudiados para los dos modelos genéticos definidos:

Más adelante (sección 3.7.3) se establecerá la estrategia de estudio de los operadores aquí recogidos, con el fin de obtener el modelo genético óptimo en función de los mejores operadores.

3.5. Autocrítica: modelo genéticos propuestos frente a análisis clásico de los datos

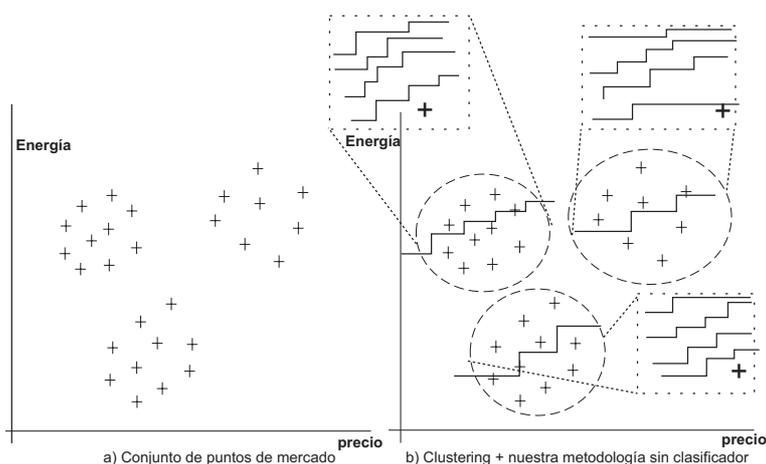


Figura 3.8: Aproximación mediante métodos clásicos: clustering + optimización multi-objetivo no-lineal

Finalmente, hemos considerado que nuestro método puede compararse con otro, basado en un clustering de la serie de puntos de mercado (ver figura 3.8a), seguido de la aplicación de nuestro algoritmo coevolutivo sin clasificador acoplado en el individuos, sobre los puntos correspondientes a cada cluster (ver figura 3.8b). El enfoque genético expuesto en nuestra metodología presenta una obvia ventaja, y es que permite relacionar el clustering con la regresión. Nuestro algoritmo sólo necesita conocer el número de clases y es capaz, simultáneamente, de evolucionar los modelos de mercado (las estrategias prototipo del banco de reglas) y sus áreas de aplicación (el soporte de las reglas del sistema de clasificación), cosa que no es obvia a partir de información dada, tal como la hora del día o la temperatura.

En cualquier caso, deseamos conocer si nuestro proceso es significativamente mejor que ejecutar un clustering clásico sobre los datos del mercado y a continuación estimar tantos modelos como los clusters resultantes, desacoplando el proceso de estimación de estrategias prototipo para cada cluster del propio proceso de clustering. Para responder a esta pregunta, hemos diseñado un segundo método, que constará de dos pasos, (ver figura 3.8b):

- En un primer paso, se aplicará el método de clasificación K-means para realizar un clustering de los puntos de mercado y

- En un segundo paso aplicaremos nuestra metodología, pero sin clasificador alguno (en la sección 3.6.1 se resuelve un problema sin el uso de clasificador), para ajustar una curva poligonal a cada cluster. Esto implicará ejecutar nuestro algoritmo tantas veces como clusters hayamos utilizado en el algoritmo K-means.

Denominaremos “K-means Genetic Model”¹ (KGM) a este nuevo método, y “Genetic Model” (GM) y “Coevolutivo Genetic Model” (CGM) a los métodos propuestos basados en clasificadores acoplados al algoritmo genético, en sus versiones evolutiva y coevolutiva, respectivamente. Compararemos numéricamente su eficacia en la sección 3.7.

3.6. Resolución de problemas aclaratorios

Para una mejor comprensión de la metodología expuesta en este trabajo se proponen dos problemas artificiales. Estos problemas artificiales están planteados como un oligopolio donde las firmas competidoras ofertan estrategias con clasificador nítido, (ver sección 3.2.1).

1. El primer problema, el más simple, tratará de ejemplificar numéricamente el proceso de casación, así como la regresión de una nube de puntos; empleando para ello estrategias lineales en las que no se empleará un clasificador.
2. El segundo problema justifica la introducción de un clasificador nítido en las estrategias. Aún cuando, como se verá, la distribución de los puntos de mercado en este nuevo problema permite la aplicación de otro tipo de técnicas de regresión, se ha escogido este caso con el fin de aclarar el funcionamiento de nuestra metodología cuando es necesario el uso de un clasificador. En la sección sobre resultados numéricos (sección 3.7) se planteará un escenario de trabajo en el que está justificado el empleo de nuestro método, sin ser posible el empleo de técnicas clásicas.
3. Y, finalmente, en la sección 3.6.3 resolveremos un problema en el que las ofertas originales emplean un clasificador con variables difusas.

3.6.1. Problema simple sin clasificador

Este primer problema ilustra los aspectos básicos de la metodología propuesta, como son la aplicación del modelo de casación y la regresión de las

¹Emplearemos nomenclatura en inglés para los acrónimos con el fin de mantener los nombres de los modelos que hemos empleado en los trabajos publicados.

precio	12.5	15	17.5	20	22.5	25	27.5	30	32.5	35
cantidad	75	80	85	90	95	100	105	110	115	120

Tabla 3.2: Puntos de mercado originales

estrategias que generan una nube de puntos. Para la resolución de este problema se empleará el enfoque CGM combinado con fitness multi-objetivo.

El problema corresponde a un modelo con dos agentes (duopolio) de comportamiento asimétrico. Las estrategias de generación se componen de 1 prototipo (sin clasificador) con sólo un segmento lineal.

Para plantear el problema seguiremos las fases de nuestra metodología (ver sección 2.4):

- a) Modelado de los elementos del mercado.
- b) Adaptación y simulación del proceso de casación en base al modelo anterior.
- c) Búsqueda de la solución.

Respecto al **modelado del mercado**, hemos tomado como entrada de nuestro problema:

1. Las funciones de coste (C_i):

$$\begin{aligned} C_0(q) &= 8q + 12 \\ C_1(q) &= 8,5q + 10 \end{aligned}$$

2. El escenario del mercado consiste en una serie de 10 funciones de demanda diferentes (D_m), con la misma elasticidad:

$$D_{m=0}^9(p) = -2p + (100 + 10m)$$

3. Los puntos de mercado, ($precio_i$, $cantidad_i$) fueron generados a partir de la intersección (proceso de casación) de las funciones de demanda (D_i) y la estrategia original agregada. Estos puntos se pueden ver en la tabla 3.2.
4. Y, por último, la representación de las estrategias originales con las que compararemos la salida de nuestro algoritmo. Estas son:

$$\begin{aligned} q_0(p) &= 0,10p + 16,60 \\ q_1(p) &= 1,89p + 33,55 \end{aligned}$$

p	17.86	20.24	22.62	25	27.38	29.76	32.14	34.52	36.90	39.29
q	64.29	69.52	74.76	80	85.24	90.48	95.71	100.95	106.19	111.43

Tabla 3.3: Puntos de mercado estimados para unas ofertas elegidas aleatoriamente. p = precio, q = cantidad

q' ₀	18.57	19.05	19.52	20	20.48	20.95	21.43	21.90	22.38	22.86
q' ₁	45.71	50.48	55.24	60	64.76	69.52	74.29	79.05	83.81	88.57

Tabla 3.4: Cantidad de energía estimada producida por cada firma individualmente. q'_i = Cantidad de energía producida por la firma i-esima.

En lo que respecta al **modelo de casación** vamos a suponer que las ofertas formuladas por los agentes competidores aportarán suficiente cantidad de producto como para abastecer la demanda, de lo contrario dicho conjunto de ofertas será desechado.

Para ilustrar el cálculo de la función de utilidad, evaluaremos un par de estrategias seleccionadas aleatoriamente (ver figura 3.9):

$$\begin{aligned} q'_0(p) &= 0,2p + 15,0 \\ q'_1(p) &= 2,0p + 10,0 \end{aligned}$$

La oferta agregada será $\sum q'_i(p) = 2,2p + 25,0$. El Fitness_a depende de la cantidad total de energía ($q'(p'_m)$) vendida para cada mercado m, de modo que primero calcularemos los precios estimados (p'_m) para cada mercado. Los precios marginales estimados se corresponden con el corte de la estrategia agregada estimada ($\sum_{\text{firma}} q'_m^{\text{firma}}$) con la demanda D_m (los resultados se pueden encontrar en la tabla 3.3). El Fitness_b requiere para su cálculo conocer la cantidad de energía estimada para cada firma, para cada mercado, ($q'_i(p'_m)$) (ver tabla 3.4). Para los individuos estudiados, el valor fitness multi-objetivo ($\text{Fitness}_a, \text{Fitness}_b$) es: $\langle 93.452, 0.0137 \rangle$.

Una vez visto como se calcula el fitness de un individuo, veamos como podemos llegar a obtener una estimación de las ofertas individuales originales a partir de los elementos que hemos visto, que es el tercer punto de nuestra metodología, **búsqueda de la solución completa**. Para ello, se aplicará nuestro algoritmo genético coevolutivo. En concreto, los parámetros genéticos que hemos empleados son: 2 poblaciones de 400 individuos cada una, fitness multi-objetivo, 200 iteraciones, selección por torneo con tamaño 5 y probabilidad de

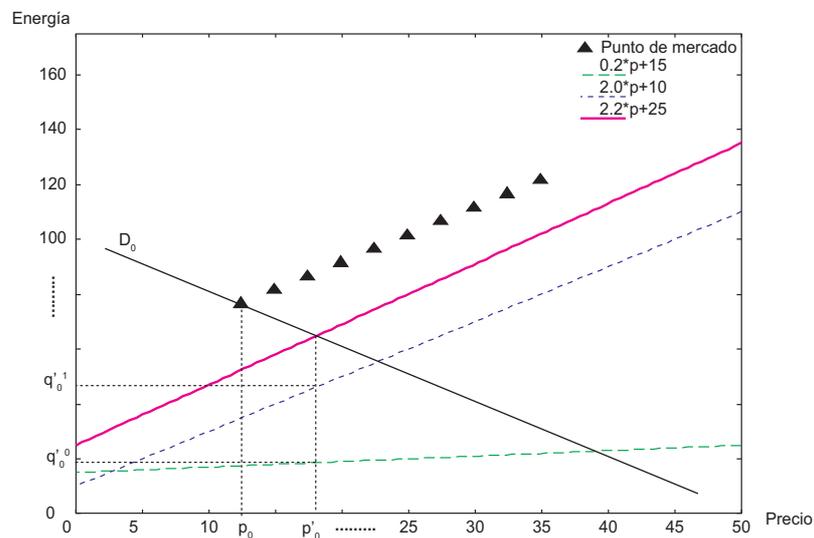


Figura 3.9: Combinación de ofertas y demandas para un problema simple sin clasificador

cruce lineal descendente, desde 100% a 0%. La salida de nuestro método es, (ver figura 3.10):

$$\begin{aligned} q'_0(p) &= 0,10p + 16,60 \\ q'_1(p) &= 1,89p + 33,55 \end{aligned}$$

Y el $Fitness_{multi}$ obtenido, en la última iteración del proceso de entrenamiento coevolutivo (CGM), para la estrategia de cada una de las firmas i -ésimas estudiadas fue:

$$\begin{aligned} Fitness_0 &= < 0,27, 2,4e - 05 > \\ Fitness_1 &= < 0,08, 7,3e - 05 > \end{aligned}$$

Lo cual supone un error cuadrático medio respecto a la generación de energía de la estrategia agregada de 0.0214, y los errores de las estrategias individuales estimadas son 0.0012 y 0.0200 respectivamente.

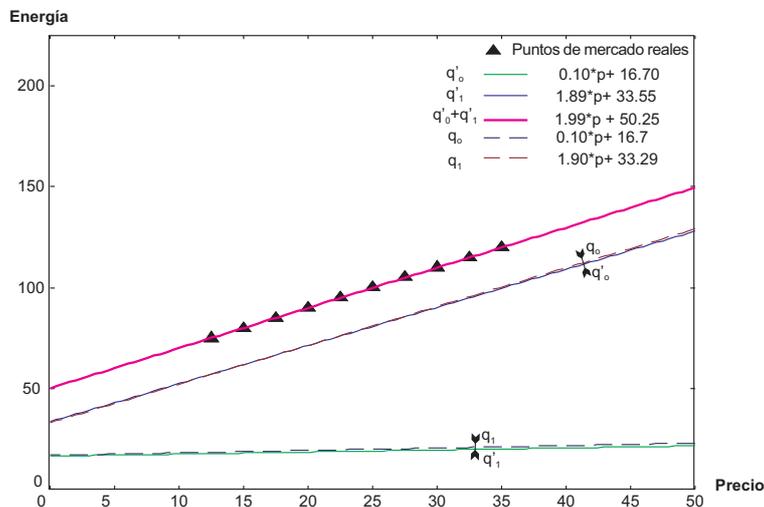


Figura 3.10: Estimación de las estrategias originales para un problema simple sin clasificador

3.6.2. Problema simple con clasificador nítido

En este problema se ilustra la regresión de estrategias que emplean un clasificador nítido. Para ello, hemos diseñado un problema que requiere este tipo de estrategias.

El problema corresponde a un modelo con cuatro agentes (un oligopolio con el mismo número de firmas que el mercado eléctrico español) de comportamiento asimétrico. Las estrategias de generación se componen de 1 prototipo con sólo un segmento lineal, y un clasificador nítido con la variable nítida de clasificación “Hora del día”.

Hemos modelado el mercado de la siguiente forma:

1. Las funciones de coste (C_i):

$$C_0(q) = 8q + 10$$

$$C_1(q) = 10q + 20$$

$$C_2(q) = 12q + 30$$

$$C_3(q) = 11q + 25$$

2. El escenario del mercado consiste en una serie de 20 funciones de demanda diferentes (D_m) con la misma elasticidad, que se corresponden con las 20 primeras horas de un día:

$$D_{m=1}^{20}(p) = -2p + (100 + 10m) \quad (3.4)$$

3. Los puntos de mercado, $PM_{m=1}^{20} = (\text{precio}_i, \text{cantidad}_i)$, fueron generados a partir de la intersección (proceso de casación) de las funciones de demanda (D_m) y la estrategia original agregada. Estos puntos se pueden ver en la figura 3.11.

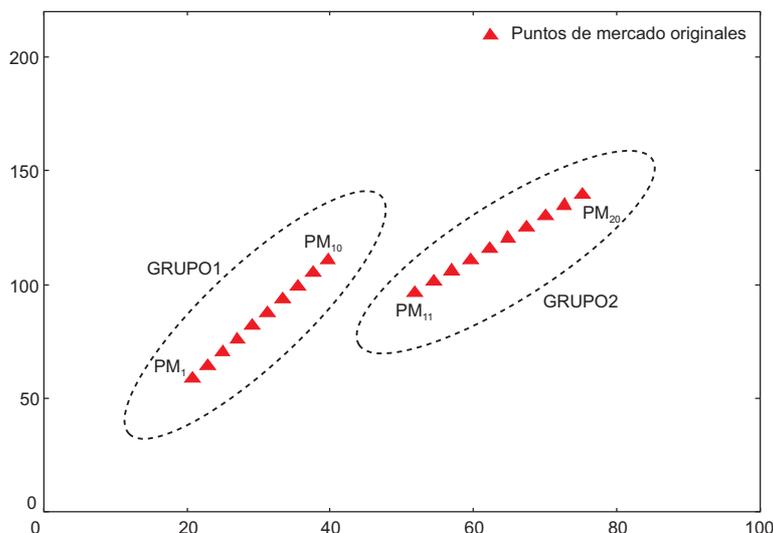


Figura 3.11: Puntos de mercado para el problema con clasificador nítido

4. Respecto a la representación de las estrategias originales con las que compararemos la salida de nuestro algoritmo, sabemos que cada empresa aplicó una oferta lineal para las 10 primeras demandas del día ($D_{m=1}^{10}$) y otra oferta distinta, también lineal, para los 10 últimos ($D_{m=11}^{20}$). Podemos ver las estrategias originales en la tabla 3.5.

Todas las ofertas cumplen con la restricción de beneficio unitario igual para cada mercado.

El mecanismo de casación responde al mecanismo ya explicado en el problema anterior, por lo que no se abundará en él.

Nuestro **algoritmo CGM** se aplicó con los siguientes parámetros genéticos: 4 poblaciones de 500 individuos cada una, $\text{Fitness}_{multi}^{CGM}$, 200 iteraciones, selección por torneo con tamaño 4 y probabilidad de cruce lineal descendente, desde 100% a 0%. Las estrategias obtenidas como resultado están en la tabla 3.6.

Empresa	$Mercados_{1-10}$	$Mercados_{10-20}$
Empresa0	$0.081 * p + 0.386$	$0.025 * p + 0.370$
Empresa1	$0.325 * p + 0.310$	$0.11 * p + 0.340$
Empresa2	$1.710 * p + 0.468$	$1.45 * p + 0.340$
Empresa3	$0.635 * p + 0.430$	$0.25 * p + 0.310$

Tabla 3.5: Ofertas individuales reales empleadas para el problema con clasificador nítido

E.	Estrategia estimada	$Fitness_{multi}$
1	IF (M<[1..10]) THEN $0,025p + 1,453$ ELSE $0,015p + 1,339$	<0.769, 0.238>
2	IF (M<[1..10]) THEN $0,250p + 0,768$ ELSE $0,131p + 0,312$	<0.558, 0.252>
3	IF (M<[1..10]) THEN $1,875p + 0,241$ ELSE $1,383p + 0,312$	<0.762, 0.247>
4	IF (M<[1..10]) THEN $0,563p + 0,207$ ELSE $0,290p + 0,306$	<0.733, 0.236>

Tabla 3.6: Ofertas individuales estimadas para el segundo problema empleando $Fitness_{multi}$. F = Firma.

Podemos apreciar que somos capaces de aproximar mediante las ofertas agregadas los mercados GRUPO1 y GRUPO2, $\sum_i O_i^{1-10}$ y $\sum_i O_i^{11-20}$, con una buena precisión. El error cuadrático medio obtenido respecto a la oferta agregada original, es decir $Fitness_a$, fue de una media de 0.06, (ver figura 3.12).

Respecto a las ofertas individuales se obtuvo un 100 % de acierto al hacer un matching lingüístico de las reglas individuales, aunque debido a un $Fitness_b$ de 0.244 podemos ver que las estrategias individuales se desvían ligeramente de las originales (ver figura 3.13) obteniéndose un error porcentual de aproximación a las cuotas de mercado individuales del 15 %.

3.6.3. Problema simple con clasificador difuso

Con este problema, lo que se trata de ilustrar es la regresión de estrategias que emplean un clasificador difuso.

El problema corresponde a un modelo con cuatro agentes (un oligopolio con el mismo número de firmas que el mercado eléctrico español) de comportamiento asimétrico. Las estrategias de generación se componen de 1 prototipo con sólo un segmento lineal, y un clasificador difuso con variables de clasificación:

1. Nivel de Energía Relativo al día, “NER_{día}”. Indica el orden de un punto de mercado dentro de día en función de la cantidad de energía consumida a esa hora.

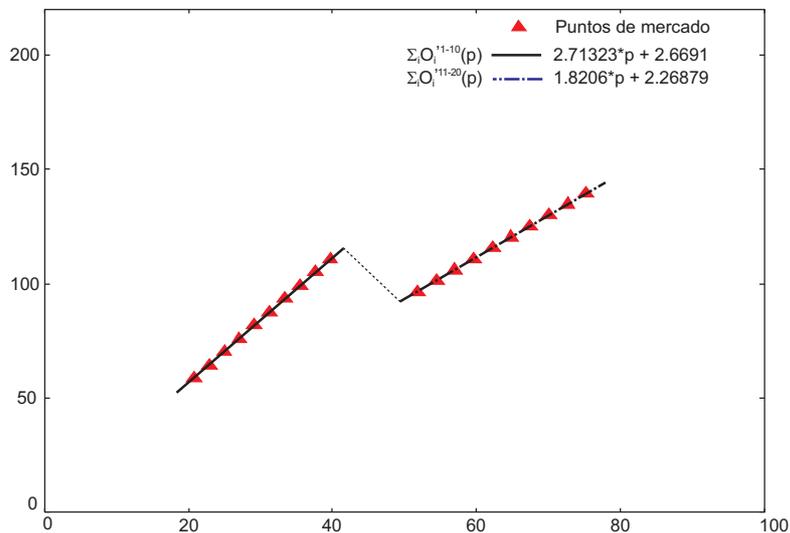


Figura 3.12: Oferta agregada aproximada para un problema de clasificación

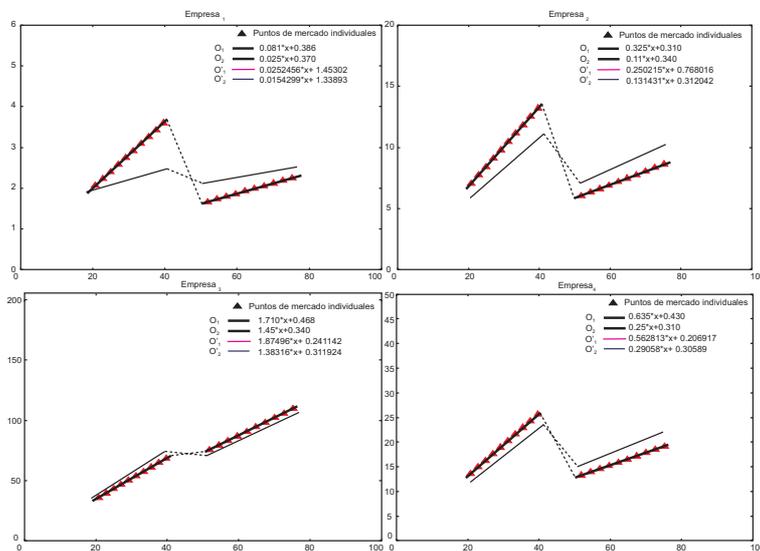


Figura 3.13: Ofertas individuales aproximadas para un problema de clasificación

2. Tipo de día, "TipoDía". Esta variable indica si un punto de mercado corresponde a un día festivo o laboral.
3. Temperatura del aire, "Temperatura". Esta variable indica la temperatura ambiente media durante la hora a la que corresponde el punto de mercado.

Tales variables de clasificación presentarán los valores simbólicos que se indican en la tabla 3.7, cuya definición dependerá del tipo de variable, nítida o difusa.

Variable	Nítida/Difusa	Valores Simbólicos
NERdía	Difusa	Alto, Bajo
TipoDía	Nítida	Festivo , Laboral
Temperatura	Difusa	Calor, Frio

Tabla 3.7: Características de los variables de clasificación de un problema simple con clasificador difuso

Hemos modelado el mercado de la siguiente forma:

1. Las funciones de coste (C_i):

$$\begin{aligned}
 C_0(q) &= 2q + \frac{5e + 06}{\text{mercados_día} * \text{dias_año}} \\
 C_1(q) &= 1,75q + \frac{1e + 07}{\text{mercados_día} * \text{dias_año}} \\
 C_2(q) &= 1,5q + \frac{2e + 07}{\text{mercados_día} * \text{dias_año}} \\
 C_3(q) &= 1,25q + \frac{3e + 07}{\text{mercados_día} * \text{dias_año}}
 \end{aligned}$$

donde el coste fijo se divide de forma equilibrada para todos los mercados del año. Por ejemplo, en el año 2000 hubo 24 mercados al día durante 366 días, lo cual suponen 8784 mercados.

2. El escenario del mercado es una serie de 8 funciones de demanda diferentes (D_m), cada una de las cuales es aplicable en 5 puntos de mercado. Esto

da lugar a un total de 40 puntos de mercado.

$$D_0(q) = -180,265 * p + 17365,4$$

$$D_1(q) = -597,709 * p + 29861,4$$

$$D_2(q) = -1306,3 * p + 17839,9$$

$$D_3(q) = -6628,66 * p + 31594,8$$

$$D_4(q) = -297,728 * p + 16743,2$$

$$D_5(q) = -558,947 * p + 18423,8$$

$$D_6(q) = -14559,9 * p + 14729,1$$

$$D_7(q) = -173,301 * p + 14391,6$$

3. Los puntos de mercado, $PM_{m=1}^{40} = (\text{precio}_i, \text{cantidad}_i, \text{NERdía}, \text{TipoDía}, \text{Temperatura})$, fueron generados a partir de la intersección (proceso de casación) de las funciones de demanda anteriores (D_j) y la estrategia original agregada. Estos puntos se pueden ver en la figura 3.14a, representados sobre el eje precio-cantidad. Se han obviado los atributos de clasificación de cada punto por la poca claridad de su representación gráfica.
4. Y, por último, respecto a la representación de las estrategias originales con las que compararemos la salida de nuestro algoritmo, sabemos que cada empresa aplicó una oferta poligonal de un tramo para cada una de las ocho particiones de los valores simbólicos de las variables de clasificación. La función de pertenencia de las variables difusas es trapezoidal. A modo de ejemplo podemos ver a continuación la definición de la estrategia original para la firma 0.

Definición de la estrategia de generación de la firma 0: En la tabla 3.8 definimos, para cada variable de clasificación (Variable), sus valores simbólicos (Valor Simbólico), funciones de pertenencia (F. Pertenencia), así como un código alfabético asociado a cada valor de la variable (Código), para un mejor manejo de los datos. En la columna correspondiente a las funciones de pertenencia el símbolo \nearrow representa la rampa de subida de la función de pertenencia del valor de pertenencia 0 al valor de pertenencia 1, siendo los valores anterior y posterior al símbolo los puntos comienzo y fin de la pendiente. Así $x \nearrow y$ representaría una función de pertenencia de valor:

- 0 para valores inferiores a x,
- El valor de la recta $\langle(x, 0)-(y, 1)\rangle$ para valores entre x e y, y

- 1.0 para valores superiores a y .

Variable	Valor Simbólico	F. Pertenencia	Código
NERdía	Alto	$10 \nearrow 14$	A
NERdía	Bajo	\sim NERdía Alto	B
Tipodía	Festivo	-	F
Tipodía	Laboral	-	L
Temperatura	Calor	$3.1 \nearrow 20.8$	C
Temperatura	Frio	\sim Temperatura Calor	F

Tabla 3.8: Definición de las funciones de pertenencia para el clasificador de la firma 0 en el problema con clasificador difuso

Por otro lado, en la tabla 3.9, se recogen las estrategias prototipo (Estrategia Prototipo) para cada partición (Partición) de los valores descritos en la tabla 3.8. Cada partición se identifica mediante la combinación de los códigos de los valores de los tres factores empleados, en el orden: NERdía, TipoDía y Temperatura.

Partición	Estrategia Prototipo
AFC	0.987129 959.363 6.74361 9149.37
AFF	5.11535 4179.35 6.71627 8991.96
ALC	2.59407 6247.63 4.73102 6382.89
ALF	1.93559 6286.03 7.37826 6286.03
BFC	1.82279 3712.02 12.0758 8151.08
BFF	4.20021 2205.76 7.04079 7831.55
BLC	2.33496 5111.41 10.8808 9554.46
BLF	2.89714 4621.11 11.8359 6834.83

Tabla 3.9: Estrategias prototipos correspondiente a la firma 0 del problema con clasificador difuso

Todas las ofertas cumplen con la restricción de beneficio unitario igual para cada mercado.

El mecanismo de casación responde al mecanismo ya explicado en el problema anterior, por lo que no se abundará en él. En concreto, los parámetros genéticos que hemos empleado para la simulación fueron: 4 poblaciones de 500 individuos cada una, $Fitness_{multi}^{CGM}$, 400 iteraciones, selección por torneo con tamaño 4 y probabilidad de cruce lineal descendentes, desde 100 % a 0 %.

Con el fin de ilustrar visualmente el resultado de nuestra simulación hemos optado por representar gráficamente los puntos de mercado originales junto con los puntos de mercado estimados (ver figura 3.14), antes que representar todas las estrategias con clasificador difuso, dado lo poco clarificador que esto sería.

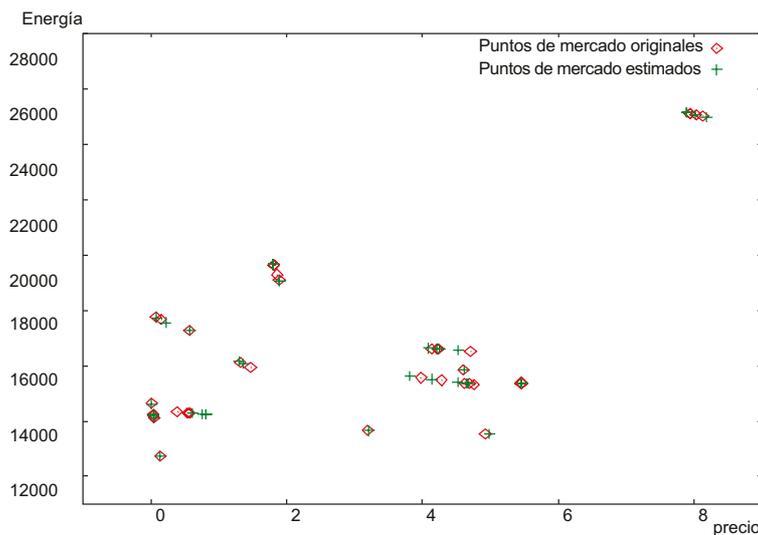


Figura 3.14: Puntos de mercado originales (rombos) frente a puntos de mercado estimados mediante nuestro método (cruces)

A la vista de la figura 3.14 podemos observar que los puntos de mercado estimados (cruces) prácticamente solapan a los puntos de mercado originales (rombos), lo cual origina un error porcentual respecto a las cantidades totales estimadas del 0.94 % por mercado y firma.

Y, respecto a las ofertas individuales, se obtuvo un 100 % de acierto al hacer un matching lingüístico de las reglas individuales, y los errores porcentuales de estimación de cantidades fueron, de 2.92 % para las cantidades de energía y 0.69 % para las cuotas de mercado. Esto supone una discrepancia del 0.42 % del beneficio total de las firmas estimadas respecto al beneficio obtenido por las firmas originales, y del -1.25 % en las unidades de generación.

3.7. Resultados experimentales

En esta sección analizaremos numéricamente los diversos parámetros descritos en las secciones anteriores con el fin de determinar la configuración idónea de nuestra metodología. Para ello seguiremos los siguientes pasos:

1. Definiremos un escenario de estudio que consistirá en un problema semi-sintético, sintetizado a partir de datos del mercado eléctrico español, que se ha adaptado a nuestro modelo con parámetros de las firmas elegidos ad-hoc. Este problema será el que empleemos para el estudio de la configuración genética (enfoque coevolutivo frente evolutivo, fitness multi-objetivo frente mono-objetivo, diferentes tipos de cruce, etc.) durante esta sección. Hay que decir que los puntos de mercado que aparecen en este problema se han escogido de forma que el uso de técnicas clásicas no es aplicable, cosa que demostraremos.
2. A continuación definiremos las medidas de bondad que emplearemos para valorar nuestros resultados numéricos.
3. Continuaremos con la definición de la estrategia de estudio de parámetros genéticos que seguiremos, así como la aplicación de dicha estrategia.
4. Y finalizaremos con un ejercicio autocrítico en el que compararemos la mejor configuración resultante del punto anterior frente al método KGM, y la aplicación de la configuración genética a un problema artificial con estrategias basadas en un clasificador difuso.

3.7.1. Definición de escenarios

Se ha propuesto un modelo no-real (semi-sintético) para validar nuestra metodología, ya que las curvas de ofertas reales no son publicadas. El escenario que proponemos para estudiar los parámetros genéticos es más complejo que los de los ejercicios de demostración, correspondientes a la sección anterior. Aquí los puntos de mercado no son co-lineales, ya que han sido distribuidos tratando de replicar una situación real específica (ver figura 3.15). El problema real de la figura 3.15a se ha simplificado y reescalado al de la figura 3.15a, con el fin de simplificar los cálculos de nuestro algoritmo. Estos puntos se calcularon con datos sintéticos (curvas de oferta, elasticidad de la demanda y costes de generación) combinados con la demanda real de los dos días estudiados.

Hemos decidido generar 20 puntos en dos clusters, asumiendo que todos los puntos pertenecen a días de fines de semana de la misma estación, por lo que la segmentación sólo dependerá de la hora del día, (ver figura 3.16); esta simplificación nos ayudará a acortar los resultados que obtendremos en este trabajo. Uno de los cluster incluye puntos de mercado correspondientes a las horas de 1 AM a las 10 AM y el otro de las 11 AM a las 8 PM. Los puntos se han alineado sobre dos rectas diferentes que se cortan, de modo que la clasificación en el espacio precio-energía no es trivial. Nuestro objetivo será recuperar las cuatro estrategias individuales de generación (el mercado eléctrico español está formado por cuatro agentes generadores mayoritarios) que originaron la situación de la figura 3.15b.

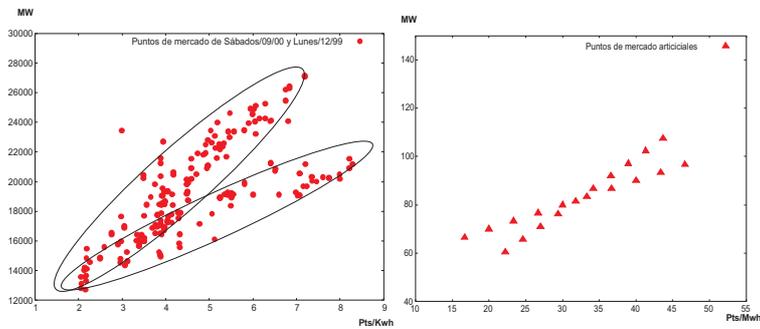


Figura 3.15: a) Puntos de mercado correspondientes a los Sábados de Septiembre de 2000 y Domingos de Diciembre de 1999 (izquierda) b) Puntos de mercado sintetizados a partir de los puntos reales de a) (derecha)

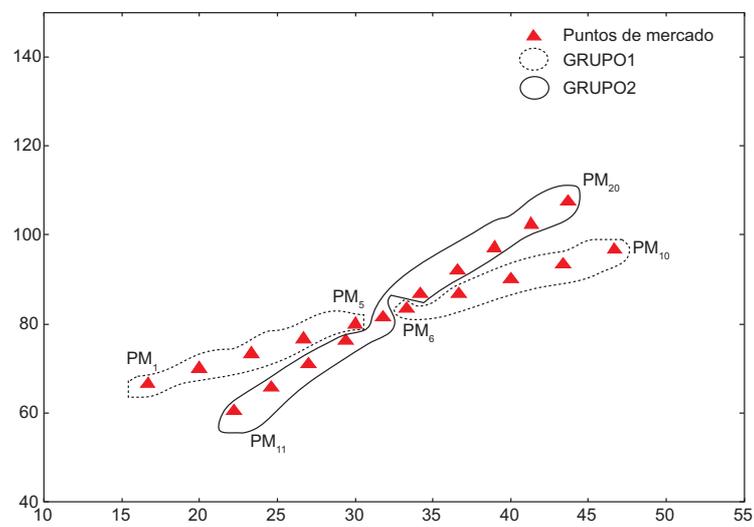


Figura 3.16: Puntos de mercado artificiales para el problema semi-sintético

Empresa	PM_{1-10}
0	(16.67,2.13)(26.67,2.17)(36.67,2.21)(46.67,2.25)
1	(16.67,7.39)(26.67,7.69)(36.67,7.99)(46.67,8.29)
2	(16.67,42.52)(26.67,51.02)(36.67,59.52)(46.67,68.02)
3	(16.67,14.55)(26.67,15.65)(36.67,16.75)(46.67,17.85)
PM_{11-20}	
0	(16.67,1.93)(26.67, 2.08)(36.67,2.23)(46.67,2.38)
1	(16.67,6.40)(26.67,7.33)(36.67,8.26)(46.67,9.19)
2	(16.67,29.35)(26.67,46.45)(36.67,63.55)(46.67,80.65)
3	(16.67,10.63)(26.67,14.33)(36.67,18.03)(46.67,21.73)

Tabla 3.10: Estrategias individuales objetivo para el problema con puntos de mercado en forma de aspa. Los prototipos son líneas poligonales con 3 segmentos. Cada oferta compuesta comprende 2 prototipos y el sistema de clasificación de cada firma contiene 2 reglas.

Y el modelo de mercado entrada de nuestro algoritmo será:

1. 4 funciones de coste lineales, (una para cada firma):

$$C_0(q) = 8q + 10$$

$$C_1(q) = 10q + 20$$

$$C_2(q) = 12q + 30$$

$$C_3(q) = 11q + 25$$

2. 20 funciones de demanda, con la misma elasticidad (-2). Por ejemplo, la función de demanda para el punto de mercado (precio=16.67, cantidad=66.67) es $-2 \cdot \text{precio} + 100$.
3. 20 puntos de mercado, $PM_{i=1}^{20}$ pares (precio, cantidad)
4. Se conoce la relación entre los beneficios unitarios de todas las firmas para cada mercado, (en este caso es 1).
5. El número de prototipos para cada estrategia de cada firma es 2.

Los prototipos originales empleados para generar los puntos de mercado (que es la salida deseada de nuestro algoritmo) pueden verse en la tabla 3.10.

3.7.2. Medidas de bondad

A priori la medida que cabe emplear como medida del ajuste de una estimación a un objetivo es la distancia a dicho objetivo. En nuestro estudio el objetivo se define como las estrategias individuales de generación aplicadas por las firmas que dieron lugar a los puntos de mercado del problema, o más concretamente las cantidades producidas por dichas ofertas para cada mercado. En términos porcentuales definimos el “error en cantidad” generada por las estrategias individuales estimadas ($q'_e(p_m)$) para la empresa e , respecto la cantidad generada por las estrategias originales ($q_e(p_m)$) como $Error_1$:

$$Error_{1e} = \frac{\sum_{m=1}^{N^{\circ}merc} (|q_e(p_m) - q'_e(p_m)|)}{N^{\circ}merc}$$

$$Error_1 = \frac{\sum_{e=1}^{N^{\circ}emp} Error_{1e}}{N^{\circ}emp}$$

Está claro que esta medida de la fidelidad de los resultados estimados respecto de los reales es buena, pero también es muy severa y desde un punto de vista práctico puede hacernos perder de vista la utilidad de nuestros resultados si esta medida se aleja mucho del error 0.

Sin embargo otro dato quizás más útil de términos más relativos es, *la distancia de la distribución de cuotas de mercado estimadas respecto a la distribución de cuotas original*. Esta medida puede ser más interesante ya que muestra en términos relativos como se reparten el mercado las empresas estimadas. Reparto que no tendría porqué ser un fiel reflejo de lo que ocurrió en la realidad, pero sí una ayuda para marcar la tendencia o proporciones del mercado global. De ahora en adelante al error cometido en este aspecto lo denominaremos $Error_2$.

$$\%Merc_e = \frac{\sum_{m=1}^{N^{\circ}merc} q_e(p_m)}{\sum_{m=1}^{N^{\circ}merc} \sum_{j=1}^{N^{\circ}emp} q_j(p_m)}$$

$$\%Merc'_e = \frac{\sum_{m=1}^{N^{\circ}merc} q'_e(p_m)}{\sum_{m=1}^{N^{\circ}merc} \sum_{j=1}^{N^{\circ}emp} q'_j(p_m)}$$

$$Error_{2e} = \frac{|\%Merc_e - \%Merc'_e|}{\%Merc_e}$$

$$Error_2 = \frac{\sum_{e=1}^{N^{\circ}emp} Error_{2e}}{N^{\circ}emp}$$

Entre las dos medidas anteriores, en cuanto a sensibilidad al fallo, hemos definido otra medida de error, que analiza las diferencias mercado a mercado y

no empresas a empresas como hace la medida $Error_2$, haciendo que los errores cometidos en unos mercados no se compensen con otros, a esta medida la denominaremos $Error_3$,

$$Error_{3e} = \frac{\sum_{m=1}^{N^o merc} (|\frac{q_e(p_m)}{\sum_e^{N^o emp} q_e(p_m)} - \frac{q'_e(p_m)}{\sum_e^{N^o emp} q'_e(p_m)}|)}{N^o merc}$$

$$Error_3 = \frac{\sum_{e=1}^{N^o emp} Error_{3e}}{N^o emp}$$

Inicialmente consideramos emplear las tres medidas de error, pero a la vista de los resultados obtenidos en pruebas preliminares se decidió emplear tan solo las medidas $Error_1$ y $Error_3$. En concreto lo que ocurre es que la medida $Error_2$ es poco sensible a los errores respecto a las ofertas originales, esto es debido principalmente a lo que comentábamos en la definición de $Error_2$, es decir que los errores se camuflan en el total de cuota de mercado acaparada por una empresa. Obsérvese en la tabla 3.11 los resultados previos calculados tras aplicar al problema de estudio el modelo CGM con dos funciones de fitness diferentes $Fitness_{multi}^{CGM}$ y $Fitness_{mono}^{CGM}$, 500 individuos y 200 iteraciones .

Fitness	$Error_1, \sigma_{Error_1}$	$Error_2, \sigma_{Error_2}$	$Error_3, \sigma_{Error_3}$
$Fitness_{multi}$	1.631,0.748	0.022,0.013	0.332,0.176
$Fitness_{mono}$	246.641,96.271	4.212,0.812	20.926,5.624
Rate	151.22	191.45	63.03

Tabla 3.11: Ejemplo de resultados de la aplicación de los los $Fitness_{multi}$ y $Fitness_{mono}$ para el modelo CGM

Llama la atención en términos absolutos el valor ofrecido por la medida $Error_2$ para uno y otro fitness. Vemos que la relación entre el error obtenido con $Fitness_{multi}$ y con $Fitness_{mono}$ es de 151.22 cuando se emplea $Error_1$, 63.03 cuando se emplea $Error_3$ y de 191.45 para $Error_2$. Luego, aun cuando $Error_2$ muestra el *Rate* mayor lo descartaremos en favor de $Error_3$, ya que este último deja más clara la diferencia entre los dos fitness (ver tabla 3.11).

Por lo tanto de aquí en adelante emplearemos el error $Error_1$ como medidor del error respecto a las ofertas originales individuales y el error $Error_3$ como medidor del error de la distribución de mercados.

3.7.3. Estrategia de estudio de parámetros

La determinación del modelo genético óptimo para aplicar nuestra metodología al problema de inducción de estrategias de generación se ha desarrollado

siguiendo una estrategia basada en dos fases:

- Primera Fase: Análisis comparativo de los modelo CGM y GM.
- Segunda Fase: Afinado de los parámetros genéticos del modelo resultante de la primera fase.

En la **Primera Fase**, tomando como base una configuración standard de los parámetros genéticos habituales (probabilidad de cruce, probabilidad de mutación, régimen evolutivo², etc.) se han comparado los modelo CGM y GM aplicando los operadores de cruce y funciones de fitness que hemos definido para ambos modelos equivalentes (consultar la tabla resumen de los operadores definidos en la sección 3.4.3).

Una vez hayamos determinado el enfoque genético óptimo (GM o CGM), así como sus mejores operadores de cruce y función de fitness, en la **Segunda Fase** afinaremos los parámetros genéticos standard que nos permitan dar la configuración genética óptima para aplicar nuestra metodología al problema de estudio.

3.7.4. Primera fase: comparación de los modelo CGM, GM y sus respectivos operadores

Elección de los parámetros genéticos standard

Los experimentos que se desarrollarán en esta Primera Fase ha tomado como base los valores de los parámetros genéticos (Valor Primera Fase) de la tabla 3.12³.

Hemos dividido los parámetros genéticos standard de la tabla 3.36 en dos partes, por una parte tenemos los parámetros que consideraremos “Parámetros fijos”, por considerarlos parámetros menos relevantes, que no serán analizados en la Segunda fase, como el tipo de torneo, el tamaño de torneo, número de poblaciones en el modelo CGM o el tamaño de poblaciones y generaciones, y por otro lado tenemos los parámetros que analizaremos en profundidad en la Segunda Fase de este estudio, “Parámetros estudiados en la Segunda fase”. Para este segundo grupo de parámetros hubo que tomar decisiones sobre valores concretos para poder desarrollar los experimentos de la Primera Fase y evitar así una explosión de experimentos. En concreto en la Primera Fase empleamos:

1. Régimen evolutivo generacional, seleccionado por considerarlo más habitual en su uso.

²Régimen generacional.

³La nomenclatura de los parámetros que figuran en la tabla 3.12 ha sido adaptada a partir de la nomenclatura inglesa de los parámetros empleados en la implementación de GPs coevolutivos de Thomas Weinbrenner, [50].

Parámetro	Valor Primera Fase
Parámetros fijos	
Tipos de selección:	Torneo
Tamaño del torneo:	4
Numero de poblaciones:	4 poblaciones en CGM
Individuos por población:	500-1000
Número de generaciones:	200-1000
Parámetros estudiados en la Segunda fase	
Régimen evolutivo:	Generacional
Probabilidad de cruce:	Desc.lineal desde 100.0 %
Probabilidad de mutación:	0 %
Migración entre subpoblaciones:	No se usa
Fitness competitivo:	No se usa

Tabla 3.12: Configuración genética standard de aplicación en los estudios de la **Primera fase**

2. Probabilidad de cruce descendente, ya que experimentos previos con el cruce constante originaba excesiva diversidad en los individuos, por lo que se decidió emplear este tipo de probabilidad de cruce.
3. Probabilidad de mutación del 0%, ya que como se ha visto, los propios operadores de cruce que se definen en este trabajo incluyen un factor aleatorio (ver sección 3.2.2).
4. En esta fase primera tampoco se empleó migración de individuos entre subpoblaciones y el fitness competitivo que se ha empleado sólo competirá contra 1 pool de individuos parásito.

Resumen de decisiones

El diagrama de la figura 3.17 muestra las decisiones que se han tomado en la Primera fase de estudio de operadores genéticos. La primera decisión ha consistido en decidir entre la función de fitness multi-objetivo y la equivalente mono-objetivo ($Fitness_{multi}$ and $Fitness_{mono}$), definidos en la sección 3.3, empleando el modelo CGM para evaluar ambos fitness. La experimentación realizada en la sección 3.7.4 concluye que el $Fitness_{multi}$ es más eficaz que el $Fitness_{mono}$, por lo que $Fitness_{mono}$ no se empleará en el resto de decisiones, tanto para los individuos del modelo CGM como los del modelo GM.

De nuevo sobre el modelo CGM, tenemos que elegir el operador de cruce entre los dos que hemos definido, “cgm-1-random” and “cgm-all” (ver sección 3.2.2). Los resultados de la sección 3.7.4 determinan que el operador de cruce

Modelo	Coevolutivo	Fitness <i>multi</i>	Cruce cgm-1-random	Si
			Cruce cgm-all	No
	Evolutivo	Fitness <i>mono</i>	Cruce cgm-1-random	No
		Fitness <i>intra-i</i>	Cruce gm-1-random	No
			Cruce gm-all	No
		Fitness <i>extra-i</i>	Cruce gm-1-random	No
	Cruce gm-all	No		

Figura 3.17: Primera Fase: Diagrama con las decisiones tomadas respecto a las funciones de fitness y operadores de cruce para los modelos GM y CGM

“cgm-1-random” es el mejor de los dos operadores estudiados. Por ello se empleará el operador “cgm-1-random” para los individuos del modelo CGM, así como para las firmas de los individuos del modelo GM, en todos los tests.

También hemos estudiado las funciones de fitness “extra-i” e “intra-i” para el modelo GM (ver sección 3.4.2). Los resultados numéricos de la sección 3.7.4 demuestran que el Fitness “extra-i” es mejor que Fitness “intra-i” en todos los casos de estudio.

En la sección 3.4.1 hemos analizado los operadores definidos para el modelo GM, “gm-1-random” y “gm-all”. Pero en esta caso los resultados experimentales de la sección 3.7.4 determinan que ambos operadores tiene un comportamiento muy similar.

En resumen las pruebas que hemos realizado y que se detallan en las subsiguientes secciones, son las de la tabla 3.13, donde para el modelo GM se detalla el fitness y operador de cruce empleado para las estrategias individuales (SubIndividuo).

En definitiva, después de comparar los resultados obtenidos para ambos modelos con sus operadores respectivos, podemos concluir que el modelo CGM con Fitness_{multi} y operador de cruce “gm-1-random” es más eficaz que el modelo GM.

Estudio de las funciones de fitness en el modelo CGM

En la tabla 3.14 podemos encontrar las pruebas realizadas con el modelo CGM empleando Fitness_{multi} y Fitness_{mono} (ver secciones 3.2.3 y 3.3), con el operador de cruce “gm-1-random”. Los valores numéricos son la media de 10 ejecuciones con cada conjunto de parámetros: tipo de fitness (Fit), número de individuos por población (Pop) y número de iteraciones (Iter).

Se observa que empleando el Fitness_{multi}, tanto el error absoluto (Error₁) como el de distribución de cuotas de mercado (Error₃), son mucho mejores (más

Fit.Individuo	Cru.Individuo	Fit.SubIndividuo	Cru.SubIndividuo
CGM			
Fitness _{multi}	cgm-1-random	-	-
Fitness _{multi}	cgm-all	-	-
Fitness _{mono}	cgm-1-random	-	-
GM			
Fitness extra-i	gm-all	Fitness _{multi}	cgm-1-random
Fitness extra-i	gm-1-random	Fitness _{multi}	cgm-1-random
Fitness intra-i	gm-all	Fitness _{multi}	cgm-1-random
Fitness intra-i	gm-1-random	Fitness _{multi}	cgm-1-random

Tabla 3.13: Resumen de pruebas realizadas sobre los individuos CGM y los individuos y subindividuos de GM

Fitness	Pop	Iter	$Error_1, \sigma_{error_1}$	$Error_3, \sigma_{error_3}$
Fitness _{multi}	100	200	2.427,0.872	0.411,0.157
Fitness _{mono}	100	200	253.896,126.628	22.695,6.821
Fitness _{multi}	200	200	2.189,0.965	0.400,0.213
Fitness _{mono}	200	200	240.562,99.271	20.013,6.778
Fitness _{multi}	300	200	1.835,0.691	0.342,0.131
Fitness _{mono}	300	200	261.687,64.373	19.510,4.912
Fitness _{multi}	400	200	1.842,0.663	0.364,0.149
Fitness _{mono}	400	200	269.891,72.581	22.769,4.962
Fitness _{multi}	500	200	1.631,0.748	0.332,0.176
Fitness _{mono}	500	200	246.641,96.271	20.926,5.624
Fitness _{multi}	1000	200	1.118,0.523	0.197,0.088
Fitness _{mono}	1000	200	255.751,62.520	21.408,4.483
Fitness _{multi}	500	500	1.327,0.782	0.270,0.181
Fitness _{mono}	500	500	215.066,112.140	17.916,6.920
Fitness _{multi}	1000	500	1.168,0.640	0.253,0.139
Fitness _{mono}	1000	500	223.648,126.607	19.170,8.001

Tabla 3.14: Comparación de errores empleando fitness multi-objetivo (Fitness_{multi}) y fitness mono-objetivo (Fitness_{mono}), para el modelo CGM

bajos) que empleando el $Fitness_{mono}$, en todos los pruebas. Esto debido principalmente a que, el fitness multi-objetivo converge paralelamente a un mínimo global en ambas componentes del fitness $Fitness_{multi} = \langle Fitness_a, Fitness_b \rangle$, de modo que no se establece una prioridad en ninguna de las componentes. En cambio al existir una dependencia en las componentes $Fitness_a$ y $Fitness_b$ de $Fitness_{mono}$: aquella que primero converge en la evolución del algoritmo sesga los individuos, ocasionando un estancamiento de la otra componente en un mínimo local, cosa que se puede ver en la figura 3.18.

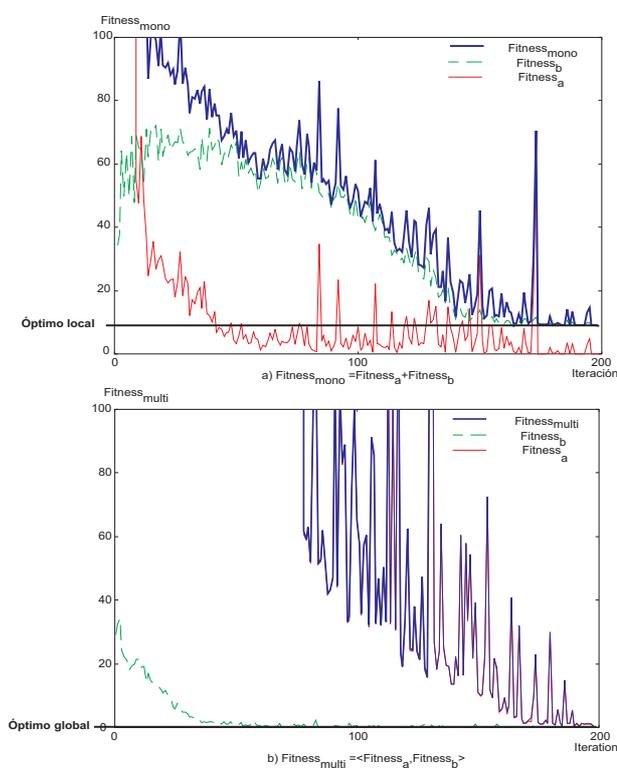


Figura 3.18: Comparación de la progresión de los **a)** fitness $Fitness_{mono}$ vs. **b)** $Fitness_{multi}$ en dos simulaciones con la misma semilla aleatoria

Podemos concluir que el fitness $Fitness_{multi}$ será la función de utilidad que emplearemos en las sucesivas pruebas, tanto para los individuos del modelo CGM como para los del modelo GM.

Estudio de los operadores de cruce en el modelo CGM

Analizando el cruce de los individuos del modelo CGM creímos que no era conveniente cruzar todas las ofertas entre si puesto que eso llevaría a una pérdida de estabilidad en los individuos y una ralentización en la convergencia. Para demostrar estos se definieron los dos extremos (ver sección 3.2.2):

- Operador de cruce en el que sólo se cruza un prototipo seleccionado aleatoriamente, “cgm-1-random”, que es el método empleado en las pruebas para el estudio del fitness del modelo CGM.
- Operador de cruce en el que cruzan todos los prototipos, “cgm-all”.

La tabla 3.15 recoge los resultados numéricos obtenidos con los operadores genéticos propuestos para el modelo CGM, “cgm-1-random” y “cgm-all”, y la mejor función de fitness obtenida en la sección anterior, $Fitness_{multi}$. Estos resultados se han obtenido como media de 10 ejecuciones con cada conjunto de parámetros: tipo de fitness (Fit), número de individuos por población (Pop) y número de iteraciones (Iter).

Cruce	Pop	Iter	$Error_1, \sigma_{Error_1}$	$Error_3, \sigma_{Error_3}$
cgm-all	500	200	2.310,0.997	0.383,0.182
cgm-1-random	500	200	1.631,0.748	0.332,0.176
cgm-all	500	500	1.744,0.755	0.356,0.167
cgm-1-random	500	500	1.327,0.782	0.270,0.181
cgm-all	1000	200	1.778,0.526	0.282,0.073
cgm-1-random	1000	200	1.118,0.523	0.197,0.088
cgm-all	1000	500	1.241,0.715	0.246,0.159
cgm-1-random	1000	500	1.168,0.640	0.253,0.139

Tabla 3.15: Comparación de operadores de cruce para el modelo CGM

Vemos que aunque el margen entre ambos operadores es pequeño. El cruce correspondiente a cruzar 1 sola oferta seleccionada aleatoriamente, “cgm-1-random”, es mejor en todos los casos que el cruce “cgm-all”. Luego, éste será el cruce que emplearemos de ahora en adelante para los individuos del modelo CGM y los subindividuos del modelo GM.

Estudio de las funciones de fitness en el modelo GM

Las dos funciones fitness propuestas para el modelo GM, Fitness “intra-i” y Fitness “extra-i,” (ver sección 3.4.2) se han probado combinadas ambas, con los dos operadores definidos también para el modelo GM, “gm-1-random” y

“gm-all” (ver sección 3.4.1). Las funciones de fitness y cruce empleados para los subindividuos GM son $Fitness_{multi}$ y “cgm-1-random” respectivamente.

Recordemos que habíamos propuesto una función de fitness alternativa, $Fitness$ “extra-i”, al fitness convencional, $Fitness$ “intra-i”, que consiste en hacer competir cada firma de las que se compone un individuo contra las firmas de otro individuo seleccionado aleatoriamente de la población. Esta alternativa nos permite hacer un fitness mucho más adaptado al entorno, y por lo tanto que el fitness alcance más rápido su óptimo. Trataremos de demostrar esto con los experimentos reflejados en la tabla 3.16.

La tabla 3.16 contiene la media de los resultados de ejecutar 10 veces el algoritmo GM con cada combinación de parámetros: tipo de fitness ($Fitness$), tipo de operador de cruce (Cruce), número de individuos por población (Pop) y número de iteraciones (Iter).

Fitness	Pop	Iter	$Error_1, \sigma_{error_1}$	$Error_3, \sigma_{error_3}$
Cruce gm-all				
intra-i	500	200	12.742,4.032	2.245,0.885
extra-i	500	200	7.844,1.744	0.793,0.333
intra-i	500	500	5.708,1.880	1.252,0.443
extra-i	500	500	4.495,1.959	0.718,0.252
intra-i	1000	200	11.181,2.660	1.899,0.503
extra-i	1000	200	7.230,1.276	0.720,0.346
intra-i	1000	500	4.822,1.163	1.003,0.237
extra-i	1000	500	4.223,1.858	0.607,0.220
Cruce gm-1-random				
intra-i	500	200	35.972,17.795	4.131,2.317
extra-i	500	200	27.063,15.330	1.463,0.495
intra-i	500	500	4.268,1.746	0.899,0.410
extra-i	500	500	5.266,3.894	0.962,0.613
intra-i	1000	200	14.577,5.724	1.888,0.690
extra-i	1000	200	17.239,9.279	1.208,0.654
intra-i	1000	500	3.949,1.331	0.867,0.370
extra-i	1000	500	3.875,1.871	0.750,0.340

Tabla 3.16: Comparación $Fitness$ intra-i contra $Fitness$ extra-i para el modelo GM

En conclusión, podemos afirmar que el método de competición del fitness externo, “extra-i”, es ligeramente mejor en casi todos los casos de estudio que el “intra-i. Atenuándose esta diferencia a medida que crece el número de individuos y de iteraciones. Por lo que no tenemos razones para seleccionar una función

de fitness u otra, según lo cual hemos decidido tomar como fitness el fitness de cálculo convencional, “intra-i”.

Resumiendo, a la vista de los resultados obtenidos podemos decidir emplear como mecanismos de cruce y cálculo del fitness en la estrategia evolutiva, el fitness intraindividuo “intra-i” y el cruce de un subindividuo seleccionado aleatoriamente “gm-1-random” para el modelo GM.

Estudio de los operadores de cruce en el modelo GM

Se definieron dos operadores de cruce para el modelo GM por mimetismo con los operadores de cruce del modelo CGM, “cgm-1-random” y “cgm-all”.

El operador “gm-all” es un operador de cruce aritmético uniforme mimético con el operador CGM “cgm-all”. Como alternativa, y por similitud con el operador “cgm-1-random”, proponemos un nuevo operador de cruce para el modelo GM, que consistirá en seleccionar aleatoriamente una firma para cruzarla empleando “gm-1-random”, en vez de cruzarlas todas sistemáticamente, como se hace en el operador de cruce “gm-all”. Los resultados de la tabla 3.17 son la media de 10 ejecuciones para cada conjunto de parámetros: tipo de cruce (Cruce), número de individuos por población (Pop) y número de iteraciones (Iter).

Cruce	Pop	Iter	$Error_1, \sigma_{error_1}$	$Error_3, \sigma_{error_3}$
gm-all	500	200	12.742,4.032	2.245,0.885
gm-1-random	500	200	35.972,17.795	4.131,2.317
gm-all	1000	200	11.181,2.660	1.899,0.503
gm-1-random	1000	200	14.577,5.724	1.888,0.690
gm-all	500	500	5.708,1.880	1.252,0.443
gm-1-random	500	500	4.268,1.746	0.899,0.410
gm-all	1000	500	4.822,1.163	1.003,0.237
gm-1-random	1000	500	3.949,1.331	0.867,0.370

Tabla 3.17: Comparación de operadores de cruce para el modelo GM, “gm-1-random” y “gm-all” con el fitness extra-i

Se puede comprobar, que a medida que aumentan tanto el tamaño de la población como el número de iteraciones, el método “gm-1-random” mejora ligeramente, llegando incluso a mejorar al método “gm-all” a partir de 500 iteraciones. Con esto demostramos que el número de cruces no es totalmente decisivo en el problema que estamos resolviendo, ya que los errores ($Error_1$ y $Error_3$) no se han mejorado con el nuevo operador de cruce “gm-1-random” respecto al operador “gm-all” heredado del modelo CGM .

Resumen de resultados correspondientes a la Primera Fase

Si comparamos los mejores resultados obtenidos en una y otra estrategia podemos concluir que el modelo coevolutivo con el fitness $Fitness_{multi}$ es en todos los casos probados más eficaz que el modelo evolutivo equivalente, (ver tabla 3.18).

Modelo	Cruce/Fitness	Pop - Iter	$Error_1, \sigma_{error_1}$	$Error_3, \sigma_{error_3}$
GM	gm-all/Fitnes extra-i	500 - 200	7.844,1.744	0.793,0.333
CGM	cgm-1-random/Fitness _{multi}	500 - 200	1.631,0.748	0.332,0.176
GM	gm-1-random/Fitness intra-i	500 - 500	4.268,1.746	0.899,0.410
CGM	cgm-1-random/Fitness _{multi}	500 - 500	1.327,0.782	0.270,0.181
GM	gm-all/Fitness extra-i	1000 - 200	7.230,1.276	0.720,0.346
CGM	cgm-1-random/Fitness _{multi}	1000 - 200	1.118,0.523	0.197,0.088
GM	gm-1-random/Fitness extra-i	1000 - 500	3.875,1.871	0.750,0.340
CGM	cgm-1-random/Fitness _{multi}	1000 - 500	1.168,0.640	0.253,0.139

Tabla 3.18: Resumen de los resultados obtenidos para los modelos CGM y GM

Si analizamos los tiempos invertidos con una y otra estrategia los resultados siguen siendo favorables al modelo coevolutivo aunque no tan claramente, (ver tabla 3.19).

Modelo	Pop - Iter	$Error_1, \sigma_{error_1}$	$Time/Iter$ - Total Time (in sec)	Rate
GM	500 - 200	7.844,1.744	4.0 - 800	-
CGM	500 - 200	1.631,0.748	3.980 - 796.000	0.995
GM	500 - 500	4.268,1.746	4.0 - 2000	-
CGM	500 - 500	1.327,0.782	3.980 - 1990.000	0.995
GM	1000 - 200	7.230,1.276	7.97 - 1594	-
CGM	1000 - 200	1.118,0.523	7.950 - 1590.000	0.997
GM	1000 - 500	3.875,1.871	7.970 - 3985	-
CGM	1000 - 500	1.168,0.640	7.950 - 3975.000	0.997

Tabla 3.19: Comparación de los tiempos de ejecución de los modelo CGM y GM

3.7.5. Segunda fase: afinado del modelo resultante de la Primera Fase

Los resultados de aplicar nuestra metodología al problema de estudio en la Primera Fase nos han dado como configuración genética idonea el enfoque CGM

con función de fitness multi-objetivo, $Fitness_{multi}$, y operador de cruce “cgm-1-random”. Partiendo de esta configuración afinaremos los siguientes parámetros y en este orden:

1. Fitness competitivo.
2. Probabilidad de cruce.
3. Probabilidad de mutación.
4. Régimen evolutivo: generacional/permanente.
5. Migración entre subpoblaciones.

Todos los resultados obtenidos en esta fase se calcularán sobre una tamaño de población de hasta 500 individuos y 200 iteraciones.

El estudio de estos parámetros se realizará en dos bloques:

- En un primer bloque se determinarán el tipo de fitness competitivo y el porcentaje de probabilidad de cruce.
- Y en el segundo bloque se estudiarán los regímenes permanente y generacional junto con la probabilidad de mutación y la migración de individuos entre subpoblaciones.

Fitness competitivo

En la **Primera Fase** de los estudios experimentales la función de fitness $Fitness_{multi}$ sólo calculaba la competición con un individuo parásito seleccionado aleatoriamente de cada una del resto de poblaciones (a este fitness la denominaremos c-1⁴), por lo que debíamos comprobar si un fitness competitivo calculado sobre un mayor número de individuos parásito mejoraría nuestros resultados, y además habría que comprobar si el tiempo invertido con esa modificación podría ser asumible en términos relativos. Para ello se empleó un fitness idéntico al $Fitness_{multi}$ pero donde el cálculo se efectuara mediante la competición del individuo contra un porcentaje de individuos del pool. En concreto se seleccionó un porcentaje que se consideró razonable, exactamente del 20% de los individuos de cada una de las restantes poblaciones (a este fitness la denominaremos c-20). Se efectuaron pruebas con tamaños de población (Pop) de 100 a 500 y siempre con 200 iteraciones. Los resultados de la tabla 3.20 son la media de 10 ejecuciones con cada tamaño de población (Pop), y en la tabla 3.21 en encuentran los tiempo invertidos por cada experimento.

Vemos en la tabla 3.20 que a partir de poblaciones de 400 individuos los resultados con el Fitness “c-20” mejoran los resultados del Fitness “c-1”, pero a costa de un tiempo excesivo, como vemos en el detalle de la tabla 3.21.

⁴Por competición contra 1 individuo parásito del resto de poblaciones.

Pop	c-1 $Error_1, \sigma_{Error_1}$	c-20% $Error_1, \sigma_{Error_1}$
100	2.427,0.872	2.670,1.137
200	2.189,0.965	2.305,0.845
300	1.835,0.691	1.965,0.796
400	1.842,0.663	1.194,0.438
500	1.631,0.748	1.237,0.201

Tabla 3.20: Comparación de $Fitness_{multi}$ (“c-1”) con $Fitness_{multi}$ con competición contra el 20% de las poblaciones parásitos (“c-20”)

Pop	c-1 $\bar{T}/Iter - T$	c-20 $\bar{T}/Iter - T$	Rate T
100	0.850 - 170.000	16.3 - 3260.0	19.18
200	1.700 - 340.000	65.5 - 13100.0	38.52
300	2.550 - 510.000	147.0 - 29400	57.65
400	3.400 - 680.000	261.6 - 52320	76.94
500	3.980 - 796.000	408.9 - 81780	102.74

Tabla 3.21: Comparación de tiempos invertidos por $Fitness_{multi}$ (“c-1”) frente a $Fitness_{multi}$ (“c-20”). Unidades segs.

En concreto observamos que para 300 individuos y 200 iteraciones el tiempo se multiplica por más de 57, pasando de 8.5 minutos a 8 horas y el error $Error_1$ no se mejora, aunque para 500 individuos y 200 iteraciones la mejora del $Error_1$ es sustancial, el tiempo empleado con el Fitness “c-20” frente al Fitness “c-1” es de casi 103 veces, luego ya que la mejoría con el fitness competitivo “c-20” no justifica la relación de tiempo descartamos el Fitness c-20. Por ello, de momento los parámetros seleccionados en esta segunda fase serán:

1. Fitness competitivo: $Fitness_{multi}$ “c-1”.

Probabilidad de cruce

Se analizaron dos estrategias de probabilidad en la aplicación del operador de cruce:

- Probabilidad constante con estudio de los valores desde el 1% al 100%. Que es el tipo de probabilidad habitual en la aplicación de un operador de cruce y,
- Probabilidad decreciente con el entrenamiento. Se emplearon tres funciones diferentes para hacer descender la probabilidad de cruce con el entrenamiento.

La introducción de probabilidad de cruce decreciente fue debido a que las primeras pruebas realizadas con probabilidad de cruce constante durante todo el entrenamiento no lograban una estabilización de las poblaciones debido a un alto nivel de diversidad. Por esto, se planteó el empleo de un tipo de probabilidad que bajara la diversidad de forma paulatina durante el entrenamiento. Por ello todos los estudios realizados en la **Primera Fase** de esta sección se ejecutaron con una probabilidad de cruce descendente según la función lineal:

$$\begin{aligned} DescensoLineal(iter) &= 1 - \frac{iter}{N^{\circ}TotalIter} \\ ProbabilidadCruce(iter) &= 100 * DescensoLineal(iter) \end{aligned}$$

En la tabla 3.22 se recogen los resultados obtenidos con **probabilidad de cruce constante**. Estas pruebas consistieron en emplear un probabilidad constante desde 1% hasta 100% (P. Cruce) con el modelo CGM, con las funciones de fitness $Fitness_{multi}$ y $Fitness_{mono}$ y el operador de cruce “cgm-1-random”.

Se puede observar que a medida que aumenta la probabilidad de cruce el valor de $Fitness_{multi}$ empeora, y se obtiene un mínimo en probabilidad de cruce 10%. Esto indica que la diversidad de las poblaciones se mantiene alta hasta el final del entrenamiento del CGM cuando la probabilidad de cruce es todavía muy alta, por lo que no se obtiene una solución buena; por ello

Fitness	P. Cruce	$Error_1, \sigma_{Error_1}$	$Error_3, \sigma_{error_3}$
<i>Fitness_{multi}</i>	1	5.340,2.957	0.595,0.257
<i>Fitness_{mono}</i>	1	85.486,51.428	15.623,5.196
<i>Fitness_{multi}</i>	5	3.419,0.950	0.611,0.232
<i>Fitness_{mono}</i>	5	101.908,96.918	14.405,5.260
<i>Fitness_{multi}</i>	10	3.010,1.344	0.554,0.204
<i>Fitness_{mono}</i>	10	275.028,109.300	22.259,7.006
<i>Fitness_{multi}</i>	20	3.580,2.350	0.530,0.223
<i>Fitness_{mono}</i>	20	248.874,133.038	20.687,8.118
<i>Fitness_{multi}</i>	30	3.374,1.501	0.594,0.292
<i>Fitness_{mono}</i>	30	223.716,86.625	19.450,6.369
<i>Fitness_{multi}</i>	40	3.730,1.250	0.652,0.220
<i>Fitness_{mono}</i>	40	275.032,111.677	21.190,7.781
<i>Fitness_{multi}</i>	50	4.341,1.569	0.770,0.309
<i>Fitness_{mono}</i>	50	250.958,136.496	21.774,8.902
<i>Fitness_{multi}</i>	60	4.604,1.900	0.806,0.284
<i>Fitness_{mono}</i>	60	300.707,116.381	23.561,6.814
<i>Fitness_{multi}</i>	70	6.418,3.029	1.043,0.460
<i>Fitness_{mono}</i>	70	256.331,84.776	20.965,6.400
<i>Fitness_{multi}</i>	80	6.160,2.867	0.997,0.413
<i>Fitness_{mono}</i>	80	279.662,107.234	22.115,6.714
<i>Fitness_{multi}</i>	90	6.099,2.659	0.971,0.406
<i>Fitness_{mono}</i>	90	246.775,96.384	20.491,6.106
<i>Fitness_{multi}</i>	100	6.511,2.556	1.100,0.477
<i>Fitness_{mono}</i>	100	230.738,109.383	20.840,7.166

Tabla 3.22: Errores resultado de aplicar probabilidad de cruce constante de 10%-100% con el modelo CGM combinado con $Fitness_{multi}$ y operador de cruce “cgm-1-random”

hemos decidido el uso de una función de descenso del factor probabilidad de cruce. Los mejores errores $Error_1$ y $Error_3$, obtenidos con probabilidad de cruce constante, no mejoran los mejores resultados obtenidos con probabilidad de cruce con descenso lineal (resultados extraídos de la tabla resumen de la Primera Fase de esta sección, tabla 3.18), como se puede comprobar en la tabla 3.23.

P. Cruce	$Error_1, \sigma_{Error_1}$	$Error_3, \sigma_{error_3}$
Constante 10 %	3.010,1.344	0.554,0.204
Constante 20 %	3.580,2.350	0.530,0.223
DescensoLineal	1.631,0.748	0.332,0.176

Tabla 3.23: Comparación de los mejores resultados obtenido con probabilidad de cruce constante frente a probabilidad de cruce descendente con función lineal

Visto que el descenso lineal de probabilidad de cruce influye positivamente, se decidió ensayar con otro tipo de descensos de la probabilidad de cruce; para ello se seleccionaron dos **funciones de decrecimiento de la probabilidad** de cruce además del descenso lineal:

- Una función logística, prácticamente plana hasta las últimas iteraciones, que rebajase la probabilidad de cruce sólo en las últimas iteraciones.
- Por otro lado, se empleó una función parabólica de descenso más suave que la lineal al principio y más fuerte al final de tal forma que mantiene una probabilidad de cruce alta durante todo el horizonte de entrenamiento, aunque no tan alto como la logística.

$$\begin{aligned}
 DescensoLineal(iter) &= 1 - \frac{iter}{TotalIter} \\
 DescensoLogistico(iter) &= \frac{1}{1 + e^{iter - TotalIter}} \\
 DescensoParabolico(iter) &= \frac{PCruce_0 - \frac{PCruce_0}{TotalIter^2} iter^2}{PCruce_0}
 \end{aligned}$$

En el ejemplo de la figura 3.19 podemos ver las tres funciones de gradiente para un entrenamiento de 200 iteraciones.

Los resultados de aplicar diferentes combinaciones de los parámetros: tamaño de población (Pop) y función de descenso de probabilidad de cruce (F.Lineal, F.Logística y F.Parabólica) se recogen en la tabla 3.24.

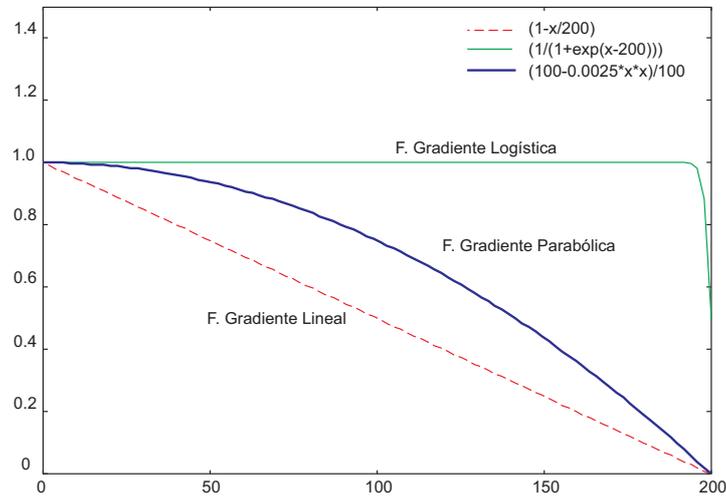


Figura 3.19: Funciones de gradiente de la probabilidad de cruce para 200 iteraciones

Pop	F.Lineal $Error_1, \sigma_{Error_1}$	F.Logística $Error_1, \sigma_{Error_1}$	F.Parabólica $Error_1, \sigma_{Error_1}$
100	2.427, 0.872	6.255, 2.651	2.488, 1.077
200	2.189, 0.965	6.184, 3.205	3.087, 1.700
300	1.835, 0.691	6.371, 2.823	2.974, 1.208
400	1.842, 0.663	6.864, 3.344	2.984, 1.253
500	1.631, 0.748	6.792, 3.124	1.184, 0.436
Pop	F.Lineal $Error_3, \sigma_{Error_3}$	F.Logística $Error_3, \sigma_{Error_3}$	F.Parabólica $Error_3, \sigma_{Error_3}$
100	0.411, 0.157	1.095, 0.500	0.465, 0.249
200	0.400, 0.213	0.932, 0.476	0.581, 0.361
300	0.342, 0.131	1.206, 0.530	0.595, 0.217
400	0.364, 0.149	1.140, 0.463	0.563, 0.250
500	0.332, 0.176	0.995, 0.370	0.183, 0.066

Tabla 3.24: Errores resultado de comparar probabilidad de cruce con diferentes funciones de descenso. Media de 10 ejecuciones.

Vemos que el descenso parabólico (F.Parabólica) mejora en algunos casos los resultados obtenidos con descenso lineal (F.Lineal), tanto para $Error_1$ como $Error_3$. Ya que estos resultados no son concluyentes, se prolongará el estudio de estas dos funciones de descenso con el resto de parámetros de la **Segunda Fase**. Los parámetros decididos en esta segunda fase son:

1. Fitness competitivo: **Fitness “c-1”**.
2. Probabilidad de cruce: **F.Lineal o F.Parabólica**.

Régimen evolutivo y probabilidad de mutación

Hasta ahora, hemos realizado el proceso de evolución de los individuos en régimen generacional; por lo tanto, hemos de averiguar si con régimen permanente podríamos mejorar los resultados.

Los operadores de cruce que hemos empleado en este trabajo incluían un factor de mutación (ver sección 3.7.4), por lo cual se valoró la posibilidad de no emplear este operador, pero dado que el régimen permanente tiene tendencia a estancarse en óptimos locales se ha optado por incluir en el estudio un operador de mutación.

En la tabla 3.25 se recogen los resultados obtenidos con operador de mutación aplicado con probabilidades positivas (Mut.) o bien sin la aplicación del mismo (probabilidad 0%), ambos combinados con las funciones de descenso de probabilidad de cruce Lineal y Parabólica (F.Lineal y F.Parabólica) y los regímenes generacional y permanente (Reg. Generacional y Reg. Permanente).

En la tabla 3.25 podemos observar que para el régimen generacional (Reg. Generacional), ambas funciones de descenso de probabilidad de cruce el error empeora a medida que aumenta el factor de mutación (Mut.), pasando por ejemplo el $Error_1$ para la F. Lineal de 1.631 (Mut. = 0.0%) a 3.131 (Mut. = 10.0%). Y, en cambio, para el régimen permanente (Reg. Permanente), hay una diferencia en las funciones de descenso, consistente en que para la función lineal (F.Lineal) es necesario introducir un factor de mutación alto (Mut. = 10%) para igualar los errores del régimen permanente; y en cambio para la función parabólica (F.Parabólica), dado que la probabilidad de cruce desciende de forma más lenta durante el entrenamiento (se mantiene alta durante todo el entrenamiento) no es necesario introducir este factor aleatorio que queda suplido por el propio operador de cruce. Esto se puede deducir del hecho de que los resultados obtenidos para el régimen permanente (Reg. permanente) con función parabólica (F.Parabólica) son prácticamente iguales para cada factor de mutación (Mut.).

A modo de resumen, en la tabla 3.26 hemos recogido los mejores resultados obtenidos con probabilidad de mutación nula (0%) y positiva (>0%), combinados con función de descenso de cruce F.Lineal y F.Parabólica para regímenes permanente y generacional (datos extraídos de la tabla 3.25). En esta tabla

	Reg. Generacional		Reg. Permanente	
Mut.	$Error_1, \sigma_{Error_1}$	$Error_3, \sigma_{Error_3}$	$Error_1, \sigma_{Error_1}$	$Error_3, \sigma_{Error_3}$
	F.Lineal			
0.0	1.631, 0.748	0.332, 0.176	26.732, 7.653	0.871, 0.338
0.5	<i>1.949, 0.834</i>	<i>0.373, 0.148</i>	5.496, 1.901	0.963, 0.519
1.0	2.323, 1.286	0.420, 0.183	5.043, 2.700	0.991, 0.819
5.0	3.024, 0.587	0.488, 0.083	3.437, 1.306	0.652, 0.171
10.0	3.132, 0.330	0.450, 0.073	3.003, 0.592	0.569, 0.159
	F.Parabólica			
0.0	1.184, 0.436	0.183, 0.066	2.227, 0.847	0.458, 0.215
0.5	<i>1.486, 0.718</i>	<i>0.274, 0.129</i>	2.586, 1.367	0.585, 0.311
1.0	2.167, 1.200	0.390, 0.206	2.126, 0.603	0.418, 0.151
5.0	2.819, 0.691	0.438, 0.111	2.596, 0.510	0.484, 0.103
10.0	3.236, 0.300	0.524, 0.075	2.848, 0.628	0.493, 0.146

Tabla 3.25: Errores resultado de aplicar regímenes generacional y permanente junto con probabilidad de mutación y funciones de descenso de cruce F.Lineal y F.Parabólica.

puede apreciarse, para el régimen generacional, que una probabilidad de mutación nula (Mut. = 0 %) es determinante si se combina con función de descenso parabólica (F. Parabólica).

En conclusión, en régimen generacional y con los dos tipos de función de descenso ensayados, se observa que la mutación influye negativamente en todos los casos. Por lo tanto, se descartará la probabilidad de mutación en régimen generacional. En lo que respecta al régimen permanente podemos decir que una mutación positiva influye positivamente si trabajamos con una función de descenso lineal. Pero comparando los mejores resultados, el régimen generacional es mejor que el permanente en aproximadamente un punto porcentual respecto al error $Error_1$ ($|1.184\% - 2.126\%| = 0.942\%$). No obstante antes de decidirnos por un esquema evolutivo, aguardaremos a los resultados del siguiente apartado donde analizaremos los dos esquemas evolutivos con migración entre subpoblaciones.

Régimen evolutivo y migración entre subpoblaciones

En problemas donde el dominio de soluciones factibles es tan amplio como en el que nos ocupa⁵ es necesario un número de individuos muy elevado, que nos

⁵Todas aquellas estrategias con pendiente positiva con clasificador basado en horas también crecientes.

Régimen	%Mut.	F.Cruce	$Error_1, \sigma_{Error_1}$	$Error_3, \sigma_{error_3}$
Generacional	0.0	F.Lineal	1.631, 0.748	0.332, 0.176
Generacional	0.5	F.Lineal	1.949, 0.834	0.373, 0.148
Generacional	0.0	F.Parabólica	1.184, 0.436	0.183, 0.066
Generacional	0.5	F.Parabólica	1.486, 0.718	0.274, 0.129
Permanente	0.0	F.Lineal	26.732, 7.653	0.871, 0.338
Permanente	10.0	F.Lineal	3.003, 0.592	0.569, 0.159
Permanente	0.0	F.Parabólica	2.227, 0.847	0.458, 0.215
Permanente	1.0	F.Parabólica	2.126, 0.603	0.418, 0.151

Tabla 3.26: Resumen de los mejores resultados con probabilidad 0 % y positiva, procedentes de los experimentos con régimen generacional y permanente combinado con probabilidades de mutación y funciones de descenso de probabilidad de cruce F.Lineal y F.Parabólica

suministre una población muy diversa para localizar la solución lo antes posible. Una solución para mantener una diversidad alta en las poblaciones, pero no basada en un factor de cruce o mutación alto, es el empleo de subpoblaciones. El algoritmo de generación del conjunto de nuevas poblaciones de un CGM en régimen generacional con subpoblaciones que hemos empleado es el de la tabla 3.27.

Los pasos que hemos seguido para determinar la configuración de migración óptima: número de subpoblaciones, probabilidad de migración y probabilidad de mutación, son los siguientes:

Paso 1) Inicialmente centraremos los valores de los parámetros. Para ello realizamos ensayos previos con 2, 4 y 10 subpoblaciones, probabilidad de migración 0.0 % y 5.0 % y probabilidad de mutación 0.5 % con régimen generacional y permanente.

Paso 2) Una vez tengamos localizados unos valores aproximados para los anteriores parámetros, nos centraremos en los factores probabilidad de mutación y número de subpoblaciones.

Paso 3) Y por últimos estudiaremos a fondo la probabilidad de migración.

Paso 1. Centrado de parámetros. En la tabla 3.28 se recogen las pruebas iniciales obtenidas con 2, 4 y 10 subpoblaciones (Sub.), probabilidad de migración 0 % y 5.0 % (Mig.) y probabilidad de mutación 0.5 %; todo ello tanto en régimen generacional como permanente con funciones de descenso de probabilidad de cruce (P.Cruce) F.Lineal y F.Parabólica.

Generación de nuevas poblaciones (*viejapob*)

-Necesita: *viejapob*. Lista de poblaciones a evolucionar.

```

begin
Foreach pob from viejapob do
  begin
    nuevapobpob = generanuevapob(viejapobpob)
    viejapobpob = nuevapobpob
  end;
evaluacion
- Se evalua cada población
migracion
- Se ejecuta la migración de individuos entre poblaciones
end

sub migracion()
Foreach pob do
  migracionpob(viejapobpob)
end
end

sub migracionpob(pob)
Foreach subpob from viejapobpob do
  if (random(ProbabilidadMigracion)) then
    best1 = selectbestfrom(demedeme)
    best2 = selectbestfrom(demedeme+1)
    swap(demedeme, demedeme+1, best1, best2)
  end
end
end

sub generatenuevapob(viejapob)
Foreach subpob from viejapobpob do
  - Se recorre cada individuo de la subpoblacion subpob
  For (ind = 0; ind < Individuos(subpob): ind+= 2)
    - Se seleccionan padres y se cruzan
    hijos = evolution(demedeme, ProbabilidadCruce)
    - Se mutan los hijos
    mutacion(hijos1, ProbabilidadMutacion)
    mutacion(hijos2, ProbabilidadMutacion)
    - Se colocan en la nueva poblacion
    nuevapob[ind] = hijos1
    nuevapob[ind+1] = hijos2
  end
end
return nuevapob
end

```

Tabla 3.27: Algoritmos de coevolución de un conjunto de población con subpoblaciones

		Reg. Generacional		Reg. Permanente	
Sub.Mig.		$Error_1, \sigma_{error_1}$	$Error_3, \sigma_{error_3}$	$Error_1, \sigma_{error_1}$	$Error_3, \sigma_{error_3}$
P.Cruce F.Lineal					
2	0	1.762,0.846	0.333,0.159	6.233,3.472	0.852,0.335
2	5	2.069,1.329	0.388,0.281	7.202,6.446	0.984,0.956
4	0	2.116,0.869	0.386,0.178	8.414,4.303	1.213,0.668
4	5	1.269,0.598	0.221,0.090	6.809,3.434	0.815,0.293
10	0	2.353,1.062	0.397,0.156	13.725,6.109	2.172,1.294
10	5	1.478,0.636	0.215,0.075	12.569,9.312	1.323,0.944
P.Cruce F.Parabólica					
2	0	1.911,0.720	0.381,0.120	1.478,0.655	0.266,0.131
2	5	1.622,0.973	0.246,0.116	1.197,0.653	0.227,0.138
4	0	1.686,0.709	0.289,0.058	1.882,0.960	0.355,0.183
4	5	1.685,0.840	0.277,0.156	1.044,0.501	0.184,0.079
10	0	2.092,1.095	0.341,0.138	5.160,9.053	0.561,0.586
10	5	2.169,1.522	0.292,0.117	1.585,0.949	0.271,0.194

Tabla 3.28: Errores resultado de aplicar regímenes generacional y permanente junto con 2, 4 y 10 subpoblaciones, probabilidad de mutación 0.5%, probabilidad de migración 0% y 5.0%, con funciones de descenso de cruce F.Lineal y F.Parabólica. Media de 10 ejecuciones.

Dado que las combinaciones de parámetros son muchas, en la tabla 3.29 se han recogido los mejores resultados para las funciones de descenso F.Lineal y F.Parabólica respecto a los regímenes generacional y permanente respectivamente obtenidos en la tabla 3.28.

Régimen	Sub.	Mig.	F.Cruce	$Error_1, \sigma_{Error_1}$	$Error_3, \sigma_{error_3}$
Generacional	4	5.0	F.Lineal	1.269,0.598	0.221,0.090
Generacional	4	0.0	F.Parabólica	1.686,0.709	0.289,0.058
Permanente	2	0.0	F.Lineal	6.233,3.472	0.852,0.335
Permanente	4	5.0	F.Parabólica	1.044,0.501	0.184,0.079

Tabla 3.29: Resumen de los mejores resultados procedentes de los experimentos con régimen generacional y permanente combinado con probabilidades de migración y funciones de descenso de cruce F.Lineal y F.Parabólica

A la vista de los resultados de la tabla resumen podemos decidir que los parámetros definitivos estarán en torno a los siguientes:

- Número de subpoblaciones: en torno a 4.
- Probabilidad de mutación: en torno a 0.5 %.
- Probabilidad de migración: por encima de 5 %.
- Régimen evolutivo: Permanente.

Paso 2. Probabilidad de mutación y número de subpoblaciones. Dado que estas últimas pruebas se han realizado con una probabilidad de mutación del 0.5 % y habíamos visto que la probabilidad podía ser un elemento negativo, para comprobar si esto se confirma hemos realizado ensayos también con probabilidad de mutación del 0 % (Mut.), 4 y 5 subpoblaciones (Sub.), con 0 % y 5.0 % de probabilidad de migración (Mig.), con función descenso F.Parabólica y régimen permanente (consultar tabla 3.30).

Observamos que se confirma lo que habíamos previsto, y es que la mutación nula mejora sensiblemente los resultados. Por lo que se ha optado por tomar probabilidad de mutación nula para el resto de ensayos. También se constata que el aumento de probabilidad de migración beneficia los resultados.

Paso 3. Probabilidad de migración. Ahora lo que nos resta es averiguar cual es la probabilidad óptima de migración. Para ello se ensayó con 4 y 5 subpoblaciones, régimen permanente, función de descenso de cruce F.Parabólica,

Sub.	Mig.	Mut.	$Error_1, \sigma_{Error_1}$	$Error_3, \sigma_{Error_3}$
4	0.0	0.5	1.882,0.960	0.355,0.183
4	0.0	0.0	1.847,0.656	0.302,0.086
4	5.0	0.5	1.044,0.501	0.184,0.079
4	5.0	0.0	0.926,0.418	0.173,0.068
5	0.0	0.5	2.234, 1.356	0.564,0.226
5	0.0	0.0	2.100,0.571	0.404,0.109
5	5.0	0.5	1.312,1.215	0.276,0.286
5	5.0	0.0	1.144,0.486	0.222,0.089

Tabla 3.30: Errores resultado de aplicar régimen permanente junto con 2, 4 y 10 subpoblaciones (Sub.), probabilidad de migración 0% y 5.0% (Mig.) y probabilidad de mutación 0.0 y 0.5% (Mut.), con funciones de descenso de cruce F.Parabólica. Media de 10 ejecuciones.

Sub.	Mig.	$Error_1, \sigma_{Error_1}$	$Error_3, \sigma_{error_3}$	%Aciertos Clas.
4	1	1.781,0.643	0.320,0.099	0
4	5	0.926,0.418	0.173,0.068	70
4	10	0.918,0.553	0.197,0.103	70
4	20	1.204,0.695	0.254,0.152	40
4	50	1.458,0.845	0.302,0.179	20
5	1	1.963,0.966	0.337,0.100	0
5	5	1.144,0.486	0.222,0.089	40
5	10	0.853,0.389	0.139,0.065	50
5	20	0.780,0.367	0.136,0.063	40
5	50	1.532,1.242	0.321,0.324	10

Tabla 3.31: Errores resultado de aplicar régimen permanente junto con 2, 4 y 10 subpoblaciones, probabilidad de mutación 0.0%, probabilidad de migración de 0%-50.0%, con funciones de descenso de cruce F.Parabólica. Media de 10 ejecuciones.

probabilidad de mutación de 0.0 % y probabilidades de migración desde 1.0 % hasta 50 % (ver tabla 3.31).

Se consideró interesante introducir una medida de la similitud lingüística de las reglas obtenidas respecto a las reglas reales. Para ello se introdujo la medida **%Aciertos Clas.**, que representa el porcentaje de veces que la solución obtenida (es decir las estrategias individuales de las empresas que compiten) presenta igual clasificador que la solución real. Valorando esta medida junto con los errores $Error_1$ y $Error_3$ podemos afirmar que no existe una configuración totalmente óptima entre los parámetros estudiados para el problema planteado, pero si se puede dar un rango de configuraciones óptimas que son aquellas entre los 4 y 5 subpoblaciones y 5 % y 20 % de probabilidad de migración.

En resumen, concluimos que el rango de valores de configuración óptimos respecto al uso de subpoblaciones es:

- Probabilidad de cruce: **F.Parabólica**
- Probabilidad de mutación: **0.0 %**
- Régimen evolutivo: **Régimen permanente.**
- Número de subpoblaciones: **4-5.**
- Probabilidad de migración: **5 %-20.0 %**

Resumen de resultados correspondientes a la Segunda Fase

A la vista de los experimentos realizados en las Primera y Segunda Fase (ver tabla 3.32) podemos concluir la mejor configuración genética para el modelo CGM se logra con los siguientes parámetros:

- Régimen evolutivo: Permanente
- Número de subpoblaciones: 5
- Número de individuos por población: 500
- Probabilidad de cruce: F.Parabólica
- Probabilidad de mutación: 0.0 %
- Probabilidad de migración: 20 %.

Régimen	Sub.	Mig.	Mut.	F.Cruce	$Error_1, \sigma_{error_1}$	$Error_3, \sigma_{error_3}$
Generacional	4	5	0.5	F.Lineal	1.269,0.598	0.221,0.090
Generacional	4	0	0.5	F.Parabólica	1.686,0.709	0.289,0.058
Permanente	4	5	0.0	F.Parabólica	0.926,0.418	0.173,0.068
Permanente	4	10	0.0	F.Parabólica	0.918,0.553	0.197,0.103
Permanente	5	20	0.0	F.Parabólica	0.780,0.367	0.136,0.063

Tabla 3.32: Resumen comparativo de los mejores resultados obtenidos en la Segunda Fase

3.7.6. Comparativa con análisis clásico de los datos

En la sección 3.5, definimos un método alternativo a nuestros modelos CGM y GM denominado KGM, donde el clasificador de mercados está disociado de las estrategias. En esta sección evaluaremos la efectividad de este método sobre el escenario de estudio frente a los métodos basados en un clasificador acoplado a las estrategias de generación, CGM y GM.

Recordemos que el método KGM consiste en dos pasos:

- Una clasificación de los puntos de mercado mediante el algoritmo K-Means, más
- Una aproximación de los clusters resultantes mediante la aplicación del algoritmo CGM sin clasificador. En concreto se empleó la configuración genética óptima obtenida en la Segunda Fase del sección de resultados experimentales.

El algoritmo K-Means requiere como entrada el número de clusters que se desea obtener. Por lo cual hemos decidido experimentar con dos modelos KGM: un modelo KGM sin clustering “1-KGM” y otro con dos clusters, “2-KGM”, dado que nuestro problema presenta dos clusters (ver sección 3.7.1).

Aplicación de 1-KGM

El modelo 1-KGM consiste en el clustering nulo, donde se considerará como único cluster la nube de puntos de mercados completa. En la figura 3.20 se comparan las ofertas agregadas reales O_{ag1} y O_{ag2} , frente a la oferta agregada resultante de aplicar 1-KGM, $1-KGM_{ag}$.

La curva $1-KGM_{ag}$ es la suma de las ofertas individuales de las 4 empresas competidoras, y estas han sido obtenidas ejecutando el algoritmo CGM sin clasificador, lo que equivale a minimizar el fitness $Fitness_{multi}$ para cada estrategia individual.

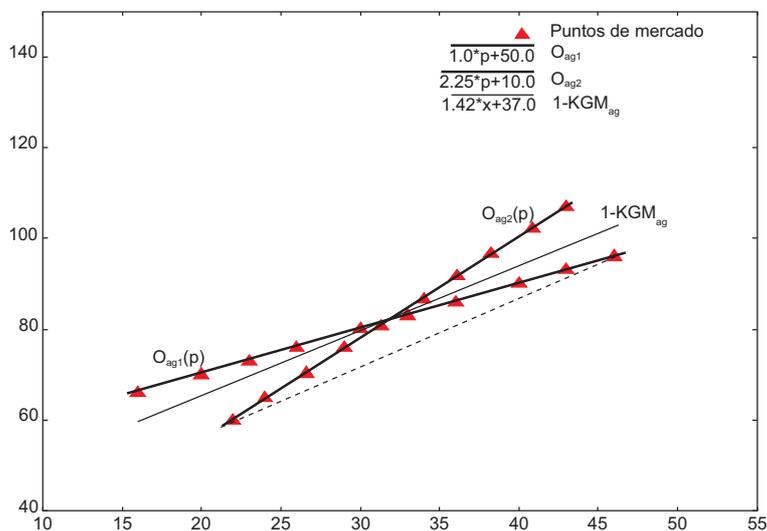


Figura 3.20: Comparativa de la oferta agregada real frente a la oferta agregada resultantes del modelo 1-KGM

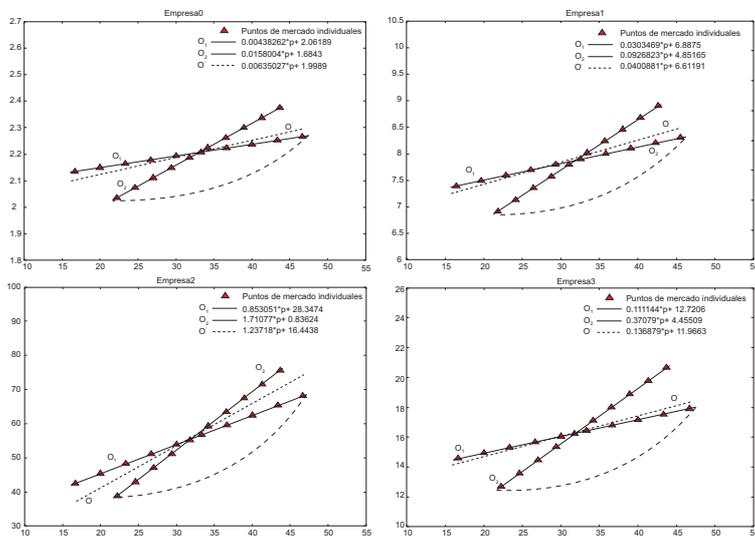


Figura 3.21: Comparativa de la oferta individuales reales frente a las ofertas individuales del modelo 1-KGM

En la figura 3.21 observamos que las ofertas individuales estimadas para cada empresa, O'_i , no se corresponden con la regresión lineal (curva con línea discontinua) a los puntos individuales de mercado puesto que las ofertas individuales deben seguir la condición de igual beneficio unitario. Esta particularidad es la que origina que la distribución de mercados sea muy parecida a la de las ofertas individuales reales, O_1 y O_2 , ya que para una parte de los puntos de mercado individuales, las ofertas O'_i generan menos energía y para otra parte de los puntos de mercado individuales generan más energía. En concreto, la solución 1-KGM mostrada obtiene un error $Error_1$ del 3.716% y un $Error_3$ del 0.423%.

Aplicación de 2-KGM

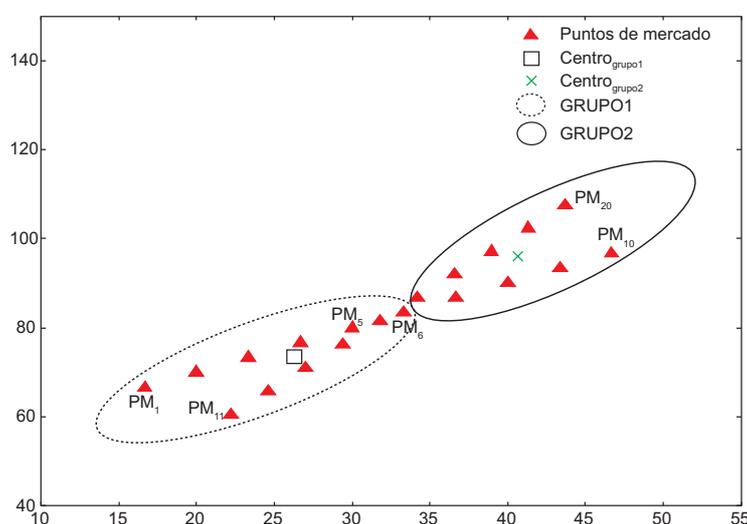


Figura 3.22: Clustering resultante de aplica K-Means para 2 clusters

A priori, puede parecer que la solución 1-KGM es mejorable empleando el modelo 2-KGM, ya que en la solución 2-KGM vamos a tener más flexibilidad al disponer de dos ofertas para cada empresa. El clustering de los puntos de mercado que se obtuvo tras aplicar el clustering 2-KGM fue el de la figura 3.22.

Si calculamos una regresión lineal para cada cluster de puntos de mercado resultante del clustering de 2-KGM (ver figura 3.23), no podemos asegurar con antelación que el valor de la medida de error de cuota de mercado porcentual, $Error_3$, vayan a ser mejores que para el modelo 1-KGM. Y esto es debido a que la correlación de las variables precio y cantidad en los dos clusters resultantes de aplicar 2-KGM (ver tabla 3.33) es peor que la correlación de las variables

Modelo/Cluster	Centro (p, q)	Ptos Mercado	C.Pearson(p,q)
1-KGM	-	1-20	0.904
2-KGM/GRUPO1	25.94, 73.13	1-6, 11-15	0.802
2-KGM/GRUPO2	40.09, 94.83	7-10, 16-20	0.629

Tabla 3.33: Resultados del clustering mediante K-Means para 1 y 2 clusters

precios y cantidad en la nube completa de puntos de mercado del modelo 1-KGM. Aunque esto no tiene porque afectar a la medida de error $Error_1$, ya que la estimación de la cantidad de energía a producir es independiente entre los puntos de mercado.

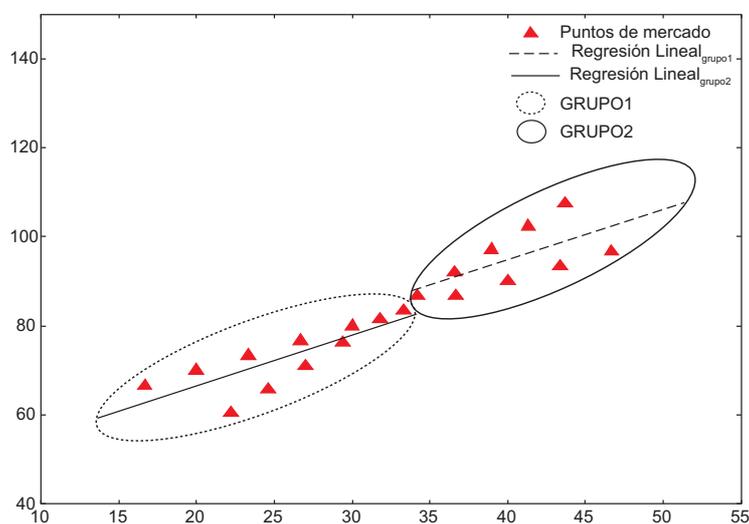


Figura 3.23: Regresiones al resultado del clustering resultante de aplicar K-Means para 2 clusters

No obstante, si comparamos las ofertas individuales resultantes de emplear 1-KGM, O' , y 2-KGM, O'_{2c} , (ver figura 3.24) vemos que la solución en ambos casos es muy similar y a simple vista es difícil determinar cual es mejor solución.

Por ello, en la tabla 3.34 hemos recogido los errores $Error_1$ calculados por empresa i -ésima, $Error_1^{empi}$, tras aplicar los modelos 1-KGM y 2-KGM.

Vemos que la aproximación mediante 2-KGM es mejor en todos los casos, lo cual nos hace suponer que a mayor número de clusters más reduciremos el error. Esto podría ser operativo para un número pequeño de mercados y distribuidos de una forma muy especial, como es el caso que nos ocupa. Por el contrario, para un número más grande de mercados con una distribución

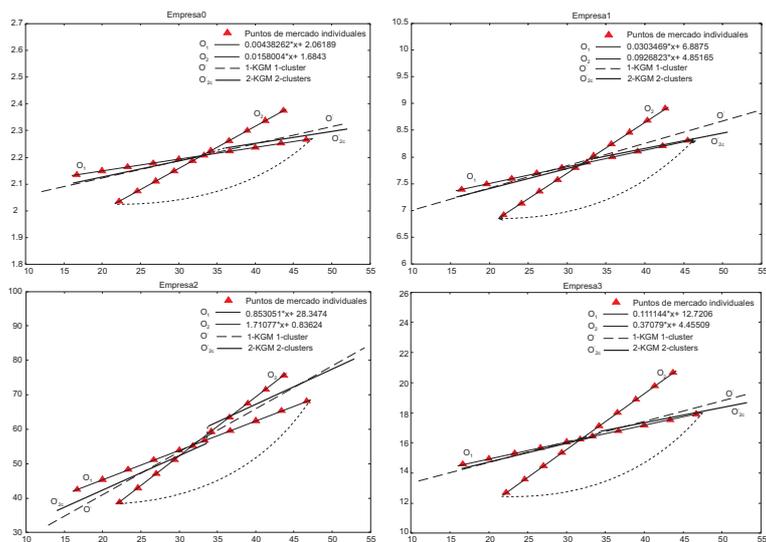


Figura 3.24: Comparativa de las ofertas individuales calculadas con 1-KGM y 2-KGM

Modelo	$Error_1^{emp0}$	$Error_1^{emp1}$	$Error_1^{emp2}$	$Error_1^{emp3}$
1-KGM	1.67	2.57	5.68	4.95
2-KGM	1.61	2.43	5.52	4.76

Tabla 3.34: Comparativa de $Error_1$ cometidos individualmente para cada empresa empí con los modelos 1-KGM y 2-KGM

con una correlación más baja, la solución mediante la alternativa clásica aquí mostrada no daría resultados válidos.

A título comparativo, en la figura 3.25 se muestra una de las soluciones obtenidas con el método CGM con clasificador acoplado, obtenidas con la configuración: 500 individuos, 200 iteraciones y 4 subpoblaciones.

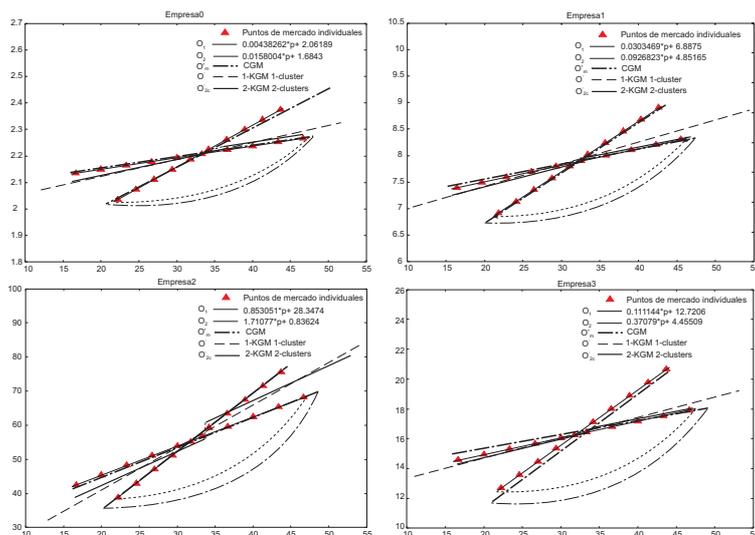


Figura 3.25: Comparativa de las ofertas individuales calculadas con el método CGM propuesto vs. 1-KGM y 2-KGM. O_i =Ofertas reales. O'_m =Ofertas estimadas.

Resumen de resultados comparativos entre los modelos GM, CGM, 1-KGM y 2-KGM

Para finalizar, hemos recogido en la tabla 3.35 los mejores resultados obtenidos tanto con los modelos genéticos GM y CGM como con los modelos n-KGM

En el problema concreto planteado, en términos de la distribución de cuotas de mercado entre las 4 empresas, vemos que, debido a la relación topológica de los puntos de mercado, la mejora respecto a los planteamientos clásicos de comparación es mínima, como se puede ver en el diagrama de distribución de cuotas de mercado de las cuatro empresas en la figura 3.26.

No ocurre lo mismo con la medida de error $Error_1$ (ver tabla 3.35) donde el método CGM obtiene un valor inferior en 4 veces y media al error obtenido con el mejor de los planteamientos n-KGM.

Modelo	$Error_1, \sigma_{Error_1}$	$Error_3, \sigma_{Error_3}$
GM	7.844, 1.744	0.793, 0.333
CGM	0.780, 0.367	0.136, 0.063
1-KGM	3.716, 0.0	0.423, 0.0
2-KGM	3.580, 0.0	0.515, 0.0

Tabla 3.35: Resumen de los mejores resultados obtenidos con los modelos GM, CGM, 1-KGM y 2-KGM

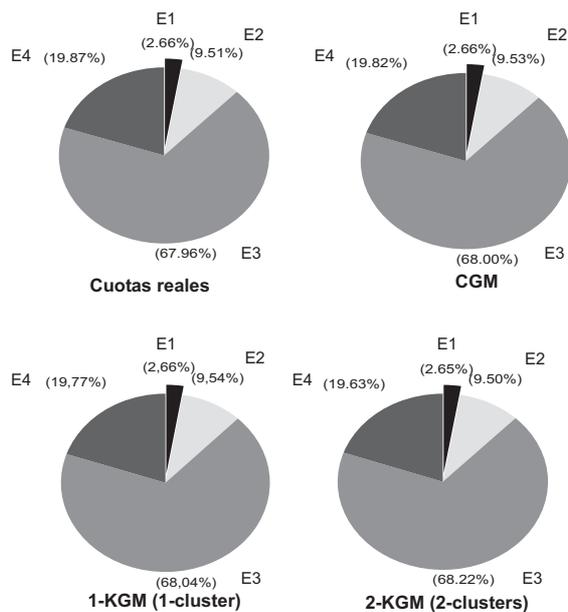


Figura 3.26: Comparativa de la distribución real de mercado frente a las distribuciones obtenidas con la mejor solución CGM, la solución 1-KGM y 2-KGM

3.8. Discusión y aplicación práctica de los resultados

Veremos la relevancia de nuestro algoritmo empleándolo en la resolución de un problema práctico. Supongamos que deseamos predecir que ocurriría a nivel global en un pool si un firma modifica su estrategia, aumentando por ejemplo la cantidad que oferta pero sin modificar el precio. Dado que trataremos con una demanda decreciente (a mayor cantidad demandada, menor precio de compra), si la demanda pudiera absorber la nueva oferta, se podría esperar que la cantidad total vendida en el pool se incrementaría y que por lo tanto el precio se decrementaría (ver figura 3.27). Sin embargo, el reparto de cuota de mercado entre las firmas también cambiará, y la firma que ha modificado su estrategia puede ver aumentado su beneficio, aún con un precio menor.

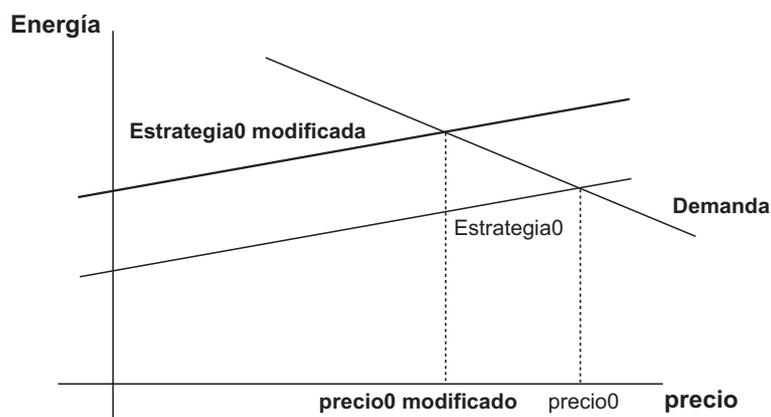


Figura 3.27: Representación de la modificación de una estrategia

Hemos asumido que el cambio efectuado en la firma modificada es lo suficientemente pequeño como para que las firmas restantes no reaccionen alterando sus respectivas estrategias. En el caso de que no esto no fuera así, el algoritmo CGM no sería válido y deberíamos aplicar el algoritmo que definiremos en capítulo siguiente, capítulo 4, con el que podremos simular la reacción del pool ante variaciones en este.

El esquema que se seguirá para estudiar la bondad del modelo aplicado a la hora de predecir la evolución del mercado ante un cambio ligero en una estrategia es el siguiente:

1. Se ejecuta una primera simulación sobre el conjunto de puntos de mercado estudiados, en la que el pool estará compuesto por la estrategia original

a estudiar (conocida por la firma que está haciendo uso de nuestro algoritmo) y como estrategias competidoras las estimadas empleando alguno de los modelos en este capítulo (CGM, GM o n-KGM). De esta forma obtendremos el beneficio de cada firma sin alteración alguna.

2. A continuación, se altera ligeramente la estrategia de la firma de estudio. Esta alteración puede realizarse tanto en el precio como en la cantidad.
3. Una vez realizada la modificación, se calcula de nuevo el beneficio de la firma modificada, empleando de nuevo las estrategias estimadas mediante el modelo empleado en el paso 1, y manteniendo fija la estrategia de la firma modificada. Esto se puede hacer gracias a que hemos supuesto la ausencia de reacción de las firmas competidoras.

De esta forma, calcularemos la fidelidad de un modelo determinado a la hora de reflejar las variaciones aplicadas sobre una estrategia del pool. Para calcular esta fidelidad, aplicaremos los tres pasos de nuestro esquema de medición de la variación sobre el pool estimado y sobre el pool original.

3.8.1. Resultados experimentales

Marco de trabajo

Nuestro marco de trabajo se divide en dos partes bien diferenciadas:

- Por un lado, tenemos un problema artificial de ensayo que resolveremos (nube de puntos de mercado, funciones de coste, ...) mediante los tres modelos propuestos en este capítulo, así como la configuración genética con que enfrentaremos dicho problema.
- Por otro lado, las firmas y estrategias de generación seleccionadas para para su modificación, así como los valores tomados para dicha modificación.

Como problema de ensayo se ha empleado la nube de puntos de mercado con forma de aspa presentada en la sección 3.7. Los puntos de mercado de esta nube corresponden al resultado de la competición de cuatro firmas.

Todos los ensayos se ha realizado empleando los parámetros genéticos de la tabla 3.36 (nomenclatura tomada de [50]).

Una vez inducidas las estrategias de generación a partir de la nube de puntos de mercado se debe decidir sobre qué firmas aplicaremos la modificaciones para su estudio. En el contexto de los mercados estudiados, la distribución de cuotas de mercado y beneficios de las estrategias originales son las de la tabla 3.37.

A la vista de las grandes diferencias entre las cuatro firmas, hemos decidido tomar como firmas a analizar la firma de menor cuota de energía, la firma 0, y

Parámetro	Valor
Selección:	Torneo
Tam. del torneo:	4
N° de poblaciones:	4 en CGM
Ind. por población:	500-1000
N° de iteraciones:	200-500
Prob. de cruce:	Desc.lineal desde 100.0%

Tabla 3.36: Configuración de los parámetros genético empleados en los experimentos desarrollados en esta sección.

	Firma0	Firma1	Firma2	Firma3
Energía (Khw)	44.1	157.6	1126.2	329.2
Cuota Energía(%)	2.7	9.5	68.0	19.9
Beneficio (Khw)	883.2	3189.3	23887.3	6799.7
Cuota Beneficio(%)	2.5	9.2	68.7	19.6

Tabla 3.37: Distribución de las cuotas de mercado y beneficio de las firmas reales analizadas respecto a la nube de puntos de mercado en estudio.

la de mayor cuota de energía, la firma 2. Se han estudiado los pools estimados mediante los modelos GM, CGM y n-KGM (donde n es el número de clusters). Inicialmente, supondremos que somos la firma 0, que es la firma con menor cuota de mercado. Se incrementará su oferta en un 1% y se evaluarán sus resultados. Posteriormente se experimentará con una modificación del 5%. Por último, se efectuará un experimento idéntico, pero desde el punto de vista de la firma 2, que es la firma con mayor cuota de mercado.

Medidas de error

Se han empleado dos tipos de medidas en el análisis de los resultados obtenidos:

- Se han empleado las funciones de error ya utilizadas en el apartado de “Medidas de bondad” correspondientes a la sección “Resultados numéricos”, sección 3.7.2, para medir la distancia entre las curvas estimadas y las curvas de oferta originales:
 - $Error_1$ mide el error porcentual medio de la energía estimada para todas las firmas para cada mercado.

- $Error_2$ mide el error porcentual medio de la cuota de energía estimada para cada mercado para todas las firmas.
- En lo que respecta a la medición de las fluctuaciones de los beneficios y energía vendida, se han empleado dos medidas diferentes:
 - Como medida de la influencia de los cambios aplicados a las estrategias de la firma E_i , se ha empleado la variación porcentual del beneficio o la energía según el caso, $\Delta(BE_i)$ o $\Delta(EE_i)$:

$$\Delta(BE_i) = \frac{Beneficio_{despues} - Beneficio_{antes}}{Beneficio_{antes}} \%$$

$$\Delta(EE_i) = \frac{Energía_{despues} - Energía_{antes}}{Energía_{antes}} \%$$

Donde los subíndices, *antes* y *despues* hacen referencia a la medición del valores antes y después de la aplicar la variación sobre la firma de estudio.

- Para medir el error originado por las estrategias estimadas respecto a las estrategias reales en la simulación de la variación del beneficio, se ha empleado la medida ErrorP, que sólo mide el error respecto a la firma modificada E_i .

$$ErrorP = \frac{\Delta(BE_i \text{ Pool Estimado}) - \Delta(BE_i \text{ Pool Real})}{\Delta(BE_i \text{ Pool Real})} \%$$

Variación de la firma de menor cuota de mercado

En el caso de la empresa 0, y dado que el rango de valores en el que se mueven sus cuotas de energía y beneficio son bastante bajas respecto al resto de firmas (ver tabla 3.37) hemos tenido que modificar los coeficientes independientes de sus dos prototipos, para obtener una variación apreciable en sus valores de energía vendida, ΔEE_0 , y beneficio, ΔBE_0 , (ver tabla 3.38). En concreto se ha empleado variaciones del +1% y del +5% (Mod.).

Las variaciones del +1% y +5% aplicadas a la estrategia de la firma 0 ha ocasionado un aumento similar en términos porcentuales en los valores de energía vendida y beneficio obtenido.

Si calculamos las variaciones para el resto de firmas competidoras, (ver tabla 3.39); podemos apreciar que prácticamente no existe reacción del resto de firmas a las modificaciones aplicadas sobre la estrategia de la firma 0. De hecho, la

Mod.	<i>Prototipo</i> ₀	<i>Prototipo</i> ₁	ΔBE_0	ΔEE_0
+0 %	$44e-4p+2.06$	$16-3p+1.68$	+0.00 %	+0.00 %
+1 %	$44e-4p+2.08$	$16-3p+1.70$	+1.00 %	+0,85 %
+5 %	$44e-4p+2.17$	$16-3p+1.77$	+4.99 %	+4.24 %

Tabla 3.38: Fluctuación de las cantidades de energía y beneficio de la firma 0 tomando el pool de estrategias original

reacción mayor es de un +0.18 % frente a una modificación del +4.99 %. Esto va a permitir que los modelos a probar, que no tienen en cuenta estas posibles reacciones, simulen correctamente la variación aplicada sobre la firma 0.

E.	$\Delta B +1 \%$	$\Delta E +1 \%$	$\Delta B +5 \%$	$\Delta E +5 \%$
0	+1.00 %	+0.85 %	+4.99 %	+4.24 %
1	-0.03 %	-0.003 %	-0.15 %	-0.01 %
2	-0.04 %	-0.01 %	-0.18 %	-0.06 %
3	-0.03 %	-0.006 %	-0.17 %	-0.03 %

Tabla 3.39: Fluctuación de las cantidades de energía y beneficio de las firmas competidoras tomando el pool de estrategias original cuando se rectifica la firma 0. F = Firma. ΔE = Variación de Energía. ΔB = Variación Beneficio.

Variación de la firma de mayor cuota de mercado

En el caso de la firma de mayor cuota de mercado, hemos optado por aplicar una variación porcentual similar al de la firma 0, aunque de signo negativo (Mod.) y sólo en una de las estrategias prototipo, con el fin de obtener una variación más pequeña y de diferente signo en los valores de beneficio, ΔBE_2 , y energía, ΔEE_2 , (ver tabla 3.40).

Mod.	<i>Prototipo</i> ₀	<i>Prototipo</i> ₁	ΔBE_2	ΔEE_2
+0 %	$0,85p + 28.35$	$1,71p + 0,83$	+0 %	+0 %
-1 %	$0,85p + 28.06$	$1,71p + 0,83$	+0.05 %	-0.18 %
-5 %	$0,85p + 26.93$	$1,71p + 0,83$	+0.24 %	-0.90 %

Tabla 3.40: Fluctuación de las cantidades de de energía y beneficio de la firma 2 tomando el pool de estrategias original

En concreto, las modificaciones aplicadas a la estrategia de la firma 2 han originado un aumento del valor de beneficio muy leve pero por el contrario, una disminución también muy leve de la cantidad de energía vendida.

Si calculamos las variaciones para el resto de firmas competidoras, (ver tabla 3.41); podemos apreciar que, a pesar de que la rectificación elegida para modificar la firma 2 ocasiona variaciones más pequeñas en la energía y en el beneficio que en el caso de la firma 0, las firmas competidoras experimentan una fluctuación en sus beneficios y energía vendida superior a las fluctuaciones de la firma modificada. Esto conllevará un peor comportamiento de nuestros modelos, que no esperan tal reacción. En la siguiente sección confirmaremos tal afirmación.

Firma	$\Delta B +1\%$	$\Delta E +1\%$	$\Delta B +5\%$	$\Delta E +5\%$
0	+0.25 %	+0.01 %	+1.23 %	+0.05 %
1	+0.25 %	+0.02 %	+1.26 %	+0.09 %
2	+0.05 %	-0.18 %	+0.24 %	-0.90 %
3	+0.26 %	+0.03 %	+1.29 %	+0.16 %

Tabla 3.41: Fluctuación de las cantidades de energía y beneficio de las firmas competidoras tomando el pool de estrategias original cuando se rectifica la firma 2

Comparativa final

En la tabla 3.42 se recogen los beneficios antes y después de la modificación de las estrategias estudiadas (B_{antes} y $B_{despues}$), el incremento absoluto del beneficio obtenido por la firma (Inc.) y el error porcentual de estimación de la fluctuación de beneficio (ErrorP) cometidos por los diferentes modelos tras aplicar modificaciones sobre las estrategias de las firmas 0 y 2 (Mod.).

Se puede observar que el modelo CGM presenta el error porcentual más bajo de los errores máximos (CGM, error porcentual máximo 5.238 %) de todos los modelos estudiados; 1-KGM es el segundo, con un 21 % de error, después GM con un 48 % y finalmente 2-KGM. Estos resultados sugieren que el clustering desacoplado (n-KGM) no es excesivamente efectivo. Además, aun cuando el ajuste a los puntos de mercado es mejor cuando el número de clusters es 2 (ver tabla 3.43) esto no implica que el pool resultante sea más parecido al pool real. Esto se corrobora empíricamente en la tabla 3.42, donde el método 2-KGM obtiene un error del 83 % frente a un 21 % del modelo 1-KGM. También, es interesante observar que, como habíamos previsto, los mayores errores ErrorP de todos los modelos, incluido CGM, se dan con la firma 2. Esto último, es debido a que las firmas competidoras presentan una reacción incluso mayor que la variación aplicada sobre la firma 2 (ver tabla 3.41).

Mod.	Modelo	B_{antes}	B_{desp}	Inc.	ErrorP
Firma 0					
1.0 %	Real	883.215	892.036	+8.821	0.000
1.0 %	CGM	883.159	891.981	+8.822	0.001
1.0 %	GM	881.222	890.113	+8.891	0.794
1.0 %	1-KGM	886.326	895.139	+8.813	0.091
1.0 %	2-KGM	864.214	872.573	+8.359	5.238
5.0 %	Real	883.215	927.287	+44.072	0.000
5.0 %	CGM	883.159	927.237	+44.078	0.014
5.0 %	GM	881.222	925.650	+44.428	0.808
5.0 %	1-KGM	886.326	930.357	+44.031	0.093
5.0 %	2-KGM	864.214	905.969	+41.755	5.257
Firma 2					
1.0 %	Real	23887.3	23899.6	+12.3	0.000
1.0 %	CGM	23929.2	23942.0	+12.8	4.065
1.0 %	GM	23593.6	23601.3	+7.7	37.398
1.0 %	1-KGM	23922.9	23932.7	+9.8	20.325
1.0 %	2-KGM	23893.6	23915.5	+21.9	78.049
5.0 %	Real	23887.3	23944.7	+57.4	0.000
5.0 %	CGM	23989.5	23929.2	+60.3	5.05
5.0 %	GM	23593.6	23629.0	+35.4	38.33
5.0 %	1-KGM	23922.9	23968.1	+45.2	21.25
5.0 %	2-KGM	23893.6	23998.9	+105.3	83.45

Tabla 3.42: Errores de estimación de incrementos de beneficios obtenidos al aplicar los Pools Real, GM, CGM y n-KGM

Modelo	$Error_1, \sigma_{Error_1}$	$Error_3, \sigma_{Error_3}$
GM	7.844, 1.744	0.793, 0.333
CGM	0.780, 0.367	0.136, 0.063
1-KGM	3.716, 0.0	0.423, 0.0
2-KGM	3.580, 0.0	0.515, 0.0

Tabla 3.43: Resumen de los mejores resultados de ajuste a las estrategias reales obtenidos con los modelos GM, CGM, 1-KGM y 2-KGM

Capítulo 4

Estimación de Estrategias Óptimas en el Mercado Eléctrico Español

4.1. Introducción

En el capítulo anterior, hemos resuelto un problema de análisis de mercados eléctricos. Ese problema consistía en obtener un modelo de estrategias de generación tomando como partida un histórico de puntos de mercado.

En el presente capítulo afrontamos el segundo objetivo planteado en nuestro trabajo. Este problema consistirá en obtener un modelo de generación **óptimo** no cooperativo para un histórico de mercados, y que también puede aplicarse en combinación con una previsión de demanda a escenarios futuros. Es decir, vamos a obtener el modelo de generación mejor que podrían enviar al pool los competidores sin cooperar entre sí. Dicha cooperación, de darse, está penada legalmente en el mercado eléctrico Español.

En concreto, el problema que resolveremos es el problema de Cournot, pero con una estructura, tanto de ofertas como de costes, mucho más flexible que la propuesta en el planteamiento original de Cournot (ver sección 2.2.2). Para abordar el problema, emplearemos la metodología definida en la sección 2.4.

4.1.1. Flexibilización del problema original de Cournot

En el problema original de Cournot, las firmas competidoras tratan de maximizar su beneficio suponiendo dada la cantidad de producción de los competidoras.

$$\text{Max}\pi(q_1) = q_1 p(q) - C_1(q_1)$$

$$\text{Max}\pi(q_2) = q_2 p(q) - C_2(q_2)$$

donde $q = q_1 + q_2$. Es decir, cada firma i -ésima oferta una cantidad q_i , siendo relativamente fácil resolver analíticamente el sistema de ecuaciones que este planteamiento genera (ver sección 2.2.2). Para una mejor comprensión del problema estudiaremos la representación gráfica de la competición del duopolio de Cournot.

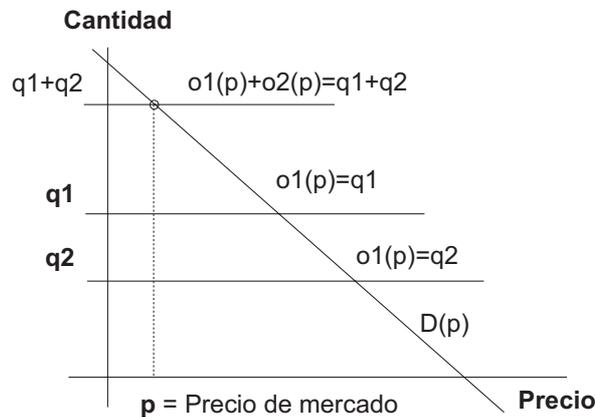


Figura 4.1: Punto de equilibrio: p , q_1 , q_2

En la figura 4.1 representamos el punto de equilibrio de un duopolio, siendo q_1 y q_2 las ofertas óptimas de Cournot. En el problema de la figura 4.1 se plantea una única función de demanda, $D(p)$. En el mercado real, para cada hora del día existe una demanda distinta, que en general podremos agrupar según las variables estudiadas en el apéndice A.1 ¹. Por lo tanto, si tratamos de obtener los puntos de equilibrio mediante el modelo de Cournot para una serie de funciones de demanda, tendremos que estudiar cada demanda por separado, ya que las estrategias de generación del problema de Cournot son constantes y por lo tanto deberían de ser distintas para demandas diferentes. Para aclarar este extremo, hemos propuesto dos modelos de representación de estrategias simples y alternativos al modelo de Cournot además del propuesto en nuestra

¹Nivel de energía relativa al día, hora del día, temperatura del aire y día de la semana.

metodología. Para describir estos nuevos modelos vamos a emplear el problema de la figura 4.2, en la que representamos cuatro puntos de equilibrio con las respectivas soluciones de Cournot $((q_1^i, q_2^i, p^i)_{i=1}^4)$ correspondientes a cuatro demandas, D_1 a D_4 .

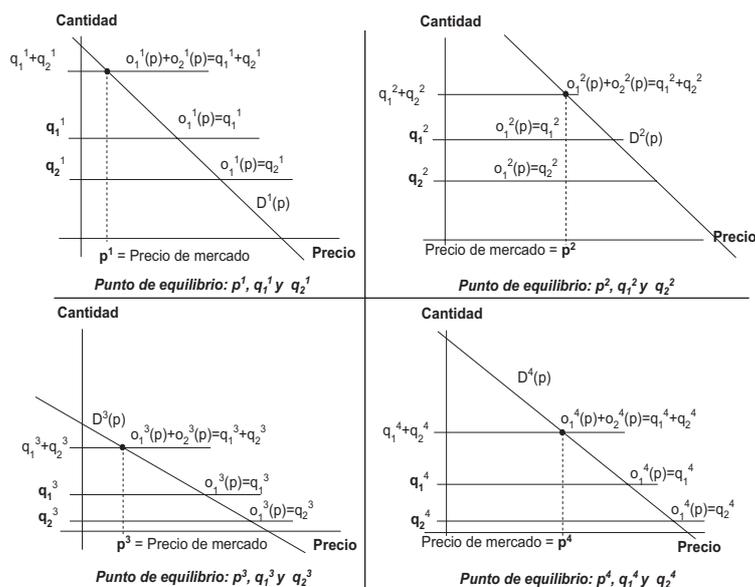


Figura 4.2: Cuatro puntos de equilibrio, con las soluciones de Cournot respectivas

Los modelos simples que proponemos son:

- Un primer modelo, consistente únicamente en la serie de soluciones de Cournot como estrategia de cada empresa.

Las estrategias resultado del cálculo de un número de puntos de equilibrio elevado² son difíciles de manejar, así como poco generales. En el caso de la figura 4.2, aunque se trata de un número pequeño de puntos vemos que las estrategias de equilibrio correspondientes a los cuatro mercados estudiados sólo tienen validez para esos mercados (D^1 , D^2 , D^3 y D^4), ya que estamos tratando con estrategias constantes, q_{firma}^i .

- Proponemos un modelo más general, alternativo a la serie de puntos de equilibrio, que consiste en tomar como estrategia para cada empresa la recta de regresión sobre sus puntos de equilibrio parciales. En la figura

²En un año bisiesto como 2000, los puntos de mercado del año completo fueron 8784.

4.3) esa recta es la regresión lineal a los puntos de equilibrio parciales de la empresa 1, $(E_1^i = (p_1^i, q_1^i))$. Este modelo de regresión ocasiona una pérdida de generalidad respecto a una función de oferta que se calculara durante el proceso entrenamiento en el que se obtienen los puntos de equilibrio. Con esta pérdida de generalidad nos referimos a que el proceso de clasificación de los puntos de mercado se realizaría a posteriori del proceso de cálculo de los puntos de equilibrio. Esto implicaría que el particionado de los puntos de mercado por las empresas competidoras serían todos iguales, cosa que no hacemos en el modelo que proponemos con nuestra metodología donde el clasificador va incorporado a las estrategias.

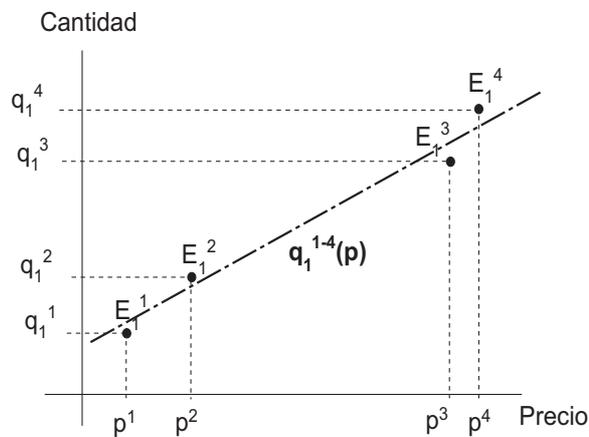


Figura 4.3: Regresión lineal $(q_1^{1-4}(p))$ de los puntos de equilibrio parciales (p^1, q_1^i) de la empresa 1 para los mercados D_1 a D_4

Siguiendo nuestra metodología, no nos conformaremos con una propuesta de regresión como la anterior, sino que incorporamos un clasificador a las estrategias de generación de cada firma (ver sección 2.4.2) y las haremos evolucionar. Supongamos el problema de la figura 4.4, donde tenemos 4 puntos de equilibrio, E^1 a E^4 . Denominaremos E_{firma}^1 a E_{firma}^4 , a las soluciones en cada punto de equilibrio para cada firma. Si suponemos que los puntos E_1^1 y E_1^2 de la figura 4.4 pertenecen a la partición de los valores de los factores externos “Partición 0” y los puntos E_1^3 y E_1^4 a la “Partición 1”, la estrategia de generación de la firma 1 sería:

```
IF (FactoresExternos(PuntoEquilibrio)  $\subset$  Particion0) THEN
  Prototipo0 ELSE Prototipo1
```

De esta forma vemos que cada firma debería poseer su propio sistema de clasificación, que en ocasiones deberá ser diferente para cada una en función de

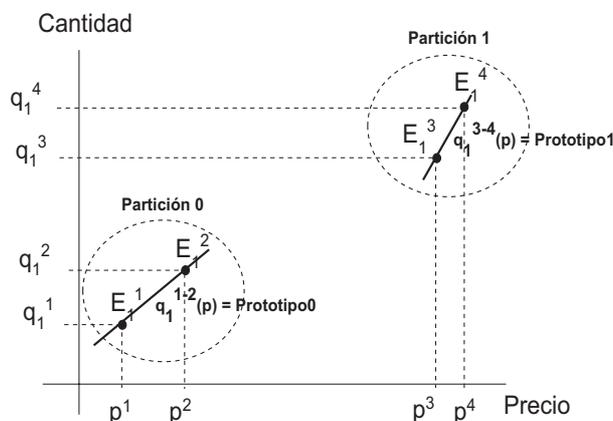


Figura 4.4: Estrategia con clasificador ($q_1^{1-2}(p)$ y $q_1^{1-2}(p)$) para los puntos de equilibrio parciales (p^1, q_1^i) de la empresa 1

sus intereses y decisiones.

4.1.2. Modelo genético

Todos los problemas planteados en este capítulo se resolverán mediante el modelo genético CGM, con la configuración obtenida en la sección 3.7 sobre “Resultados numéricos” del problema de inducción de estrategias. La configuración obtenida en la sección anteriormente citada se puede considerar válida para el problema aquí planteado, dado que la única diferencia con aquel problema radica en la función de fitness que se empleará aquí, la cual se ajusta mucho mejor a un modelo coevolutivo, dado que nos enfrentamos a un problema de búsqueda de equilibrio, [12].

4.1.3. Sumario

Una vez hemos justificado la necesidad de la flexibilización de la forma de las curvas de oferta en el problema de Cournot abordaremos el problema planteado mediante la aplicación de nuestra metodología:

- En la sección 4.2 resolveremos analíticamente diferentes variantes del problema original de Cournot, que posteriormente en la sección 4.4 sobre problemas aclaratorios simularemos mediante nuestra metodología.
- Dado que en este capítulo emplearemos el modelo CGM, con la configuración obtenida en el capítulo anterior, necesitaremos definir únicamente una nueva función de fitness. En concreto, en la sección 4.3 definiremos

las funciones de fitness que simulan el equilibrio en los modelos estudiados analíticamente en la sección 4.2, siempre tomando como esquema evolutivo el modelo CGM.

- A continuación, en la sección 4.4, demostraremos la aplicación de nuestra metodología a diferentes problemas aclaratorios (monopolio, duopolio, ...).
- Finalmente, en la sección 4.5, se muestran los resultados numéricos obtenidos al aplicar nuestra metodología a un problema artificial más complejo, así como la discusión y aplicación práctica de los mismos.

4.2. Planteamiento algebraico del problema de estimación de estrategias óptimas

Como hemos dicho, vamos a flexibilizar la forma de las estrategias de generación respecto a las ofertas de producción de las firmas competidoras en el problema original de Cournot, que eran cantidades constantes. Así, en esta sección, estudiaremos el equilibrio de competición de diferentes formas de curvas de generación sin clasificador. Esta exclusión se da debido a la imposibilidad de resolver analíticamente el problema del equilibrio de Cournot con estrategias con clasificador. En la sección sobre problemas aclaratorios, (ver sección 4.4) se estudiarán curvas de oferta con clasificador.

El sistema general de ecuaciones con el que resolveremos el problema de Cournot, empleando diferentes formas de curva de oferta con variables independientes k_{ij} , será el siguiente:

Los objetivos π_i que nos planteamos son:

$$\begin{aligned} Max\pi_1(x_1) &= q_1(k_{1,i;i=1..n})p(x) - C_1(x_1) \\ Max\pi_2(x_2) &= q_2(k_{2,i;i=1..n})p(x) - C_2(x_1) \end{aligned}$$

y las funciones de precio ($p(x)$), oferta ($q_i(k_{ij})$) y coste (C_i) son:

$$\begin{aligned} x &= x_1 + x_2 \\ p(x) &= a - bp \\ x_1 &= q_1(k_{11}, k_{12}, \dots, k_{1n}) \\ x_2 &= q_2(k_{21}, k_{22}, \dots, k_{2n}) \\ C_1(x_1) &= c_1 x_1 \\ C_2(x_2) &= c_1 x_2 \end{aligned}$$

Donde p es la variable precio, x_1 y x_2 son las cantidades generadas y k_{1i} y k_{2i} son las variables independientes de las que dependen las ofertas.

Veremos que los resultados o puntos de equilibrio simulados correspondientes a las diferentes variantes del problema de Cournot, no tiene por qué ser los mismos que la solución al problema original de Cournot (que emplea ofertas constantes, $x_1 = \text{constante}$ y $x_2 = \text{constante}$).

Se analizarán los siguientes variantes del modelo de Cournot no estudiadas en la introducción de este trabajo (ver sección 2.2.3):

1. El problema de Cournot generalizado para “n” firmas con estrategias constantes.
2. El problema de Cournot generalizado para “n” firmas con estrategias no-constantes.

4.2.1. El problema de Cournot generalizado para N firmas con estrategia de generación constante

El problema de Cournot original estaba formulado para un duopolio con costes de producción iguales. En el caso de una oligopolio de N empresas (por ejemplo cuatro, como ocurre con el mercado eléctrico español) y costes de generación diferentes para los N oligopolistas, la solución se puede demostrar por inducción a partir de la de Cournot.

Para dos firmas

Las ecuaciones de reacción para dos firmas con costes marginales $C_1=c_1q$ y $C_2=c_2q$ son:

$$\begin{aligned} p(x) + x_1 \cdot p'(x) - C'_1(x_1) &= 0 \\ p(x) + x_2 \cdot p'(x) - C'_2(x_2) &= 0 \end{aligned}$$

Sustituyendo y resolviendo por reducción obtenemos x_1 y x_2 :

$$\begin{aligned} x_1 &= \frac{a - 2c_1 + c_2}{3b} \\ x_2 &= \frac{a + c_1 - 2c_2}{3b} \end{aligned}$$

El precio de equilibrio será:

$$p = \frac{a + c_1 + c_2}{3}$$

Para tres firmas

Las funciones de reacción para tres firmas con coste de generación, $C_1=c_1q$, $C_2=c_2q$ y $C_3=c_3q$ serán:

$$\begin{aligned} p(x) + x_1 \cdot p'(x) - C_1'(x_1) &= 0 \\ p(x) + x_2 \cdot p'(x) - C_2'(x_2) &= 0 \\ p(x) + x_3 \cdot p'(x) - C_3'(x_3) &= 0 \end{aligned}$$

Y sustituyendo y resolviendo por reducción obtenemos x_1 , x_2 y x_3 :

$$\begin{aligned} x_1 &= \frac{-3c_1 + c_2 + c_3 + a}{4b} \\ x_2 &= \frac{c_1 + -3c_2 + c_3 + a}{4b} \\ x_3 &= \frac{c_1 + c_2 - 3c_3 + a}{4b} \end{aligned}$$

y el precio de equilibrio será:

$$p = \frac{a + c_1 + c_2 + c_3}{4}$$

Para N firmas

Por inducción, podemos concluir que la solución generalizada para N firmas será:

$$\begin{aligned} p &= \frac{a + \sum_{j=1}^N c_j}{N + 1} \\ x_i &= \frac{a - nc_i + \sum_{j=1}^N c_j / j \neq i}{(N + 1)b} \\ \pi_i &= (p - c_i)x_i \end{aligned}$$

4.2.2. Solución algebraica al problema Cournot, con curvas de oferta lineales $O_i(p) = k_i p$ y funciones de coste $C_i(x_i) = cx_i$

A continuación se planteará el problema original de Cournot, empleando curvas de oferta lineales (ver sección 4.2). Las ofertas serán rectas, que pasan por el origen del sistema de referencia, $k_1 p$ para la empresa 1 y $k_2 p$ para la empresa 2. Así tendremos las ecuaciones de maximización siguientes:

$$\begin{aligned}
Max\pi_1(k_1, k_2) &= x_1p(k_1, k_2) - C_1(x_1) \\
&= k_1p^2(k_1, k_2) - ck_1p(k_1, k_2) \\
&= k_1\left(\frac{a}{(k_1 + k_2)b + 1}\right)^2 - ck_1\left(\frac{a}{(k_1 + k_2)b + 1}\right) \\
Max\pi_2(k_1, k_2) &= x_2p(k_1, k_2) - C_2(x_2) \\
&= k_2p^2(k_1, k_2) - ck_2p(k_1, k_2) \\
&= k_2\left(\frac{a}{(k_1 + k_2)b + 1}\right)^2 - ck_2\left(\frac{a}{(k_1 + k_2)b + 1}\right)
\end{aligned}$$

Derivando respecto a k_1 y k_2 , π_1 y π_2 respectivamente obtendremos las variaciones conjeturales:

$$\begin{aligned}
\frac{d\pi_1(k_1, k_2)}{dk_1} &= \frac{a(a(b(k_1 - k_2) + 1) - c(bk_2 + 1)(b(g + k_1) + 1))}{(b(k_1 + k_2) + 1)^3} \\
\frac{d\pi_2(k_2, k_2)}{dk_2} &= -\frac{a(a(b(k_2 - k_1) - 1) + c(bk_1 + 1)(b(k_1 + k_2) + 1))}{(b(k_1 + k_2) + 1)^3}
\end{aligned}$$

El supuesto de Cournot sobre los valores de las variaciones conjeturales es su nulidad, es decir, suponer que cada productor piensa que si él modifica la cantidad ofrecida sus competidores no la modificarán. Por lo tanto en el caso anterior las variaciones se convierten en el sistema de ecuaciones siguiente:

$$\begin{aligned}
\frac{a(a(b(k_1 - k_2) + 1) - c(bk_2 + 1)(b(g + k_1) + 1))}{(b(k_1 + k_2) + 1)^3} &= 0 \\
-\frac{a(a(b(k_2 - k_1) - 1) + c(bk_1 + 1)(b(k_1 + k_2) + 1))}{(b(k_1 + k_2) + 1)^3} &= 0
\end{aligned}$$

La solución a este sistema tomando a , b y c como constantes, es:

Modelo	p	x_i	π_i
Cournot con ofertas constantes	40	60	1800
Cournot con ofertas lineales	25	$75(3p)$	1125

Tabla 4.1: Cálculo de precio (p), cantidad (x_i) y beneficio(π_i) del problema de Cournot con ofertas constantes (original) comparado con ofertas lineales

$$\begin{aligned}
k_1 &= + \frac{0,25(\sqrt{(8a+c)} - 3\sqrt{c})}{b\sqrt{c}} \\
k_2 &= + \frac{0,25(\sqrt{(8a+c)} - 3\sqrt{c})}{b\sqrt{c}} \\
p(k_1, k_2) &= 0,25(\sqrt{c}(\sqrt{(8a+c)} + \text{sqrt}c)) \\
\pi_1(k_1, k_2) &= - \frac{0,125(3\sqrt{c}\sqrt{8a+c} - 4a - 5c)}{b} \\
\pi_2(k_1, k_2) &= - \frac{0,125(3\sqrt{c}\sqrt{8a+c} - 4a - 5c)}{b}
\end{aligned}$$

A continuación compararemos los resultados obtenidos empleando curvas de oferta constantes (problema original de Cournot) frente a emplear curvas de oferta lineales. Sea la demanda, $D(p) = 100 - 0,5p$, y el coste marginal $c = 10$ y los resultados de aplicar ambos modelos de curvas de oferta se recogen en la tabla 4.1, donde p es precio, x_i es cantidad generada por la firma i-ésima y π_i es beneficio obtenido también por la firma i-ésima. Observese que los beneficios obtenidos empleando el modelo de ofertas lineales son peores que los del modelo de ofertas constantes, dado que la dinámica del equilibrio es distinta para las ofertas lineales.

4.3. Modelo genético y definición del fitness de Cournot

Como ya hemos comentado en este capítulo se emplearán el Modelo Genético Coevolutivo (CGM), resultante de los estudios llevados a cabo en el capítulo 3. Este algoritmo tomará como entrada los siguientes datos:

- La función de demanda para cada una de las horas del período horario estudiado.

- Además, para cada hora se acompañarán las variables estudiadas en el apéndice A: Nivel de Energía Relativo al día, festividad del día y temperatura del aire.
- El número de empresas que competirán en el mercado.
- Y por último, las funciones de coste (coste fijo y coste variable) de cada una de las empresas del oligopolio.

Tomados estos datos de entrada, se aplicará nuestra metodología empleando el modelo CGM y se experimentará con diferentes funciones de fitness, curvas de oferta y coste, para comparar los resultados de simulación genética con las soluciones obtenidas analíticamente en la sección 4.2.

En esta sección definiremos las funciones de fitness que simulan mediante GAs el equilibrio de los problemas planteados en la sección 4.2 y que extrapolaremos a problemas más complejos no resolubles analíticamente, en la sección 4.4.

4.3.1. Definición de la función de fitness

El cálculo del fitness para un individuo en un esquema coevolutivo, CGM, siempre depende de los individuos del resto de poblaciones respecto a la del individuo en cuestión. Así mismo el punto de convergencia viene dado por una situación de equilibrio entre las poblaciones del esquema (ver sección 3.2.3).

En este capítulo vamos a simular mediante algoritmos genéticos diferentes problemas (oligopolio, monopolio y competencia perfecta) por lo que se definirán diferentes funciones de fitness según el equilibrio que tratemos de simular. Para los tres tipos de fitness, se han considerado dos criterios de ordenación de dos individuos, que nos permiten determinar que un individuo k_1 es mejor que otro k_2 , cuando:

- Se cumple el objetivo específico que determina el tipo de competición, ya sea oligopolista, monopolística o competitiva perfecta (se definirán en las siguientes subsecciones). A este objetivo lo denominaremos $Fitness_a$. Además, por coherencia con el fitness definido para el problema del capítulo 3, se define un segundo objetivo que nos permite incorporar el coste de las empresas competidoras en fitness multi-objetivo, y será la componente $Fitness_b$.
- Los beneficios unitarios de las firmas parásitas seleccionadas para competir contra k_1 son más parecidos entre ellos que los de k_2 . A este segundo objetivo lo denominaremos $Fitness_b$.

Estos dos objetivos son discrepantes, ya que no admiten de forma natural un enfoque de fitness mono-objetivo. Por ello, todos los fitness estudiados en esta sección lo serán en su variante multi-objetivo.

Fitness oligopolista

Hemos definido el problema de Cournot como un mercado competitivo donde todas las firmas envían al mercado simultáneamente su producción, siendo la demanda del mercado la que determinará el precio en función las cantidades producidas. Esto siempre está supeditado, a que cada firma tenga como objetivo maximizar su beneficio. En consecuencia, plantearemos los dos objetivos, $Fitness_a$ y $Fitness_b$, como fitness competitivos al estilo “liga”³.

Comenzaremos por el objetivo $Fitness_a$. Este fitness admiten dos posibles definiciones que simulan el equilibrio de Cournot:

1. Por un lado, decimos que un individuo k_1 es mejor que otro k_2 cuando el individuo k_1 obtiene mayor beneficio, que el individuo k_2 , tras competir contra los pools de firmas parásito seleccionadas para el cálculo del fitness $Fitness_a$.
2. Otra forma de $Fitness_a$, consiste en considerar que un individuo k_1 es mejor que otro k_2 , cuando la mayor de las sumas de beneficios de los competidores seleccionadas para competir contra k_1 , es mayor que la mayor de las sumas de beneficios de los pools contra los que compitió k_2 . Se trata de una especie de estrategia minimax, ya que nos ponemos en la peor de las situaciones para el individuo estudiado.

Veámoslo desde otro punto de vista. La primera alternativa de $Fitness_a$, consiste en asignar el mayor beneficio obtenido por el individuo al competir contra los pools seleccionados para el cálculo del fitness. Y la segunda alternativa consistirá en tomar al beneficio obtenido por el individuo contra el pool de firmas parásito seleccionadas que mayor beneficio acumulado hayan obtenido. Denominaremos $Fitness_{a1}$ y $Fitness_{a2}$ a la primera y segunda alternativas respectivamente. A continuación definiremos formalmente ambas variantes del $Fitness_a$:

- Sea “pops” el conjunto de poblaciones de nuestro CGM menos la población del individuo k , n_m el número de mercados y sea $\pi_{k,m}/j$ el beneficio obtenido por la firma k -ésima cuando compite contra el pool de individuos parásitos j -ésimo, seleccionado para el cálculo del fitness en el mercado m . Denominaremos $Fitness_{a1}$ a la primera variante del primer objetivo:

$$\begin{aligned} \text{Conjunto Pools} = \text{CP} &= \text{Selección Aleatoria de Pools(pops)} \\ Fitness_{a1}(\text{Individuo}_k) &= \text{Max}_{j=1}^{\text{Numero}(\text{CP})} \sum_{m=1}^{n_m} \pi_{k,m}/j \end{aligned}$$

³Para evaluar cómo de bueno es un individuo se le hace competir contra todos los pools de un conjunto seleccionado aleatoriamente. Un pool estará formado por una estrategia de cada población.

Donde un pool de **Conjunto Pools** estará formado por N-1 individuos, uno de cada una de las N-1 poblaciones distintas de la población del individuo k.

- Para calcular la segunda variante, $Fitness_{a2}$, definiremos la suma de los beneficios obtenidos por las firmas parásitas del pool j menos k cuando compiten contra el individuo k en el mercado m, como $\pi^j/k,m$:

$$\begin{aligned} \text{Conjunto Pools} = \text{CP} &= \text{Selección Aleatoria de Pools(pops)} \\ \text{Mejor Pool Competidor} &= \text{Indice}(\text{Max}_{j=1}^{\text{Numero}(\text{CP})} \sum_{m=1}^{n_m} \pi^j/k,m) \\ \text{Fitness}_{a2}(\text{Individuo}_k) &= \sum_{m=1}^{n_m} \pi_{k,m} / \text{Mejor Pool Competidor} \end{aligned}$$

El segundo objetivo, $Fitness_b$, minimiza las diferencias entre los beneficios unitarios, Bu_f^m , de cada firma f respecto a cada punto de mercado m generado por la competición, siendo q'_f la estrategia de generación para la firma f y C_f la función de coste para la firma f:

$$Bu_f^m = (q'_f(p'_m) * p'_m - C_f(q'_f(p'_m))) / q'_f(p'_m)$$

Hemos decidido medir las diferencias entre beneficios unitarios con su varianza. Según esto, siendo pops el total de poblaciones de nuestro CGM menos la población del individuo k, definimos el objetivo $Fitness_b$ para el individuo k:

$$\begin{aligned} \text{Conjunto Pools} = \text{CP} &= \text{Selección Aleatoria de Pools(pops)} \\ \sigma^2(Bu^m(\text{pool})) &= \frac{\sum_{f=1}^{n_f} (Bu_f^m - \text{media}(Bu^m(\text{pool})))^2}{n_f} \end{aligned}$$

$$Fitness_b(\text{Individuo}_k) = \text{Min}_{j=1}^{\text{Numero}(\text{CP})} \sum_{m=1}^{n_m} \sigma^2(Bu^m(\text{CP}_j)) \quad (4.1)$$

En resumen, tenemos dos variantes del fitness que simulan el equilibrio de Cournot con restricciones de beneficio unitario:

$$\begin{aligned} Fitness_1^{\text{cournot}} &= \langle Fitness_{a1}, Fitness_b \rangle \\ Fitness_2^{\text{cournot}} &= \langle Fitness_{a2}, Fitness_b \rangle \end{aligned}$$

Donde “<” y “>” representa concatenación. Dado que ambos componentes de los fitness ($Fitness_{a,i}$ y $Fitness_b$) persiguen objetivos discrepantes sobre el mismo **Conjunto de Pools** debemos tener en cuenta que el resultado del cálculo tanto de $Fitness_1^{cournot}$ como de $Fitness_2^{cournot}$ será el Pareto dominante $\langle Fitness_{a,i}, Fitness_b \rangle$ de las competiciones contra los pools de **Conjunto de Pools**.

Fitness Monopolista

Un mercado con comportamiento monopolístico tenderá, en términos ideales, a obtener el beneficio máximo para la empresa o conjunto de empresas que constituyen el monopolio. En términos generales, podemos considerar que el monopolio está compuesto con n empresas con funciones de coste C_i . Dado que el comportamiento monopolístico hace referencia a la cooperación completa, podemos decir que la producción total, suponiendo que las empresas no presentan un límite de producción, será debida a aquellas empresas que presenten el menor de los costes de producción. Esto puede dar lugar a que el beneficio sea logrado por la empresa con el menor de los costes o por varias, si son varias las que presentan el menor de los costes de producción. A priori no se establece una proporción en la colaboración de cada empresa. Según esto, podemos intuir que el factor $Fitness_a$, que recoge esta idea, será el que mida una estrategia por el beneficio propio, unido al obtenido por las estrategias contra las que se enfrentó a dicha estrategia. Así, diremos que un individuo k_1 es mejor que otro k_2 si el valor de $Fitness_a$ (la mayor suma de los beneficios de todas las firmas que compiten, incluido k_1) obtenido por k_1 es mayor que el obtenido por k_2 . En el siguiente párrafo se define de manera formal $Fitness_a$:

Sean n_m el número de mercados, pops el total de poblaciones de nuestro CGM menos la población del individuo k , y sean $\pi_{k,m}/j$ el beneficio obtenido por la firma k -ésima cuando compite contra el pool j -ésimo de individuos parásitos seleccionado para el cálculo del fitness en el mercado m , y $\pi^j/k,m$ el beneficio acumulado obtenido por las firmas parásitas del pool j cuando compiten contra el individuo k en el mercado m .

ConjuntoPools = CP = Seleccion Aleatoria de Pools(pops)

$$Fitness_a^{monopolio}(Individuo_k) = Max_{j=1}^{Numero(CP)} \sum_{m=1}^{n_m} \pi_{k,m}/j + \pi^j/k,m$$

Retomando la definición de $Fitness_b$ de la ecuación [4.1] tenemos que el fitness monopolista se define como:

$$Fitness^{monopolio}(Individuo_k) = \langle Fitness_a^{monopolio}, Fitness_b \rangle$$

Donde nos vuelve a ocurrir lo mismo que con el fitness oligopolista, es decir que la maximización de $Fitness_a^{monopolio}$ y la minimización de $Fitness_b$ debe ser conjunta.

Fitness de competición perfecta

Cuando en la sección 2.2.2 definimos la solución para el problema de Cournot, se comentó que en la hipótesis de Stackelberg una de las firmas actúa como líder, suponiendo que las firmas competidoras actuarán como seguidoras. En el caso de que todas las firmas se comporten como líderes, se obtiene la solución de competencia perfecta. Esto quiere decir que cada firma considerará que el resto son precio aceptantes, y por lo tanto supondremos que cada firma tomará la decisión que minimize el beneficio del resto, lo cual implicará la maximización de su beneficio. Para ello, hemos definido la componente $Fitness_a$, para un Individuo $_k$, que simula el equilibrio de competencia perfecta como el mínimo de la suma de los beneficios de las firmas competidoras.

Según esto, podemos intuir que el factor $Fitness_a$ que recoge esta idea será el que mida una estrategia por el beneficio obtenido por las estrategias contra las que se enfrentó. Diremos que un individuo k_1 es mejor que otro k_2 si el valor de $Fitness_a$ (la menor suma de los beneficios de las firmas contrarias) obtenido por k_1 es menor que el obtenido por k_2 . En términos formales definiremos $Fitness^{competitivo}$ de la forma que sigue:

Sean n_m el número de mercado, pops el total de poblaciones de nuestro CGM menos la población del individuo k , y $\pi^j /_{k,m}$ el beneficio acumulado obtenido por las firmas parásitas del pool j cuando compiten contra el individuo k en el mercado m .

Conjunto Pools = CP = Selección Aleatoria de Pools(pops)

$$Fitness_a^{competencia}(Individuo_k) = \text{Min}_{j=1}^{\text{Numero}(\text{CP})} \sum_{m=1}^{n_m} \pi^j /_{k,m} \quad (4.2)$$

Retomando la definición de $Fitness_b$ de [4.1] tenemos que el fitness competitivo se define como:

$$Fitness^{competitivo}(Individuo_k) = \langle Fitness_a^{competitivo}, Fitness_b \rangle$$

Donde nos vuelve a ocurrir lo mismo que con el fitness de Cournot, es decir que la minimización de $Fitness_a^{competitivo}$ y la minimización de $Fitness_b$ debe ser conjunta.

Modelo	precio	x_i	π_i
Ofertas Constantes			
C.Perfecta	c	$\frac{(a-c)}{2b}$	0
Cournot	$\frac{(a+2c)}{3}$	$\frac{(a-c)}{3b}$	$\frac{(a-c)^2}{9b}$
Monopolio	$\frac{a+c}{2}$	$\frac{a-c}{4b}$	$\frac{(a-c)^2}{8b}$
Ofertas Lineales			
Cournot	$0,25(\sqrt{c}(\sqrt{(8a+c)} + \sqrt{c}))$	$k_1 = \frac{0,25(\sqrt{(8a+c)}-3\sqrt{c})}{b\sqrt{c}}$	$-\frac{0,125(3\sqrt{c}\sqrt{8a+c}-4a-5c)}{b}$

Tabla 4.2: Comparación de los resultados de la competición del problema de Cournot en términos de un Monopolio, Oligopolio (problema original de Cournot) y competencia perfecta, con las curvas de oferta modeladas como constantes (x_i)y como curvas lineales (x_i p)

4.3.2. Relación de los fitness definidos con la solución Monopolista/Cournot/Competitiva

En la tabla 4.2 se recogen las expresiones algebraicas que representan el precio (p), cantidad generada (x_i) y beneficio obtenido (π_i) en la competición de un duopolio en los términos de un oligopolio coaligativo (competición monopolista), un oligopolio con competencia a la Cournot y con competencia perfecta. Los resultados se corresponden al planteamiento de Cournot, donde se compite para una sola demanda $ap + b$, y el coste de generación para las dos firmas es de c.

4.4. Resolución de problemas aclaratorios

Con el fin de ilustrar la simulación de equilibrios de mercados mediante algoritmos genéticos se han planteado tres grupos de problemas artificiales de dificultad creciente:

- El primer grupo de problemas se centrarán en replicar los resultados algebraicos obtenidos en la sección 4.2 mediante los fitness definidos en la sección 4.3.1. En esta sección se trabajará con un solo mercado de competición, y se simularán los tres tipos de competición estudiados en este capítulo, oligopolista (Cournot), con ofertas constantes y lineales, y monopolista y competencia perfecta con ofertas constantes.
- A continuación, plantearemos un problema de competición multimercado, con el fin de comprobar la flexibilidad de las diferentes formas de curvas

de generación. Este problema sólo se ensayará con la función de fitness de Cournot, que es la que nos interesa de cara a la resolución del problema de optimización planteado en este capítulo.

- Y por último, se planteará un problema en el que las firmas competidoras integrarán un clasificador en su estrategia, estudiando únicamente el fitness de Cournot.

4.4.1. Problemas con un mercado

En este primer grupo de problemas se ilustrará el cálculo de los fitness que simulan los tres diferentes equilibrios de mercado estudiados en este trabajo, (ver sección 4.3.1). Para la resolución de este problema se empleará el enfoque CGM, combinado con las tres funciones de fitness multi-objetivo estudiadas anteriormente. El problema se corresponde con un modelo de dos agentes totalmente simétricos; es decir, con igual con función de coste.

Para abordar los tres problemas se han aplicado las tres fases de nuestra metodología:

1. En la primera fase se define el modelo de mercado que emplearemos para los tres equilibrios, así como los modelos de curvas de generación que aplicaremos en los tres tipos de equilibrio a estudiar.
2. En la segunda fase se analizará el proceso de casación en función de los modelos de curva definidos en el paso anterior.
3. Y, por último, ilustraremos la aplicación de las diferentes funciones de fitness para cada tipo de equilibrio. Esta fase de la metodología se analizará en las secciones siguientes por separado, para cada tipo de fitness empleado.

En lo que respecta **al modelado de mercado** la entrada de nuestro problema es como sigue:

1. Las funciones de coste son $C_i(q)=10q$.
2. El escenario del mercado, es la demanda inversa $D(p) = -2p + 200$.
3. Y analizaremos dos tipos de curvas de oferta:
 - Ofertas constantes.

$$\begin{aligned} q_0(p) &= k_1 \\ q_1(p) &= k_2 \end{aligned}$$

- Ofertas lineales.

$$\begin{aligned}q_0(p) &= k_1 p \\q_1(p) &= k_2 p\end{aligned}$$

Para ilustrar el **proceso de casación** vamos a suponer que las ofertas formuladas por los agentes competidores aportarán suficiente cantidad de producto como para abastecer la demanda, de lo contrario dicho conjunto de ofertas será desechado.

Cálculo de fitness para ofertas constantes

Para ilustrar el cálculo de las tres funciones de fitness, que equivale a hacerlo con el proceso de casación, evaluaremos a modo de ejemplo el proceso de casación de la estrategia constante q_0 escogida al azar, contra 5 pools de estrategias parásito seleccionadas⁴, q_1 a q_5 , para el cálculo del fitness de q_0 .

$$q_0(p) = 38,9034$$

En la tabla 4.3 se recogen los resultados de la competición de nuestra estrategia q_0 frente a los 5 pools, donde Pool es el pool de competición, p es el precio resultante de la competición, x_i la cantidad generada, π_i el beneficio obtenido, $F_a^{cournot}$ el componente $F_{i,a}$ para el fitness de Cournot, F_a^{monop} el componente $F_{i,a}$ para el fitness monopolista y F_a^{comp} el componente $F_{i,a}$ para el fitness de competencia perfecta.

A modo de ejemplo, calcularemos el proceso de casación para el primer pool:

$$\begin{aligned}q_0(p) &= 38,9034 \\q_1(p) &= 6,36725\end{aligned}$$

la oferta agregada para este pool es $\sum q_i(p) = 45,27065$. Y el precio de mercado para esta competición será el corte de la oferta agregada y la demanda del problema $D(p) = -2p + 200$, que en este caso resulta 77.3647 pts.

En la tabla 4.3 se reflejan en negrita los valores de $F_{i,a}$ que se ha seleccionado en el cálculo de los tres fitness estudiados. Y los valores fitness que resultan son:

$$\begin{aligned}Fitness^{cournot} &= < 2621,93, 0,0 > \\Fitness^{monopolio} &= < 3737,48, 0,0 > \\Fitness^{competencia} &= < 424,92, 0,0 >\end{aligned}$$

⁴cada conjunto de estrategias parásito en nuestro problema está formado por una firma, lo que implica que cada pool de competición estará formado por 2 firmas.

Pool	p	x_i	π_i	F_a^{cour}	F_a^{monop}	F_a^{comp}	Fitness _b
q ₀ =38.9034	77.3647	38.9034	2620.71	2620.71	3049.64	428.928	0.0
q ₁ =6.36725	77.3647	6.36725	428.93	-	-	-	-
q ₀ =38.9034	77.3959	38.9034	2621.93	2621.93	3046.85	424.92	0.0
q ₂ =6.30483	77.3959	6.30483	424.92	-	-	-	-
q ₀ =38.9034	67.5004	38.9034	2236.96	2236.96	3737.48	1500.52	0.0
q ₃ =26.0958	67.5004	26.0958	1500.52	-	-	-	-
q ₀ =38.9034	68.1277	38.9034	2261.36	2261.36	3705.33	1443.96	0.0
q ₄ =24.8412	68.1277	24.8412	1443.96	-	-	-	-
q ₀ =38.9034	73.8893	38.9034	2485.51	2485.51	3336.39	850.884	0.0
q ₅ =13.3181	73.8893	13.3181	850.88	-	-	-	-

Tabla 4.3: Cálculo de las casaciones necesarias para calcular el Fitness de una oferta constante

Debe tenerse en cuenta que la selección del mejor par $\langle \text{Fitness}_a, \text{Fitness}_b \rangle$ según el fitness que se calcule se realiza secuencialmente desde el primer pool hasta el último, aunque en este caso al ser $\text{Fitness}_b = 0$ en todos los casos la selección sólo depende de Fitness_a .

Cálculo de fitness para ofertas lineales

Para el caso de ofertas de tipo lineal $k_i p$, sólo se han hecho cálculos con el fitness de Cournot, que es el problema que realmente nos interesa. Para ello se ha elegido arbitrariamente como estrategia de cálculo la oferta q_0 :

$$q_0(p) = 1,86216p$$

Se hecho competir q_0 contra 5 pools de estrategias parásito seleccionadas⁵ para el cálculo del fitness de q_0 , $\{q_0, q_1\} \dots \{q_0, q_5\}$. En la tabla 4.4 se recogen los resultados de competición de la nuestra estrategia q_0 frente a los 5 pools, donde Pool es el pool de competición, p es el precio resultante de la competición, x_i la cantidad generada, π_i el beneficio obtenido, $\text{Fitness}_a^{cournot}$ el componente Fitness_a para el fitness de Cournot.

A modo de ejemplo, calcularemos el proceso de casación para el primer pool:

$$q_0(p) = 1,86216p$$

$$q_1(p) = 1,69311p$$

⁵cada conjunto de estrategias parásito en nuestro problema está formado por una firma, lo que implica que cada pool de competición estará formado por 2 firmas.

Pool	p	x_i	π_i	$Fitness_a^{cournot}$	$Fitness_b^{cournot}$
q ₀ =1.86216p	36.0019	67.0411	1743.20	1743.20	0.0
q ₁ =1.69311p	36.0019	60.9551	1584.95	-	-
q ₀ =1.86216p	42.4038	78.9625	2558.69	2558.69	0.0
q ₂ =0.8544p	42.4038	36.2298	1173.99	-	-
q ₀ =1.86216p	37.6433	70.0976	1937.73	1937.73	0.0
q ₃ =1.45088p	37.6433	54.6159	1509.76	-	-
q ₀ =1.86216p	37.7484	70.2935	1950.53	1950.53	0.0
q ₄ =1.43608p	37.7484	54.2096	1504.23	-	-
q ₀ =1.86216p	26.5363	49.4147	817.14	817.138	0.0
q ₅ =3.67469p	26.5363	97.5126	1612.5	-	-

Tabla 4.4: Cálculo de las casaciones necesarias para calcular el Fitness de una oferta lineal

La oferta agregada para este pool es $\sum q_i(p) = 3,55527$. Y el precio de mercado para esta competición será el corte de la oferta agregada y la demanda del problema $D(p) = -2p + 200$, que en este caso resulta 36.0019 pts.

En la tabla 4.4 se reflejan en negrita los valores de $Fitness_a$ que se ha seleccionado en el cálculo. Y el fitness que resulta es:

$$Fitness^{cournot} = \langle 2558,69, 0,0 \rangle$$

En este caso también debe tenerse en cuenta que la selección del mejor par $\langle Fitness_a, Fitness_b \rangle$ se efectúa secuencialmente desde el primer pool, pero como el factor $Fitness_b$ es 0.0 en todos los casos, la selección sólo depende de $Fitness_a$.

A continuación, compararemos los resultados de simular los problemas anteriores mediante el uso de los fitness anteriores junto con ofertas constantes y lineales frente a la solución algebraica del problema.

Problema de un Monopolio

La configuración genética para el modelo CGM que se ha aplicado en el proceso de simulación del equilibrio monopolista ha sido: 2 poblaciones de 100 individuos cada una, 200 iteraciones, fitness multi-objetivo monopolístico competitivo, $Fitness^{monopolio}$ con torneo de 5 pools, selección por torneo de tamaño 4 y probabilidad de cruce de descenso lineal desde 100 % a 0 %. En la tabla 4.5 se recogen los resultados obtenidos comparados con los resultados calculados algebraicamente (ver Solución Monopolista en sección 2.2.3).

Modelo	$x_i(p)$	p	x_i	$\sum x_i$	π_i	$\sum \pi_i$
Algebra-k	$x/90-x$	55	-	90	-	4050
CGM-k	60.2403/ 29.7614	54.9992	60.2403/ 29.7614	90.0017	2710.76/ 1339.24	4050

Tabla 4.5: Comparación de resultados obtenidos con el fitness monopolista frente los resultados calculados algebraicamente para curvas constantes

Modelo	$x_i(p)$	p	x_i	$\sum x_i$	π_i	$\sum \pi_i$
Algebra-k	60/ 60	40	60/ 60	120	1800	3600
CGM-k	59.9824/ 59.9876	40.015	59.9824/ 59.9876	119,97	1800.37/ 1800.53	3601,06
Algebra-kp	3.0p/ 3.0p	25	75/ 75	150	1125/ 1125	2250
CGM-kp	3.00084p/ 2.98689p	25.0384	75.1362/ 74.787	149.9232	1129.93/ 1124.68	2254.61
CGM-k ₁ p+k ₂	3.01296p- 1.0936/ 2.94829p+1.27582	25.0988	74.528/ 75.2744	149.8024	1125.28/ 1136.55	2261.83

Tabla 4.6: Comparación de resultados obtenidos con el fitness de Cournot frente los resultados calculados algebraicamente para ofertas constantes y lineales

Vemos que con una configuración genética poco ambiciosa, 100 individuos por población y 200 iteraciones, obtenemos unos resultados bastante similares a la solución algebraica. En concreto, el precio, p , de 55 unidades se logra con un error del 0.0015 %, la energía acumulada, $\sum x_i$, con un error del 0.0019 %, y el beneficio acumulado, $\sum \pi_i$, con un error del 0 %.

Problema de Cournot

Igualmente, para la simulación del equilibrio de Cournot, se empleó nuestro modelo CGM con la misma configuración genética que el problema monopolista: 2 poblaciones de 100 individuos cada una, 200 iteraciones, fitness multi-objetivo de cournot competitivo, $Fitness^{cournot}$ con torneo de 5 pools, selección por torneo de tamaño 4 y probabilidad de cruce de descenso lineal desde 100 % a 0 %. En la tabla 4.6 se recogen los resultados obtenidos comparados con los resultados calculados algebraicamente.

A diferencia del problema monopolista, en este caso la solución difiere según la forma de la oferta de generación. Y, de nuevo, el fitness empleado logra

Modelo	$x_i(p)$	p	x_i	$\sum x_i$	π_i	$\sum \pi_i$
Algebra-k	x/ 180x	10	x/ 180x	180	0	0
CGM-k	88.748/ 91.1823	10.0349	88.748/ 91.1823	179.9303	3.09295/ 3.17779	6.27074

Tabla 4.7: Comparación de resultados obtenidos con el fitness de competencia perfecta (CGM-k) frente los resultados calculados algebraicamente (Algebra-k) para ofertas constantes

reproducir con más o menos precisión los resultados algebraicos. Vemos que para ofertas de forma constante el precio de 40 unidades se reproduce con un error del 0.0375 %, y el precio para ofertas lineales se logra con un error del 0.3952 %. Respecto a la cantidad generada, tanto individual, x_i como agregada, $\sum x_i$, se logra un peor error en la simulación mediante ofertas lineales $CGM - k_1p + k_2$ de la cantidad individual de la primera estrategia del 0.704 %. Y, en lo que respecta al beneficio, también la peor simulación ha sido la $CGM - k_1p + k_2$, donde el error cometido ha sido del 1,027 % para el beneficio individual del segundo individuo.

Problema de competencia perfecta

Para la simulación del equilibrio de competencia perfecta, se empleó nuestro modelo CGM con la misma configuración genética que en el problema monopolista: 2 poblaciones de 100 individuos cada una, 200 iteraciones, fitness multiobjetivo de competencia perfecta del tipo competitivo, $Fitness^{competencia}$, con torneo de 5 pools, selección por torneo de tamaño 4 y probabilidad de cruce de descenso lineal desde 100 % a 0 %. En la tabla 4.6 se recogen los resultados obtenidos comparados con los resultados calculados algebraicamente.

Igual al problema monopolista, en este caso se obtienen unas buenas aproximaciones al cálculo analítico (Algebra-k). En concreto, un 0.349 % de error en el precio (p), y un 0.039 % en la energía acumulada ($\sum x_i$).

4.4.2. Problema de Cournot con varios mercados sin clasificador

Para demostrar la eficacia del método CGM con el fitness de Cournot, se han elegido un conjunto de puntos de equilibrio de mercado no colineales. Y se ha alimentado el algoritmo CGM con $Fitness^{cournot}$ con las demandas correspondientes a los puntos de equilibrio anteriores, para obtener una estimación de las ofertas teóricas de equilibrio que generaron los puntos de equilibrio de anteriores.

D_i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
precio	3,28	4,07	4,88	5,71	6,54	7,38	8,23	9,09	9,95	10,81
cantidad	1720,73	1925,65	2115,16	2292,31	2459,25	2617,56	2768,47	2912,92	3051,69	3185,40

Tabla 4.8: Puntos de equilibrio calculados analíticamente

El problema corresponde a un modelo con cuatro agentes de comportamiento asimétrico. Las estrategias de generación se componen de 1 prototipo, sin clasificador, con sólo un segmento lineal.

Para resolver el problema seguiremos las fases de nuestra metodología (ver sección 2.4):

- a) Modelado de los elementos del mercado.
- b) Adaptación y simulación del proceso de casación en base al modelo anterior.
- c) Búsqueda de la solución.

Respecto al **modelado del mercado**, hemos tomado como entrada de nuestro problema:

1. Las funciones de coste (C_i):

$$C_0(q) = 4e - 6q^3$$

$$C_1(q) = 5e - 6q^3$$

$$C_2(q) = 6e - 6q^3$$

$$C_3(q) = 7e - 6q^3$$

2. El escenario del mercado, es una serie de 10 funciones de demanda diferentes (D_m) con la misma elasticidad:

$$D_{m=0}^9(p) = -1000p + (5000 + 1000m)$$

3. Los puntos de equilibrio, ($precio_i$, $cantidad_i$).

Fueron generados a partir de la intersección de las funciones de demanda (D_i) y las estrategias teóricas de equilibrio. Estos puntos se pueden ver en la tabla 4.8:

4. Y, por último, la representación de las estrategias de equilibrio teóricas, calculadas analíticamente mediante los cálculos de la sección 4.2.2, que son las de la tabla 4.9.

Mercado	Firma0	Firma1	Firma2	Firma3
0	150,43p	134,58p	115,46p	124,25p
1	135,57p	121,27p	103,92p	111,87p
2	124,26p	111,13p	95,16p	102,46p
3	115,29p	103,11p	88,22p	95,00p
4	107,96p	96,55p	82,56p	88,92p
5	101,84p	91,06p	77,83p	83,84p
6	96,62p	86,39p	73,80p	79,51p
7	92,10p	82,36p	70,32p	75,77p
8	88,15p	78,82p	67,28p	72,50p
9	84,66p	75,69p	64,59p	69,61p

Tabla 4.9: Estrategias de equilibrio calculadas analíticamente para los 10 puntos de estudio

En lo que respecta al **modelo de casación** vamos a suponer que las ofertas formuladas por los agentes competidores aportarán suficiente cantidad de producto como para abastecer la demanda, de lo contrario dicho conjunto de ofertas será desechado. Para ilustrar el cálculo de la función de fitness, que equivale a hacerlo con el proceso de casación, evaluaremos el pool de estrategias seleccionadas aleatoriamente para calcular el fitness de la estrategia de la firma 0, q'_0 :

$$\begin{aligned}
 q'_0(p) &= 93,82p + 15,74 \\
 q'_1(p) &= 84,35p + 14,41 \\
 q'_2(p) &= 76,52p + 16,68 \\
 q'_3(p) &= 70,72p + 18,89
 \end{aligned}$$

La oferta agregada será $\sum q'_i(p) = 325,41p + 65,72$. Fitness_a de la estrategia q'_0 depende de la cantidad total de energía ($q'(p'_m)$) vendida para cada mercado m , de modo que primero calcularemos los precios estimados (p'_m) para cada mercado. Los precios marginales estimados se corresponden con el corte de la estrategia agregada estimada ($\sum_{\text{firma}} q'_m^{\text{firma}}$) con la demanda D_m (los resultados se puede encontrar en la tabla 4.10).

Por otro lado, el Fitness_b requiere, para su cálculo, conocer la cantidad de energía estimada para cada firma y para cada mercado, ($q'_i(p'_m)$) (ver tabla 4.11). El valor de fitness multi-objetivo de Cournot (Fitness_a , Fitness_b) para la estrategia q_0 es: $\langle 36895.33, 0.002 \rangle$.

D_i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
precio	3.72	4.48	5.23	5.99	6.74	7.50	8.25	9.00	9.76	10.51
cantidad	1277.16	1522.67	1768.18	2013.70	2259.21	2504.73	2750.24	2995.76	3241.27	3486.78

Tabla 4.10: Puntos de mercado estimados para unas ofertas elegidas aleatoriamente

D_i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
q'_0	365.02	435.80	506.59	577.37	648.16	718.94	789.73	860.51	931.30	1002.08
q'_1	328.43	392.07	455.71	519.35	582.99	646.63	710.27	773.91	837.55	901.20
q'_2	301.56	359.29	417.03	474.76	532.50	590.23	647.97	705.70	763.44	821.17
q'_3	282.15	335.50	388.86	442.21	495.57	548.92	602.27	655.63	708.98	762.34

Tabla 4.11: Cantidad de energía estimada producida por cada firma individualmente

Una vez visto cómo se calcula el fitness de un individuo, veamos como podemos llegar a obtener las ofertas individuales de equilibrio a partir de los elementos que hemos visto, que es el tercer punto de nuestra metodología, **búsqueda de la solución completa**. Para ello, se aplicará nuestro algoritmo genético coevolutivo CGM con $\text{Fitness}^{\text{Cournot}}$. En concreto, los parámetros genéticos que hemos empleados son: 4 poblaciones de 1000 individuos cada una, fitness multi-objetivo de Cournot, 400 iteraciones, selección por torneo con tamaño 5 y probabilidad de cruce lineal descendente, desde 100% a 0%. Las estrategias de equilibrio obtenidas con nuestro método son:

$$\begin{aligned}
 q'_0(p) &= 67,1636p + 226,987 \\
 q'_1(p) &= 56,4915p + 234,217 \\
 q'_2(p) &= 45,5331p + 272,999 \\
 q'_3(p) &= 41,5025p + 258,445
 \end{aligned}$$

Donde cada estrategia se aplicará para los 10 mercados del problema, D_m . Y el $\text{Fitness}^{\text{cournot}}$ obtenido, en la última iteración del proceso de entrenamiento, para cada firma fue de:

$$Fitness_0 = \langle 37101,1,0 \rangle$$

$$Fitness_1 = \langle 33270,4,0 \rangle$$

$$Fitness_2 = \langle 30461,7,0 \rangle$$

$$Fitness_3 = \langle 28238,3,0 \rangle$$

La curva de oferta agregada se puede ver en la figura 4.5, junto con la representación de los puntos de equilibrio teóricos, calculados mediante las ecuaciones de Cournot.

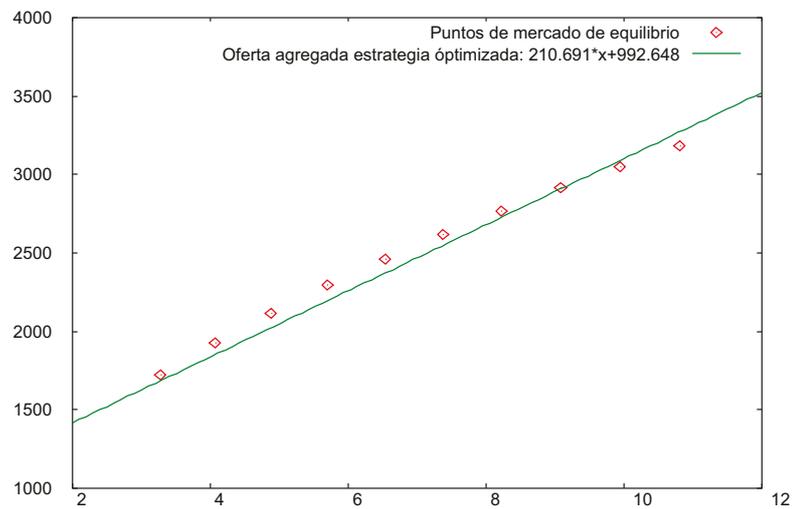


Figura 4.5: Curva de oferta agregada de equilibrio resultante de aplicar CGM con fitness Cournot a conjunto de 10 mercados

Observamos la buena aproximación de la solución obtenida mediante estrategias lineales a la nube de puntos no-colineales artificiales. En concreto el error medio de los puntos de equilibrio estimados respecto a los puntos de equilibrio reales ha sido de 2.65361 % por mercado y firma respecto a la dimensión cantidad. Y los errores Error1, Error2 y Error3 (ver sección 3.7.2) respecto a las estrategias óptimas calculadas analíticamente fue de 5.93207 %, 4.54439 y 1.11367 % respectivamente.

4.4.3. Problema de Cournot con varios mercados con uso de clasificador difuso

En el último problema explicativo de nuestra metodología las estrategias incorporan un clasificador basado en reglas difusas. En este problema ya no será posible comparar los resultados de nuestra simulación con una solución exacta calculada analíticamente, puesto que estamos modelando un sistema de ecuaciones no lineales y no continuas. En concreto, en este apartado analizaremos dos detalles de nuestro algoritmo CGM con fitness de Cournot:

- Por un lado, estudiaremos el procedimiento de cálculo del algoritmo de casación ante estrategias con clasificador difuso. En la sección 4.5 discutiremos la aplicabilidad de la solución aquí obtenida.
- Por el otro, dado un conjunto de puntos de mercado artificiales y las estrategias artificiales que han generado dichos puntos de mercado, compararemos los beneficios de dichas estrategias artificiales con las estrategias de equilibrio obtenidas mediante nuestro algoritmo CGM con el $\text{Fitness}^{\text{cournot}}$ para los mismas curvas de demanda con que se generaron los puntos de mercado artificiales.

Descripción del problema y estudio del procedimiento de casación

El problema corresponde a un modelo con cuatro agentes (un oligopolio con el mismo número de firmas que el mercado eléctrico español) de comportamiento asimétrico. Las estrategias de generación se componen de 1 prototipo con sólo un segmento lineal, y un clasificador difuso con variables de clasificación:

1. Nivel de Energía Relativo al día (NERdía). Indica el orden de un punto de mercado dentro de día, en función de la cantidad de energía consumida a esa hora.
2. Tipo de día (Tipodía). Esta variable indica si un punto de mercado corresponde a un día festivo o laboral.
3. Temperatura del aire (Temperatura). Esta variable indica la temperatura ambiente media durante la hora a la que corresponde el punto de mercado.

Tales factores de clasificación presentarán los términos simbólicos que se indican en la tabla 4.12, cuya definición dependerá del tipo de variable, nítida o difusa.

Hemos modelado el mercado de la siguiente forma:

Variable	Nítida/Difusa	Términos Simbólicos
NERdía	Difusa	Alto, Bajo
Tipodía	Nítida	Festivo, Laboral
Temperatura	Difusa	Calor, Frio

Tabla 4.12: Características de los factores de clasificación de un problema de optimización con clasificador difuso

1. Las funciones de coste (C_i):

$$\begin{aligned}
 C_0(q) &= 2q + \frac{5e + 06}{\text{mercados_día} * \text{días_año}} \\
 C_1(q) &= 1,75q + \frac{1e + 07}{\text{mercados_día} * \text{días_año}} \\
 C_2(q) &= 1,5q + \frac{2e + 07}{\text{mercados_día} * \text{días_año}} \\
 C_3(q) &= 1,25q + \frac{3e + 07}{\text{mercados_día} * \text{días_año}}
 \end{aligned}$$

donde el coste fijo se divide de forma equilibrada para todos los mercados del año. Por ejemplo en el año 2000 hubo 24 mercados al día por 366 días, lo cual totalizó 8784 mercados.

2. El escenario del mercado es una serie de 8 funciones de demanda diferentes (D_m), cada una de las cuales es aplicable en 5 puntos de mercado. Esto da lugar a un total de 40 puntos de mercado.

$$\begin{aligned}
 D_0(q) &= -180,27 * p + 17365,40 \\
 D_1(q) &= -597,71 * p + 29861,40 \\
 D_2(q) &= -1306,30 * p + 17839,90 \\
 D_3(q) &= -6628,66 * p + 31594,80 \\
 D_4(q) &= -297,73 * p + 16743,20 \\
 D_5(q) &= -558,95 * p + 18423,80 \\
 D_6(q) &= -14559,90 * p + 14729,10 \\
 D_7(q) &= -173,30 * p + 14391,60
 \end{aligned}$$

3. Y, por último, respecto a la representación de las estrategias no óptimas con las que compararemos la salida de equilibrio de nuestro algoritmo,

sabemos que cada empresa aplicó una oferta poligonal de un tramo para cada una de las ocho particiones de los valores lingüísticos de las variables de clasificación. La función de pertenencia de las variables difusas es trapezoidal. Hemos tomado como convenio de representación de una función rampa de pertenencia, “ $x \nearrow y$ ”, donde x e y representan los puntos comienzo y fin de la pendiente. Así la función de pertenencia toma el valor 0 para valores inferiores a x , el valor de la recta $\langle(x, 0)-(y, 1)\rangle$ para valores entre x e y , y vale 1.0 para valores superiores a y .

Además, todas las ofertas cumplen con la restricción de beneficio unitario igual para cada mercado.

A continuación, veremos la **competición entre las firmas de un pool** de estrategias para un punto de mercado concreto, proceso mediante el que se calcula el fitness de las firmas que compiten en el pool. En la tabla 4.13 se recogen las estrategias prototipo en forma de recta (Firma i) para cada partición (Partición) de los términos lingüísticos descritos en la tabla 4.12. Cada partición se identifica mediante la combinación ordenada de las iniciales de los valores de los tres factores empleados: Nivel de Energía Relativa al día (“Alto” y “Bajo”), tipo de día (“Festivo” y “Laboral”) y Temperatura (“Calor” y “Frio”).

Partición	Firma 0	Firma 1	Firma 2	Firma 3
AFC	80.34p+5718.25	1531.29p-4402.18	1013.50p-1021.67	285.76p+2379.29
AFF	53417.18p-197402.56	0.00p+9154.32	4312.78p-10613.52	346.03p+4973.61
ALC	618.68p-321.93	512.63p+187.73	547.14p+1602.56	998.06p-1758.50
ALF	457.65p+2783.38	150.16p+2807.83	199.67p+3095.93	555.09p+2528.04
BFC	5056.80p-14739.27	419.71p+2607.61	232.22p+3403.55	55.16p+3955.03
BFF	959.94p+168.12	242.88p+2847.21	592.98p+1342.92	357.26p+2909.80
BLC	762.52p-2747.62	1663.68p-7945.90	4047.43p-19425.99	0.00p+6640.76
BLF	1446.05p-3494.65	542.76p+506.75	697.19p+383.92	0.00p+4330.68
N.Alto	10 \nearrow 14	2 \nearrow 16	4 \nearrow 16	5 \nearrow 17
T.Calor	3.1 \nearrow 20.8	11.3 \nearrow 25.2	10.8 \nearrow 25.7	13.4 \nearrow 27.1

Tabla 4.13: Estrategias prototipo y su clasificador correspondiente a un pool de ejemplo. N.Alto hace referencia a NERDía “Alto” y T.Calor a Temperatura “Calor”

En el problema de estudio que se plantea sólo trabajamos con 40 puntos de mercado, pero, dado lo complejo del cálculo, analizaremos la competición para uno de los mercados generados a partir de la demanda $D(p)_3$:

- Demanda: $-6628.66p + 31594.8$
- NERdia: 22

- TipoDía: laboral
- Temperatura: 15.2°C

A modo de ejemplo, veremos como se calcula la energía generada por una estrategia de la firma 0. Para ello necesitamos los siguientes datos:

1. Demanda correspondiente al mercado de estudio, $-6628.66p + 31594.8$.
2. Precio de corte de la estrategia agregada del pool de estudio y la demanda del punto 1), que será de 2.89841 pts.
3. Y, por último, necesitamos los valores de las funciones de pertenencia para cada estrategia prototipo, datos que se encuentran en la tabla 4.14. En concreto, los datos recogidos en esta tabla se corresponden con el mínimo de los valores de pertenencia para los tres factores estudiados. Por ejemplo, para la firma 0, los valores de pertenencia de nuestro de punto de mercado $\{22, \text{laboral}, 15.2^\circ\}$ respecto a la partición de valores lingüísticos ALF (NERdía Alto, Tipodía Laboral y Temperatura Fria) son 1.00, 1.00 y 0.32. Por lo tanto, tomaremos el mínimo, 0.32.

Partición	Firma 0	Firma 1	Firma 2	Firma 3
AFC	0.00	0.00	0.00	0.00
AFF	0.00	0.00	0.00	0.00
ALC	0.68	0.28	0.30	0.13
ALF	0.32	0.72	0.70	0.87
BFC	0.00	0.00	0.00	0.00
BFF	0.00	0.00	0.00	0.00
BLC	0.00	0.00	0.00	0.00
BLF	0.00	0.00	0.00	0.00

Tabla 4.14: Valores de función de pertenencia para las estrategias del pool de ejemplo calculados para el mercado $\{22, \text{laboral}, 15.2^\circ\}$

Según esto, la energía generada por la firma 0, siendo el precio marginal por unidad de energía vendida de 2.89841 pts., será de 2306.07 Kwh procedente del cálculo de la ponderación de las estrategias prototipo ALC y ALF por el valor de pertenencia correspondiente (ver figura 4.6):

$$\begin{aligned}
 \text{Energía}(\text{Firma } 0, 2,89841) &= 0,683616 * \text{Prototipo ALC}(2.89841) \\
 &+ 0,316384 * \text{Prototipo ALF}(2.89841) \\
 &= 0,683616 * 1471,242 + 0,316384 * 4109,84 \\
 &= 2306,07
 \end{aligned}$$

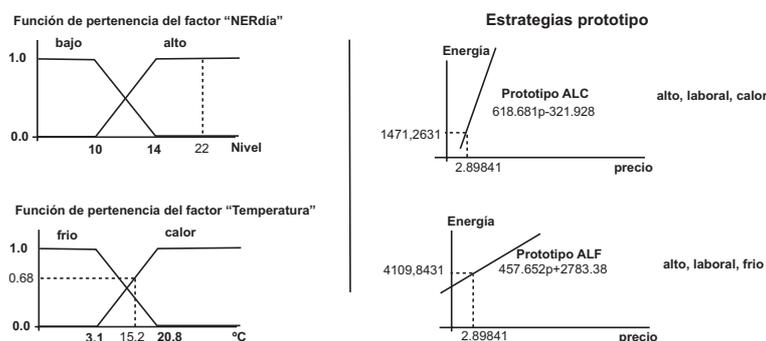


Figura 4.6: Cálculo de la energía de la firma 0 para el precio marginal 2.89841. Funciones de pertenencia trapezoidales (izq.), estrategias prototipo (dcha.).

Si realizamos el mismo cálculo para todas las firmas obtendremos los datos resultantes de la competición de la tabla 4.15.

Dato	Firma 0	Firma 1	Firma 2	Firma 3
Energía Agregada	12382.22			
Energía	2306.07	2802.69	3531.06	3742.41
Costes	5181.35	6043.13	7573.45	8093.31
Beneficios	1502.58	2080.20	2661.00	2753.73
Beneficios Unitarios	0.65	0.74	0.75	0.74

Tabla 4.15: Datos resultado de la competición de las estrategias del pool de ejemplo calculados para el mercado {22, laboral, 15.2°}

Para calcular el fitness de la firma 0 sería necesario calcular los datos de competición del pool ejemplo para todos los mercados de este problema. Y, dado se que se trata de un pool competitivo, habría que hacer competir la estrategia de la firma 0 contra varios pools seleccionados de las poblaciones parásito para obtener el fitness definitivo.

En concreto, los parámetros genéticos que hemos empleado para la simulación fueron: 4 poblaciones de 500 individuos cada una, $\text{Fitness}_{multi}^{CGM}$, 400 iteraciones, selección por torneo con tamaño 4 y probabilidad de cruce lineal descendentes, desde 100% a 0%. Y los datos resultantes de la competición de la estrategias de equilibrio obtenidas fueron los de la tabla 4.16.

Dato	Firma 0	Firma 1	Firma 2	Firma 3
Beneficios	198143.0	197669.0	195047.0	252652.0
Beneficio Agregado	843511.0			
Energía	140347.0	148200.0	145383.0	193681.0
Energía Agregada	627611.0			

Tabla 4.16: Datos resultado de la competición de las estrategias del pool de equilibrio

Hemos de decir que estos datos, por si solos, no tienen un especial valor si no es para contrastarlos contra los resultados del pool que haya generado un conjunto de puntos de mercado. Pero esto lo veremos en la siguiente subsección.

Comparación del pool de equilibrio contra un pool de competición

Si aplicamos el modelo de regresión obtenido en el capítulo 3 a un conjunto de puntos de mercado (corte de un conjunto de curvas demandas y precios), obtenemos una estimación del pool que generó dichos puntos de mercado. Lo más probable es que las estrategias de este pool obtengan unos beneficios muy lejos del óptimo teórico. Con el modelo basado en el equilibrio de Cournot obtenido en el presente capítulo, podremos determinar cuales serían las estrategias óptimas en términos del problema de Cournot para las mismas curvas de demanda empleadas en el primer problema. Y de esta forma podremos determinar en que medida se asemeja el pool estimado al pool óptimo, en términos legales, es decir, en ausencia de colaboración entre los integrantes del pool. Denominaremos pool de competición al pool obtenido mediante el modelo de regresión del capítulo 3 y pool de equilibrio al obtenido con el modelo de estimación presentado en el actual capítulo 4.

Para estudiar el problema anterior se ha tomado un pool de competición que ha generado 40 puntos de puntos de mercado, $PM_{m=1}^{40} = (\text{precio}_i, \text{cantidad}_i, \text{NERdía}, \text{Tipodía}, \text{Temperatura})$. Los atributos precio_i y cantidad_i de los puntos de mercado anteriores fueron generados a partir de la intersección (proceso de casación) de las funciones de demanda del problema (D_i) y la estrategia original agregada del pool de competición. Los resultados de la competición de este pool son los de la tabla 4.17:

Dato	Firma 0	Firma 1	Firma 2	Firma 3
Beneficios	125191.0	156961.0	85585.2	135626.0
Beneficio Agregado	503363.2			
Energía	98210.3	196062.0	141886.0	226314.0
Energía Agregada	662472.3			

Tabla 4.17: Datos resultado de la competición de las estrategias del pool de competición

Si comparamos los resultados de la competición de ambos pools (ver tabla 4.18), podemos ver que el pool de equilibrio, a costa de generar un 5.26237 % menos de energía, podría obtener un 67.5755 % más de beneficio. Lo cual nos indica que las estrategias de nuestro pool de competición son mejorables. La forma en que podemos llegar a mejorar el beneficio de una firma lo veremos en la sección sobre la discusión de los resultados, (ver sección 4.5).

Dato	Firma 0	Firma 1	Firma 2	Firma 3
Beneficios pool competición	125191.0	156961.0	85585.2	135626.0
Beneficios pool equilibrio	198143.0	197669.0	195047.0	252652.0
% Variación Beneficio	+58.2729	+25.9357	+127.899	+86.2857
% Variación Beneficio global	+67.5755			
Energía pool competición	98210.3	196062.0	141886.0	226314.0
Energía pool equilibrio	140347.0	148200.0	145383.0	193681.0
% Variación Energía	+42.9043	-24.4117	+2.46452	-14.4192
% Variación Energía global	-5.26237			

Tabla 4.18: Comparación de los resultados de las competiciones respectivas del pool de equilibrio vs. del pool de competición

4.5. Discusión de los resultados

En la sección 3.8 del capítulo sobre inducción de estrategias (capítulo 3), veíamos una aplicación práctica de nuestro modelo de estimación de estrategias. En aquel caso, empleamos nuestro modelo para estudiar la influencia de la modificación de la estrategia de una firma en el beneficio de dicha firma. Aquel análisis se realizaba supeditado a la “ausencia de reacción” en el resto de firmas competidoras, ya que la modificación iba a ser muy pequeña.

En este capítulo hemos definido un modelo que calcula las estrategias de equilibrio para un conjunto de demandas, basándose en el fitness Cournot.

Estas estrategias podemos considerarlas el “techo” legal para las estrategias de pool, siempre que se comporten de forma competitiva. Empleando este modelo vamos a simular la “reacción” de las estrategias competidoras a una firma a la cual le apliquemos una variación más fuerte que la aplicada en el caso del modelo de inducción de estrategias.

Para la realización de esta simulación seguiremos los siguientes pasos:

1. Inicialmente, tomaremos un pool de competición, que será sobre el que realizaremos la modificación. En principio, este pool puede obtener mayor o menor beneficio global que el pool de equilibrio, ya que no podemos conocer si parte de las estrategias del pool están coaligadas. Lo normal debería ser que el pool de competición obtuviera menor beneficio conjunto que el pool de equilibrio.
2. A continuación tomamos la estrategia de una de las firmas y la alteramos. Esta alteración puede ser todo lo brusca que deseemos ya que estamos suponiendo que el resto de firmas competidoras van a reaccionar a esta modificación.
3. Por último emplearemos el modelo de simulación basado en fitness de Cournot para calcular las estrategias de equilibrio de las firmas competidoras, manteniendo fija la estrategia de la firma modificada.

Con estos pasos, estamos suponiendo que las estrategias competidoras van a hacer siempre su mejor estrategia, dentro de los márgenes de la legalidad. Aunque la mejor estrategia de las firmas competidoras no será la de equilibrio, ya que siempre vendrán condicionadas por la estrategia de la firma que hemos modificado, la cual hemos mantenido fija. En general la estrategia modificada no será la estrategia de equilibrio para esa firma sino una variación de la estrategia tomada por esa firma para un conjunto de mercados concretos.

4.5.1. Resultados experimentales

Con el fin de demostrar la simulación de la reacción de un pool de estrategias ante un cambio en una firma hemos seleccionado como pool de competición el empleado en la sección 4.4.3.

El estudio constará de los siguientes tres puntos:

1. Inicialmente indicaremos que firma hemos elegido para su estudio, y la modificación que le hemos aplicado.
2. A continuación simularemos la reacción del resto de firmas manteniendo fija la firma de estudio, pero en su forma original, sin modificación.
3. Posteriormente simularemos la reacción del pool a la firma de estudio, manteniendo esta fija, pero en su versión modificada.

4. Y finalmente compararemos los resultados obtenidos en los puntos anteriores.

Elección de la firma de estudio

Hemos tomado como firma de estudio la firma con mayor cuota de beneficio, la firma 1. Y le hemos aplicado una modificación a su estrategia que conllevará una disminución del 4.86588 % de su cuota de energía que implicará un aumento del 12.7445 % de su cuota de beneficio respecto al pool de competición (ver tabla 4.19).

Dato	Firma 0	Firma 1	Firma 2	Firma 3
Benef. pool competición	125191.0	156961.0	85585.2	135626.0
Benef. pool competición modif.	136020.0	176964.0	102945.0	159531.0
% Variación Benef.	+8.65029	+12.7445	+20.2836	+17.6252
% Variación Benef. global	+14.3232			
Energía pool competición	98210.3	196062.0	141886.0	226314.0
Energía pool competición modif.	103366.0	186522.0	142235.0	225119.0
% Variación Energía	+5.24978	-4.86588	+0.246243	-0.528113
% Variación Energía global	-0.789489			

Tabla 4.19: Comparación de los resultados de las competiciones respectivas del pool de competición original frente al pool de competición con la firma 1 modificada

En la tabla 4.20 observamos que el pool de competición con la firma 1 modificada sigue presentando peores beneficios que el pool de equilibrio, un 31.7781 % menos, a costa de producir más energía, un +4.72133 % más. Recordemos que el pool de competición, sin modificación, obtenía en términos globales un 67.5755 % menos beneficios que el pool de equilibrio (ver tabla 4.18) y con la estrategia 1 modificada se mejoraron los beneficios en un 14.3232 % respecto al pool de competición sin modificación (ver tabla 4.19). Es decir, tras aplicar la modificación no superamos el “techo” de las estrategias de equilibrio, pero si mejoramos el pool de competición sin modificar.

Estudio de reacción sin modificación

Con el fin de comparar la reacción del pool ante la modificación de la estrategia de una de las firmas, hemos simulado la reacción del pool a dicha estrategia sin modificar. Comparando los resultados del pool de competición frente al pool reactivo obtenido (ver tabla 4.21), vemos que los resultados del pool reactivo son mas conservadores que el propio pool de competición, obteniendo la reacción un 35.8902 % menos de beneficios a costa de disminuir un

Dato	Firma 0	Firma 1	Firma 2	Firma 3
Benef. pool de equilibrio	198143.0	197669.0	195047.0	252652.0
Benef. pool competición modif.	136020.0	176964.0	102945.0	159531.0
% Variación Benef.	-31.3526	-10.4745	-47.2207	-36.8576
% Variación Benef. global	-31.7781			
Energía pool de equilibrio	140347.0	148200.0	145383.0	193681.0
Energía pool competición modificado	103366.0	186522.0	142235.0	225119.0
% Variación Energía	-26.3495	+25.8583	-2.16492	+16.2316
% Variación Energía global	+4.72133			

Tabla 4.20: Comparación de los resultados de las competiciones respectivas del pool de competición con la firma 1 modificada frente al pool de equilibrio

3.16333% la generación.

Y, además, hay que tener en cuenta que estamos comparando estrategias que tienen un origen totalmente diferente. El pool de competición ha sido seleccionado arbitrariamente y, por lo tanto, la estrategia de la firma 1; en cambio, el pool de reacción se ha concebido mediante nuestro algoritmo de simulación de equilibrio, donde la estrategia de la firma 1 se ha mantenido fija, por lo cual el equilibrio se ha calculado en torno a la estrategia de la firma 1. Esto explica el empeoramiento de los resultados de la reacción (ver tabla 4.21).

Dato	Firma 0	Firma 1	Firma 2	Firma 3
Benef. pool competición	125190.0	156960.0	85585.0	135626.0
Benef. pool reacción	54707.8	107555.0	76044.9	84396.3
% Variación Benef.	-56.3004	-31.4762	-11.1469	-37.7728
% Variación Benef. global	-35.8902			
Energía pool competición	98210.2	196062.0	141886.0	226314.0
Energía pool reacción	116536.0	198250.0	157643.0	169087.0
% Variación Energía	+18.6599	+1.11577	+11.1055	-25.2865
% Variación Energía global	-3.16333			

Tabla 4.21: Comparación de los resultados de las competiciones respectivas del pool de competición original frente al pool de reacción a la firma 1 de competición

Estudio de reacción con modificación

Cuando simulamos la reacción al pool de competición con la firma 1 modificada, observamos que vuelve a ocurrir lo mismo con la reacción al pool

de competición sin modificar. Volvemos a empeorar los resultados del pool de competición, con el pool de reacción a la firma 1 modificada. En este caso, el empeoramiento es inferior; hablamos de un 31.3107% menos de beneficio, a costa de disminuir en un 2.91544% el nivel de generación (ver tabla 4.22) .

Dato	Firma 0	Firma 1	Firma 2	Firma 3
Benef. pool competición	136020.0	176964.0	102945.0	159531.0
Benef. pool reacción	68870.4	134561.0	118648.0	109580.0
% Variación Benef.	-49.3674	-23.9613	+15.254	-31.3107
% Variación Benef. global	-24.9886			
Energía pool competición	103366.0	186522.0	142235.0	225119.0
Energía pool reacción	108136.0	186908.0	171816.0	171221.0
% Variación Energía	+4.61455	+0.20677	+20.7969	-23.9418
% Variación Energía global	-2.91544			

Tabla 4.22: Comparación de los resultados de las competiciones respectivas del pool de competición modificado frente al pool de reacción a la firma 1 modificada

Estudio resumen

Si comparamos los resultados de los dos pool de reacción calculados en las dos secciones previas, ver tabla 4.23, vemos que el pool de reacción a la firma 1 modificada es bastante mejor que el de la reacción a la firma 1 de competición. En concreto, se ha experimentado un aumento del beneficio del +33.7634% en la reacción a la firma 1 modificada frente al pool de reacción a la firma 1 de competición, a costa de disminuir un 0.53552% su generación.

Recordemos que la firma 1 modificada obtenía un 12.7445% (ver tabla 4.19) más de beneficio que la firma 1 de competición. Ahora, la comparación de reacciones refleja un aumento del beneficio de esta firma del +25.1091% de la reacción a la firma 1 de competición frente a la reacción a la firma 1 modificada. Esto quiere decir que la reacción a la firma 1 modificada genera un pool mejor que la reacción a la firma 1 sin modificar.

Comparando todas las variaciones de beneficios (ver tabla 4.24), podemos concluir con nuestro estudio, a la vista de la mejora introducida en la firma 1 (tabla 4.24a), la reacción simulada, en términos cuantitativos, a ser menor si es simulada frente a la firma 1 modificada (tabla 4.24c) que frente a la firma 1 sin modificar (tabla 4.24b), ya que la firma 1 modificada se encuentra más cercana a la estrategia de equilibrio que la estrategia sin modificar. Como conclusión, podremos decir que la modificación aplicada a nuestra firma de estudio llevará al resto de firmas a mejorar sus beneficios, ya que la simulación

Dato	Firma 0	Firma 1	Firma 2	Firma 3
Benef. pool reacción firma 1	54707.8	107555.0	76044.9	84396.3
Benef. pool reacción firma 1 modif.	68870.4	134561.0	118648.0	109580.0
% Variación Benef.	+25.8879	+25.1091	+56.0234	+29.8402
% Variación Benef. global	+33.7634			
Energía pool reacción firma 1	116536.0	198250.0	157643.0	169087.0
Energía pool reacción firma 1 modif.	108136.0	186908.0	171816.0	171221.0
% Variación Energía	-7.20822	-5.72111	+8.99041	+1.26211
% Variación Energía global	-0.53552			

Tabla 4.23: Comparación de los resultados de las competiciones respectivas del pool de reacción a la firma 1 de competición frente al pool de reacción a la firma 1 modificada

de las reacciones a la firma modifica genera un pool con mayores beneficios (en concreto +33.7634%, tabla 4.24d) que el pool obtenido con la reacción a la firma 1 original.

Dato	Firma 0	Firma 1	Firma 2	Firma 3	Total
% Variación a	+8.6503	+12.7445	+20.2836	+17.6252	+59.3036
% Variación b	-56.3004	-31.4762	-11.1469	-37.7728	-136.6960
% Variación c	-49.3674	-23.9613	+15.2540	-31.3107	-89.3854
% Variación d	+25.8879	+25.1091	+56.0234	+29.8402	+136.8610

Tabla 4.24: Comparación de los variaciones de beneficios de los pools: (a) competición modificado frente al mismo sin modificar, (b) de reacción a la firma 1 de competición sin modificar, (c) de reacción a la firma 1 de competición modificada y (d) de reacción a firma 1 sin modificar frente a pool de reacción a firma 1 modificada

Capítulo 5

Conclusiones

Los modelos genéticos coevolutivos se emplean a menudo para simular sistemas naturales con múltiples agentes de comportamiento independiente, donde no es posible aplicar modelos matemáticos. Aquí se han empleado para resolver dos problemas relacionados con la planificación estrategia de generación de energía eléctrica en el mercado Español:

- En un caso, se trata de un problema de análisis de mercados, que consiste en la resolución de un problema de regresión no lineal y no continua.
- El otro problema, se trata de la búsqueda de las estrategias de generación óptimas en un mercado eléctrico. Este problema se reduce al cálculo del equilibrio de Cournot para las empresas competidoras, con una estructura de mercado más compleja que la enunciada originalmente por Cournot.

Hemos dividido las conclusiones que hemos obtenido en este trabajo en tres apartados: “conclusiones generales”, “conclusiones derivadas” y “conclusiones de aplicación”.

5.1. Conclusiones generales

Hemos logrado definir una metodología general de trabajo para abordar problemas relacionados con la planificación estratégica de generación de energía eléctrica. Esta metodología incluye un modelo simplificado y flexible de representación de las estrategias de generación del mercado eléctrico de generación (sección 2.4). Este modelo está basado en la definición, para cada agente competidor, de un clasificador genérico, con variables nítidas o difusas, y sus consecuentes en forma de curva poligonal de precios y cantidades.

Utilizando la metodología anterior, hemos resuelto dos problemas prácticos existentes en el mercado eléctrico español:

- La inducción de las estrategias de generación que se ajusten mejor a un histórico de puntos de mercado (capítulo 3).
- La estimación de las estrategias óptimas (correspondientes al equilibrio de Cournot) a partir de un histórico de funciones de demanda (capítulo 4).

Con el fin de demostrar la eficacia de la metodología definida aplicada al problema de inducción de estrategias, se han definido diversos problemas de diferente complejidades: unos artificiales (ver sección 3.6) y otros semi-artificiales (ver sección 3.7.1). Al tratarse de problemas artificiales o semi-artificiales, las estrategias originales que dieron lugar a la base de datos de puntos de mercado eran conocidas y por lo tanto se ha podido comparar las estrategias inducidas con las originales. En todos los casos se logró obtener un modelo de gran fidelidad a la nube de puntos tomada como base de datos de inducción. En concreto las estrategias inducidas ajustaron perfectamente las estrategias originales.

En lo que respecta al problema de estimación de estrategias de equilibrio óptimo, también hemos aplicado nuestra metodología sobre problemas artificiales de diversas complejidades (ver sección 4.4).

Los problemas artificiales resueltos se dividen en problemas con estrategias óptimas resolubles por medios analíticos (ver secciones 4.4.1 y 4.4.2) y problemas con estrategias óptimas no resolubles por medios analíticos (ver sección 4.4.3). Los primeros nos han permitido contrastar la validez de nuestro método frente a la solución analítica de Cournot. Una vez demostrada la validez de nuestro modelo de equilibrio, hemos extrapolado este hecho a un problema en el que las estrategias presentan un clasificador basado en variables difusas (ver sección 4.4.3), lo cual no permite aplicar la solución analítica de Cournot. En este caso los beneficios del pool de equilibrio obtenido se compararon con los de un pool obtenido mediante el modelo de inducción para el mismo problema, y determinamos que este segundo pool no estaba obteniendo beneficio por encima del óptimo de Cournot. Evidentemente esta comparación sólo tiene aplicación si los datos que se están tratando son datos extraídos del mercado real, de forma que los resultados obtenidos con el modelo de equilibrio nos permiten determinar si los puntos de mercado reales corresponden a una competición con acuerdos o sin acuerdos.

5.2. Conclusiones derivadas

En el proceso de estudio de la configuración genética óptima para nuestro modelo (ver sección 3.7), se ha demostrado que un modelo genético coevolutivo (CGM¹) es más eficaz que un modelo no-coevolutivo equivalente (GM²), y que

¹Coevolutive Genetic Model.

²Genetic Model.

un algoritmo híbrido basado en el algoritmo de clasificación K-means más un algoritmo genético (KGM³) (ver sección 3.7.6). Por otro lado, también se ha constatado, que un fitness multi-objetivo ($Fitness_{multi}$) aplicado al problema propuesto de inducción de estrategias, es más efectivo que el fitness mono-objetivo equivalente ($Fitness_{mono}$), ya que el $Fitness_{multi}$ explora los objetivos en paralelo evitando su obstrucción mutua, y por ello la convergencia prematura a un óptimo local (ver sección 3.7.4).

5.3. Conclusiones de aplicación

Respecto a los resultados del modelo de inducción de estrategias, hemos observado que el pool estimado con este modelo permite simular variaciones sobre las estrategia de una firma sin conocer a priori las estrategias de firmas competidoras. Para ello se ha empleado una estimación de las estrategias de las firmas competidoras. Además, se ha comparado la eficacia de las estimaciones de nuestro modelo CGM para estimar las variaciones de beneficio frente a las estimaciones de otros tres modelos, GM, 1-KGM y 2-KGM, y el modelo CGM ha resultado claramente mejor en todos los casos de estudio. Hemos comprobado que este modelo sólo es válido cuando la variación es lo suficientemente pequeña como para no suponer una reacción en el resto de competidores ya que el modelo no prevé situaciones de reacción. En concreto las pruebas realizadas con una variación del 1% de la generación dieron resultados satisfactorios, en cambio las pruebas con variaciones del 5% ocasionaban previsiones de la variación en el mercado con grandes errores (ver tabla 3.42). Esto, creemos que es debido a que las firmas competidoras inducidas presentaban una gran reacción a la variación de la estrategia de la firma analizado y por lo tanto el modelo de inducción calculado no se adapta a esa modificación.

Sobre el modelo de estimación de estrategias de equilibrio hemos analizado dos claras aplicaciones:

- La primera aplicación es útil para un agente generador de energía. Esta utilidad trataba de resolver el problema de simulación de la reacción del pool ante una variación en una de las estrategias. En este caso podremos simular la reacción a “variaciones grandes” de las estrategias, ya que el modelo de equilibrio permite estimar el comportamiento de las empresas del pool cuando se produce un cambio en los competidores, a diferencia del modelo de inducción de estrategias que permitía simular reacciones a variaciones grandes.
- Hemos planteado otra utilidad empresarial, pero esta vez desde el punto de vista del operador de mercado. El conocimiento del pool de equilibrio

³K-means Genetic Model.

le permitirá comprobar si los beneficios del pool inducido a partir de los puntos de mercado es superior al del pool de equilibrio. En los ensayos realizados el pool inducido siempre obtuvo beneficios inferiores al pool de equilibrio.

En resumen, podemos decir que la herramienta producto de este trabajo puede aplicarse para los fines recogidos en el diagrama de la figura 5.1

$$\text{Aplicaciones} \left\{ \begin{array}{l} \text{Reacción pool ante cambios} \\ \text{Detección de acuerdos} \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} \text{Cambios pequeños: } \{ \text{Capítulo 3} \\ \text{Cambios grandes: } \{ \text{Capítulo 4} \\ \{ \text{Capítulo 4} \end{array} \right.$$

Figura 5.1: Resumen de aplicaciones prácticas de la herramienta presentada en este trabajo

Capítulo 6

Trabajos Futuros

El paso siguiente en la continuidad del presenta trabajo, consistirá en obtener las estrategias reales de las empresas generadoras de energía en el mercado eléctrico español y aplicar la metodología presentada para comprobar la validez de la misma respecto a dichas estrategias. En este momento se han establecido contactos con la división de planificación estratégica de Hidro-Cantábrico Generación para obtener datos históricos del mercado español de acceso restringido a los agentes generadores.

Apéndice A

Análisis de la Demanda Horaria del Año 2000

Este apartado pretende demostrar la validez como factores estacionales de las variables externas empleadas en el clasificador difuso que forma parte del método expuesto en este trabajo. Se han empleado como datos de muestra los puntos de mercado del año 2000. Se ha seleccionado este año, ya que la recopilación de datos para este trabajo se realizó durante finales del año 2001, en el cual los últimos datos disponibles (puntos de mercado del pool español y datos climatológicos) correspondían al año 2000.

En las siguientes secciones se describirán y justificará el uso de los factores seleccionados.

A.1. Factores externos estudiados

Según los expertos consultados del grupo Hidrocantábrico, las características que pueden condicionar la demanda de energía son las siguientes:

1. Nivel de Energía relativo al día: Factor externo empleado como discriminante intra-día, y que sustituye a la variable “hora del día” .
2. Tipo de día: Factor externo discriminante respecto a la semana.
3. Temperatura media horaria: Factor externo discriminante respecto al año.

Demostraremos la estacionalidad de los factores externos elegidos sobre datos del año 2000. Para ello se han recopilado todos los puntos de mercado del pool español durante el año 2000, en concreto 366 días a 24 puntos por día, que suponen 8784 puntos de mercado. La estacionalidad nos ayudará a determinar lo segmentables que son los factores estudiadas.

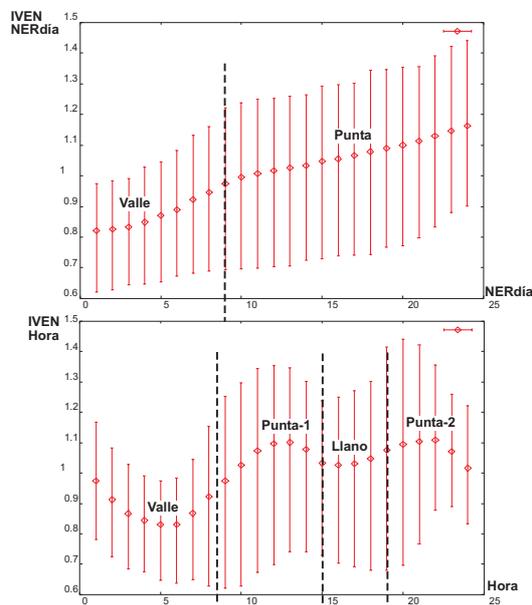


Figura A.1: Comparativa del IVEN para la característica NERdía (arriba) vs. HORA para el año 2000 (abajo). Eje X es orden para NERdía (1 a 24) y hora para HORA (1 a 24)

Con el fin de comprobar la estacionalidad de los factores externos anteriores se ha calculado el IVEN (Índice de Variación Estacional Normalizado) para cada uno de ellos:

$$IVEN(\text{FactorExterno}_t) = \frac{\text{FactorExterno}_t}{\overline{\overline{\text{FactorExterno}}}} \quad (\text{A.1})$$

siendo t el dominio de los factores externos. Por ejemplo, para la “Hora del día”, t tomará valores de 1 a 24.

A.1.1. Nivel de Energía Relativo al día

Hemos seleccionado el factor Nivel de Energía Relativo al día (NERdía) como factor discriminante dentro del ámbito de un día. Este factor es sustituto del factor hora como factor intra-día, que es “cíclico” y más complejo de aplicar.

En la gráfica A.1, hemos representado los valores medio, mínimo y máximo para los índices de variación estacional (IVEN) de los factores intra-día, NERdía y HORA, para el año 2000. En el caso de HORA la curva representada se segmenta en tres tramos cortados verticalmente de diferente IVEN: “Punta-n”,

“Llano” y “Valle” (ver figura A.1abajo). Donde el tramo “Punta-1” está partido por el tramo “Llano” y el tramo “Punta-2” se uniría de forma cíclica con el tramo “Valle” ya que el factor externo Hora es de por si cíclico. En cambio el factor NERdía, al no presentar picos simplifica de forma acusada su estudio, ya podemos diferenciar sólo dos sectores: “Valle” y “Punta” o como mucho “Valle”, “LLlano” y “Punta”, pero totalmente secuenciales (ver figura A.1arriba); además de que el factor en si no es cíclico. Por ello, el factor NERdía será válido a todos los efectos como sustituto de la HORA, como factor estacional intra-día.

A.1.2. Tipo de día

Se ha seleccionado la festividad del día de la semana como factor externo estacional respecto a la semana. Existe una clara relación entre el día de la semana y la demanda.

Para medir la relación de estacionalidad de este factor con el día de la semana hemos representado el IVEN de la demanda respecto al día de la semana y hemos obtenido la gráfica de la figura A.2. En ella puede apreciarse una tendencia al alza en festivos y sábados y una ligera tendencia a la baja en lunes (que es el posterior a festivo más frecuente). Por esto los Sábados se considerarán días festivos a efectos de nuestros experimentos.

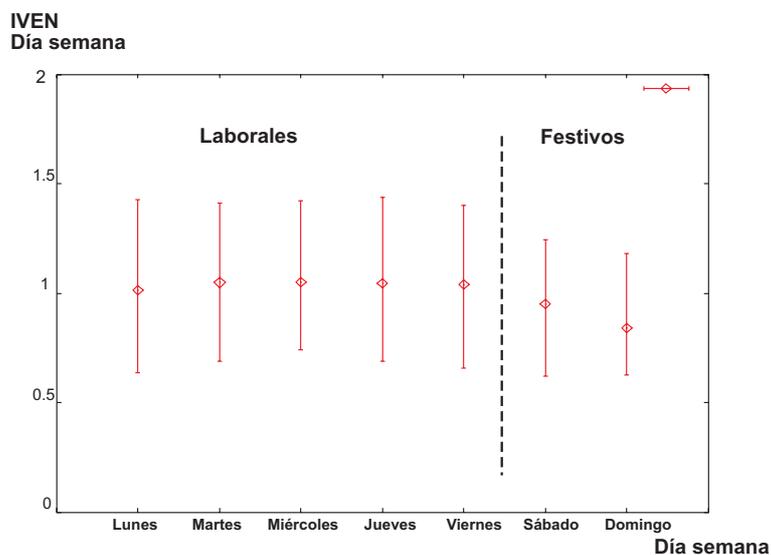


Figura A.2: Variación estacional de la demanda en función del día de la semana para el año 2000.

A.1.3. Temperatura media horaria

Se ha seleccionado la temperatura del aire como factor externo estacional respecto al total del año.

Dado que la demanda de energía disponible no se encuentra disgregada por provincias, sino que se presenta como demanda integral, es del todo inadecuado hacer uso de una sola temperatura para la serie de temperaturas. Por ello, se ha empleado el método introducido por Valor [47], que está basado en el concepto de índice de ponderación de temperaturas (ITE). El ITE es una medida de temperatura representativa de una zona geográfica y se definirá más adelante. El método definido por Valor consiste en tomar temperaturas de una serie de estaciones meteorológicas representativas de diferentes provincias cercanas; en concreto Sevilla, Bilbao, Madrid y Valencia:

1. Bilbao : Galicia, Asturias, Cantabria, Euskadi y Navarra.
2. Sevilla: Andalucía y Extremadura.
3. Madrid: Las dos castillas, La Rioja y Madrid.
4. Valencia: Cataluña, Valencia y Murcia.

a continuación se ponderará cada temperatura media diaria de cada estación por su índice correspondiente de temperatura (ITE). Como factor de ponderación para el cálculo del índice se ha tomado la población relativa existente en el año en cuestión en las zonas representadas por cada estación (w_i):

$$w_i = \frac{p_i}{\sum_{j=1}^4 p_j}$$

Donde p_i es la población correspondiente a la zona representada por la estación i , (consultar tabla A.1).

De esta forma el índice de temperatura ITE único para toda España se calculará como:

$$ITE = \sum_{j=1}^4 \bar{T}_i w_i$$

siendo \bar{T}_i la temperatura media en las provincias del grupo i -ésimo. En la tabla A.1 hemos recogido los censos de las provincias que emplearemos para calcular el ITE, [37].

Para el caso de la temperatura, hemos decidido representar gráficamente los valores medio, mínimo y máximo del propio factor, tanto respecto al total de días del año (ver figura A.3arriba), como a los meses del año (ver figura A.3abajo). En ambas gráficas detectamos los dos puntos de inflexión:

Bilbao	
Galicia	2724544
Asturias	1081834
Cantabria	527137
Euskadi	2098628
Navarra	530819
Total	6962962
w_1	0.1928
Madrid	
Castilla-León	2484603
Castilla-La Mancha	1716152
La Rioja	263644
Madrid	5091336
Total	9555735
w_2	0.2646
Sevilla	
Andalucia	7236459
Extramadura	1069419
Total	8305878
w_3	0.2300
Valencia	
Cataluña	6147610
Valencia	4023441
Murcia	1115068
Total	11286119
w_4	0.3126
TOTAL	
Población	36110694

Tabla A.1: Población por comunidades a 1 de enero de 1998

- En torno al mes de Abril.
- En torno al mes de Noviembre.

Estos dos puntos de inflexión cortan el total de puntos en dos clusters de “Invierno” y “Verano” en torno a los 15°C.

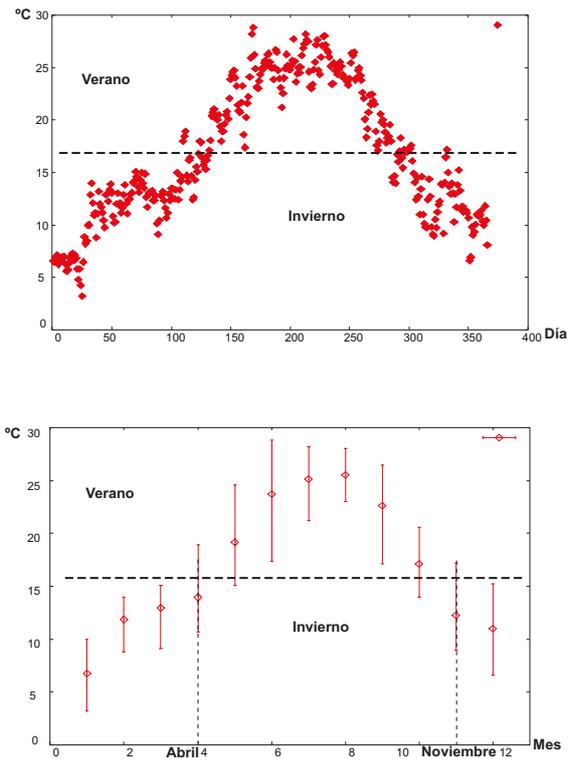


Figura A.3: Variación estacional de la temperatura por día (arriba) y por mes (abajo) para el año 2000.

Bibliografía

- [1] A.F. Al-Faris and K.H. Ghali. Environment-based forecasting of peak-load profiles for electricity consumption in the western united arab emirates. *The Journal of Energy and Development*, 24(1):1–15, 2000.
- [2] J. Al-Zayer and A.A. Al-Ibrahim. Modelling the impact of temperature on electricity consumption in the eastern province of saudi arabia. *Journal of Forecasting*, 15:97–106, 1996.
- [3] J. Arifovic. Genetic algorithm learning and the cobweb model. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 18:3–28, 1994.
- [4] R. Axelrod. The evolution of strategies in the iterated prisoner’s dilemma. *Genetic Algorithms and Simulated Annealing*, pages 32–41, 1950.
- [5] M. Beenstock, E. Goldin, and D.Ñabot. The demand for electricity in israel. *Energy Economics*, 21:168–183, 1999.
- [6] J. Bertrand. Review of théorie mathématique dela richesse sociale and of recherches sur les principies mathématiques de la théorie des richesses. *Journal des Savants*, 68:499–508, 1883.
- [7] S. Borenstein and J. Bushnell. An empirical analysis of the potencial for market power in california’s electricity industry. *Electricity Industry Restructuring Second Annual Research Conference*, 1997.
- [8] J.R. Cancelo and A. Espasa. Modelling and forecasting daily series of electricity demand. *Investigaciones Económicas*, XX(3):359–376, 1996.
- [9] T.J. Considine. The impacts of weather variations on energy demand and carbon emissions. *Resource and Energy Economics*, 22:295–314, 2000.
- [10] A. Cournot. *Recherches sur les Principies Mathématiques de la Théorie des Richesses*. Hachette, París, 1838.

- [11] T. Curzon Price. Using co-evolutionary programming to simulate strategic behaviour in markets. *Journal of Evolutionary Economics*, 7:219–234, 1997.
- [12] H. Dawid. *Adaptative Learning by Genetic Algorithms*. Springer-Verlag, Berlin, 1999.
- [13] Ministerio de Industria y Energía. Ley de ordenación del sistema eléctrico nacional. Technical report, Ministerio de Industria y Energía, 1994.
- [14] Ministerio de Industria y Energía. Protocolo para el establecimiento de una nueva regulación del sistema eléctrico nacional. Technical report, Ministerio de Industria y Energía, 1996.
- [15] Ministerio de Industria y Energía. Ley 54/1997, 27 de noviembre, del sector eléctrico, en boe de 28 de noviembre de 1997. Technical report, Cortes Generales, 1997.
- [16] Ministerio de Industria y Energía. Real decreto 2019/1997, de 26 de diciembre, por el que se organiza y regula el mercado de producción de energía eléctrica. Technical report, Cortes Generales, 1997.
- [17] E.A. de la Cal y L. Sánchez. Estimación de estrategias de generación de energía eléctrica mediante algoritmos genéticos coevolutivos con fitness multiobjetivo. In *AEB'02: Primer congreso iberoamericano de algoritmos evolutivos y bioinspirados*, pages 479–485, Mérida, 2002.
- [18] E.A. de la Cal y L. Sánchez. Discusión y aplicación práctica de un modelo de estimación de estrategias de generación eléctrica. In *MAEB'03: Segundo Congreso Español de Metaheurísticas, Algoritmos Evolutivos y Bioinspirados.*, pages 47–53, Gijón, 2003.
- [19] E.A. de la Cal y L. Sánchez. Generative offers estimation using coevolutionary genetic algorithms in the spanish electrical market. *Applied Intelligence (Admitido para publicación)*, 2003.
- [20] E.A. de la Cal y L. Sánchez. Optimizing supply strategies in the spanish electrical market. In *IWANN'03: International Work on Artificial Neural Networks*, Menorca, 2003.
- [21] E.A. de la Cal y M.R. Suárez. Application of an optimizing supply strategies model in the spanish electrical market. In *EUROGEN'03: Evolutionary Methods for Design, Optimization and Control with Applications to Industrial Problems (Aceptado)*, Barcelona, 2003.
- [22] Foro de la Industria Nuclear Española. 222 cuestiones sobre la energía nuclear. Technical report, <http://www.foronuclear.org>.

- [23] R.F. Engle, C. Mustafa, and J. Rice. Modelling peak electricity demand. *Journal of Forecasting*, 11:241–251, 1992.
- [24] C.M. Fonseca and P.J. Fleming. An overview of evolutionary algorithms in multiobjective optimization. *Evolutionary Computation*, 3(1):1–16, 1995.
- [25] R. Franke. Coevolution and stable adjustments in the cobweb model. *Journal of Evolutionary Economics*, 8:383–406, 1998.
- [26] W. Fushuan and D. A. Kumar. A genetic algorithm based method for bidding strategy coordination in energy and spinning reserve markets. *Artificial Intelligence in Engineering*, 15(2001), pages 71–79, 2001.
- [27] R.J. Green and D.M. Newbery. Competition in the british electricity spot market. *Journal of Political Economy*, 100(5), 1992.
- [28] W. D. Hillis. Co-evolving parasites improves simulated evolution as an optimization technique. *Artificial Life II*, pages 41–47, 1991.
- [29] O. Hyde and P.F. Hodnett. An adaptable automated procedure for short-term electricity load forecasting. *IEEE Transactions on Power Systems*, 12(1):84–93, 1997.
- [30] P. D. Klemperer and M. A. Meyer. Supply function equilibria in oligopoly under uncertainty. *Econometrica*, 57:1253–77, Noviembre 1989.
- [31] Y.J. Lai and C.L. Hwang. *Fuzzy Multiple Objective Decision Making: Methods and Applications*. Springer-Verlag, New York, 1996.
- [32] J.C. Lam. Climatic and economic influences on residential electricity consumption. *Energy Conversion and Management*, 39(7):623–629, 1998.
- [33] W.W. Leontief. Verzögerte angebotsanpassung und partielles gleichgewicht. *Zeitschrift für Nationalökonomie (Alemán)*, 5:670–676, 1934.
- [34] X. Li and D.J. Sailor. Electricity use sensitivity to climate and climate change. *World Resource Review*, 7(3):334–346, 1995.
- [35] K.A. De Jong M.A. Potter and J.J. Grefenstette. A coevolutionary approach to learning sequential decision rules. *ICGA95*, 1995.
- [36] Robert E. Marks. Breeding hybrid strategies: Optimal behaviour for oligopolists. *Journal of Evolutionary Economics*, 2:17–38, 1992.
- [37] Instituto nacional de Estadística. Resultados de los censos de población y viviendas 1998. Technical report, <http://www.ine.es>, 1998.

- [38] J.F. Nash. Non-cooperative games. *Annals of Mathematics*, 54:286–295, 1951.
- [39] C. Ocaña and A. Romero. Una simulación de funcionamiento del pool de energía eléctrica en españa. dt 002/98. Technical report, CNSE, 1998.
- [40] J. Peirson and A. Henley. Electricity load and temperature. issues in dynamic specification. *Energy Economics*, 16(4):235–243, 1994.
- [41] C. Qin and Stuart C. Are cournot and bertrand equilibria evolutionary stable strategies? *Journal of Evolutionary Economics*, pages 41–47, 1997.
- [42] M. Ranjan and V.K. Jain. Modelling of electrical energy consumption in delhi. *Energy*, 24:351–361, 1999.
- [43] D.J. Sailor and J.R. Muñoz. Sensitivity of electricity and natural gas consumption to climate in the usa - methodology and results for eight states. *Energy*, 22(10):987–998, 1997.
- [44] J. Segura. *Teoría de la economía industrial*. Civitas, Madrid, 1993.
- [45] W.M. Spears and K.A. De Jong. On the virtues of parameterized uniform crossover. In Rick Belew and Lashon Booker, editors, *Proceedings of the Fourth International Conference on Genetic Algorithms*, pages 230–236, San Mateo, CA, 1991. Morgan Kaufman.
- [46] G. Syswerda. Uniform crossover in genetic algorithms. In Rick Belew and Lashon Booker, editors, *Proceedings of the Third International Conference on Genetic Algorithms*, pages 2–9, San Mateo, CA, 1989. Morgan Kaufman.
- [47] E. Valor, V. Meneu, and V. Caselles. Daily air temperature and electricity load in spain. *Journal of Applied Meteorology*, 40(8):1413–1421, 2001.
- [48] E. Valor, A. Pardo, V. Meneu, and V. Caselles. Consumo eléctrico y meteorología. *Revista Española de Física*, 15(4), 2001.
- [49] N.M. Von der Fehr and D. Dardbord. Spot market competition in the uk electricity industry. *Economic Journal*, 103:531–546, Mayo 1993.
- [50] T. Weinbrenner. Genetic programming kernel version 0.5.2. Technical report, http://www.emk.e-technik.tu-darmstadt.de/thomasw/gpkernel_toc.html, 1997.
- [51] Y.Y. Yan. Climate and residential electricity consumption in hong kong. *Energy*, 23(1):17–20, 1998.